اصلاحیه

✍ فصل چهارم – آزمون تستی پایانی – سؤال ۱۵ – گزینه «۱» صحیح است.

۱- آسان

آ) مشاهده
ب) متغیر
پ) سیستماتیک یا سامانمند
ت) آمارگیری ـ آمارگیر
ث) خوشه‌ای یا سامانمند
ج) داده‌ها

۲- متوسط

روش‌نمونه‌گیری	مزیت	محدودیت
تصادفی ساده	نمونه‌گیری از جامعه با اندازه کوچک ساده است	نیاز به فهرست اعضای جامعه دارد
خوشه‌ای	فقط نیاز به فهرستی ازخوشه‌ها دارد، سرعت زیاد در هزینه کم	کاهش دقت
طبقه‌ای	افزایش دقت	نیاز به اطلاعات اضافی از جامعه، افزایش نمونه
سامانمند	نیاز به فهرست اعضای جامعه ندارد	در هر جامعه‌ای قابل پیاده‌سازی نیست.

۳- آسان

پارامتر مشخصه‌ای مربوط به جامعه که دارای مقداری ثابت ولی نامعلوم است و آماره مشخصه‌ای عددی مربوط به نمونه است.

۴- متوسط

داده‌ها واقعیت‌هایی هستند که به عنوان مرجع و به صورت خام برای محاسبه و استنباط ما از یک چیز به کار می‌رود و متغیر کمیتی است که می‌تواند از عضوی به عضو دیگر متفاوت باشد و مقادیر مختلفی به آن اطلاق می‌شود. در واقع متغیر ویژگی‌هایی از چیزی (شی یا شخصی) است که داده‌های آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۵- متوسط

آ) طبقه‌ای ـ $\frac{۱}{۵}$
ب) خوشه‌ای ـ $\frac{۱}{۵}$
پ) سیستماتیک ـ $\frac{۱}{۵}$

۶- متوسط

آ) افراد غایب انتخاب نمی شوند.

ب) سلیقه‌ای خواهد شد.

پ) افرادی که ایمیل ندارند انتخاب نمی‌شوند.

ت) افرادی که تلفنی ندارند انتخاب نمی‌شوند.

ث) فقط افراد مایل به انجام کار در نمونه هستند.

۷- دشوار

نتیجه به دست آمده حتماً نادرست است، زیرا واحدهای آماری موردنظر در این مسئله خانواده‌ها هستند نه افراد و خانواده‌های مختلف برای حضور در این نمونه، احتمال برابری ندارند چون احتمال حضور هر خانواده متناسب با تعداد اعضای آن خانواده است مثلاً احتمال حضور یک خانواده ۶ نفره، ۳ برابر احتمال حضور یک خانواده ۲ نفره است، پس شرایط نمونه‌گیری ساده یعنی برابر بودن احتمال حضور همه واحدها در نمونه برقرار نیست.

$$= \frac{۲۰/۷}{۱۴/۷} = ۱/۴$$ نسبت واقعی تعداد خانواده‌های ۲ نفره به تعداد خانواده‌های ۵ نفر و بیشتر

احتمال حضور هر عضو در یک خانواده ۵ نفره در نمونه، ۲/۵ برابر احتمال حضور هر یک از اعضای خانواده ۲ نفره در نمونه است، پس داریم:

$$= \frac{۱/۴}{۲/۵} = ۰/۵۶$$ مقدار به دست آمده برای نسبت تعداد خانواده‌های ۲ نفره به تعداد خانواده‌های ۵ نفر یا بیشتر

چون نسبت به دست آمده کم‌تر از ۱ است اشتباه می‌باشد و این اشتباه ناشی از نمونه‌گیری غلطی است که صورت گرفته است و یک راه برای حل این شکل آن است که فقط از یک عضو هر خانواده (مثلاً سرپرست خانواده) سوال شود.

۸- دشوار

$n = ۲۰$ نمونه $N = ۳۰ + ۲۵ + ۴۵ = ۱۰۰$ کل جامعه

اگر تعداد دانش‌آموزان انتخاب شده پایه هشتم و دهم و دوازدهم به ترتیب $f_۱ , f_۲ , f_۳$ باشند داریم

$$\frac{f_۱}{n_۱} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۱}{۳۰} = \frac{۲۰}{۱۰۰} \Rightarrow f_۱ = ۶$$

$$\frac{f_۲}{n_۲} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۲}{۲۵} = \frac{۲۰}{۱۰۰} \Rightarrow f_۲ = ۵$$

$$\frac{f_۳}{n_۳} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۳}{۴۵} = \frac{۲}{۱۰۰} \Rightarrow f_۳ = ۹$$

۹- دشوار

اعداد انتخاب شد در این نمونه‌گیری تشکیل یک دنباله عددی می‌دهند که جمله اول آن ۱۱ و جمله ۴ام ۶۵ است پس داریم:

$$d=\frac{a_۴-a_۱}{۴-۱} \Rightarrow d=\frac{۶۵-۱۱}{۳}=\frac{۵۴}{۳} \Rightarrow d=۱۸$$

$$a_n=a_۱+(n-۱)d \Rightarrow a_n=۱۱+(n-۱)\times ۱۸ \Rightarrow a_n=۱۸n-۷$$

$$a_n\le ۱۲۶ \Rightarrow ۱۸n-۷\le ۱۲۶ \Rightarrow ۱۸n\le ۱۳۳ \Rightarrow n\le \frac{۱۳۳}{۱۸} \Rightarrow n\le ۷/۳۸$$

پس نمونه دارای ۷ عضو است.

۱۰- دشوار

شماره‌های انتخابی در این نمونه‌گیری تشکیل دنباله صعودی می‌دهند که قدرنسبت آن $d=\frac{N}{n}$ است که **n** اندازه نمونه و **N** اندازه جامعه است

$$d=\frac{N}{n}=\frac{۱۰۰}{۱۰} \Rightarrow d=۱۰$$

$$a_k=a_۱+(k-۱)d \Rightarrow a_k=۷+(k-۱)۱۰ \Rightarrow a_k=۱۰k-۳$$

شماره‌های انتخابی: ۷ , ۱۷ , ۲۷ , ۳۷ , ۴۷ , ۵۷ , ۶۷ , ۷۷, ۸۷, ۹۷

۱- گزینه «۲» آسان

پارامتر جامعه که یک مشخصه عددی است با در اختیار داشتن کل جامعه قابل محاسبه است.

۲- گزینه «۲» آسان

مزیت مهم نمونه‌گیری خوشه‌ای صرفه‌جویی در وقت و هزینه است.

۳- گزینه «۳» آسان

روش نمونه‌گیری که در آن با طبقه‌بندی جامعه به زیر جامعه‌های مجزا یک نمونه تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می‌شود، نمونه‌گیری طبقه‌ای گوییم.

۴- گزینه «۳» متوسط

با توجه به این که تمام عضوهای دو گروه (خوشه) انتخاب می‌شود بنابراین روش نمونه‌گیری خوشه‌ای است و ۱۰ خوشه که می‌خواهیم ۲ خوشه انتخاب کنیم بنابراین احتمال انتخاب هر خوشه $\frac{۲}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$ است.

۵- گزینه «۱» متوسط

در نمونه‌گیری سیستماتیک اگر اندازه جامعه **N** اندازه نمونه **n** باشد احتمال انتخاب هر عضو از دستور $\frac{n}{N}$ به دست می‌آید.

$$P(A)=\frac{n}{N}=\frac{۲۱}{۴۲۰}=\frac{۱}{۲۰}=۰/۰۵$$

۶- گزینه «۱» متوسط

چون هر خوشه که انتخاب می‌شود واحدهای آماری درون آن همگی مورد سرشماری قرار می‌گیرد بنابراین احتمال انتخاب واحدهای آماری به تعداد افراد درون خوشه بستگی ندارد و مانند این است که در هر خوشه ۱ نفر حضور دارد پس ۵ خوشه داریم که می‌خواهیم ۲تای آنها را انتخاب کنیم

$$P(A)=\frac{n}{N}=\frac{۲}{۵}=۰/۴$$

۷- گزینه «۴» دشوار

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

$$A=\{(۲۰,۲۰),(۳۰,۳۰)\} \Rightarrow n(A)=۲$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۱۵}$$

۸- گزینه «۴» دشوار

روش ۱: اگر تعداد مدیران انتخابی **f** باشد

$$N=۵۲+۲۰+۸=۸۰$$

$$\frac{f}{\text{تعداد مدیران}}=\frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f}{۸}=\frac{۲۰}{۸۰} \Rightarrow f=۲$$

$$P(A)=\frac{f}{\text{تعداد مدیران}}=\frac{۲}{۸}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

روش ۲: در نمونه‌گیری طبقه‌ای احتمال انتخاب همه افراد با هم برابر است و از دستور زیر محاسبه می شود

$$P(A)=\frac{n}{N}=\frac{۲۰}{۸۰}=\frac{۱}{۴}=۰/۲۵$$

۹- گزینه «۳» متوسط

$n_۱=۴۵$ اندازه نمونه $n=۶۴$ فراوانی طبقه اول $f_۱=۱۲$

اندازه جامعه $N=?$

$$\frac{f_۱}{n_۱}=\frac{n}{N} \Rightarrow \frac{۱۲}{۴۵}=\frac{۶۴}{N} \Rightarrow N=\frac{۶۴\times ۴۵}{۱۲} \Rightarrow N=۲۴۰$$

۱۰- گزینه «۲» — آسان

اگر شماره‌های انتخاب شده بین ۲۴ و ۶۰ اعداد a_2, a_3, a_4 باشند، اعداد $24, a_2, a_3, a_4, 60$ تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند

پس $a_1 = 24, a_5 = 60$ است.

$$d = \frac{a_5 - a_1}{5-1} = \frac{60-24}{4} = \frac{36}{4} \Rightarrow d = 9$$

اگر اندازه جامعه N و اندازه نمونه n باشد $d = \frac{n}{N}$ است

$$d = \frac{N}{n} \Rightarrow 9 = \frac{360}{n} \Rightarrow n = 40$$

۱- آسان

آ) نقطه‌ای

ب) کم‌تر ـ بیشتر

پ) انحراف معیار جامعه ـ تعداد اعضای نمونه ـ انحراف معیار جامعه

ت) برآورد نقطه‌ای

۲- متوسط

جامعه $\bar{x} = \frac{4+1+0+3+5+2}{6} = \frac{15}{6} = 2/5$

چون ۶ نفر در این جامعه وجود دارند امکان انتخاب $\binom{6}{2}$ حالت نمونه تصادفی داریم

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15$$

اگر نمونه به صورت $\{x, y\}$ باشد برای این که میانگین نمونه دقیقاً $2/5$ باشد داریم:

$$\frac{x+y}{2} = 2/5 \Rightarrow x+y = 5$$

پس نمونه‌های که میانگین جامعه را دقیق برآورد می‌کنند عبارتند از $\{0,5\}, \{1,4\}, \{2,3\}$ که $n(A) = 3$

۳- آسان

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{5} = 0/2$$

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$n = 25 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{2}{\sqrt{25}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0/4$$

$$n = 100 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{2}{\sqrt{100}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0/2$$

$$n = 10000 \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{2}{\sqrt{10000}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0/02$$

$$\frac{\text{انحراف معیار برآورد میانگین با جامعه ۱۰۰ نظری}}{\text{انحراف معیار برآورد میانگین با جامعه ۱۰۰۰۰ نظری}} = \frac{0/2}{0/02} = 10$$

n	۲۵	۱۰۰	۱۰۰۰۰
$\sigma_{\bar{x}}$	۰/۴	۰/۲	۰/۰۲

اگر اندازه نمونه ۱۰ برابر شود، انحراف معیار برآورد میانگین $\sqrt{10}$ برابر می‌شود.

۴- متوسط

$$n(S) = \binom{6}{3} = 20$$

اگر ۳ عضو انتخاب شده $\{x, y, z\}$ باشند داریم

$$4 = \frac{x+y+z}{3} \Rightarrow x+y+z = 12$$

مجموع ۳ عضو انتخابی باید ۱۲ باشد که ۳ به صورت $\{2,4,6\}, \{1,5,6\}$ $\{3,4,5\}$ امکان‌پذیر است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{20} \Rightarrow P(A) = 0/15$$

۵- دشوار

روش اول: برآورد نقطه‌ای

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+8+9+11+12+3+7+5+2+9}{10}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{71}{10} \Rightarrow \bar{x} = 7/1$$

$$\mu = \frac{0+1+2+\ldots+N}{N+1} \Rightarrow 7/1 = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} \Rightarrow 7/1 = \frac{N}{2}$$

$$\Rightarrow N = 14/2$$

روش دوم: میانه

داده را به ترتیب مرتب می‌کنیم: $2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 9, 11, 12$

چون تعداد داده‌ها ۱۰ تا است میانگین داده‌های پنجم و ششم میانه است

$$Q_2 = \frac{7+8}{2} \Rightarrow Q_2 = 7/5$$

داده‌ها از ۰ تا N است که $(N+1)$ داده است که داده وسط (یعنی $\frac{N}{2}$) میانه است پس داریم:

$$\frac{N}{2} = 7/5 \Rightarrow N = 15$$

۶- دشوار

آ) اگر دو عضوی انتخابی $\{x , y\}$ باشد و زمانی میانگین ۴/۵ می‌شود که‌داشته باشیم:

$$۴/۵=\frac{x+y}{۲} \Rightarrow x+y=۹$$

که فقط $\{۴ , ۵\}$ چنین میانگینی دارد پس $n(A)=۱$

$$n(S)=\binom{۴}{۲}=۶$$

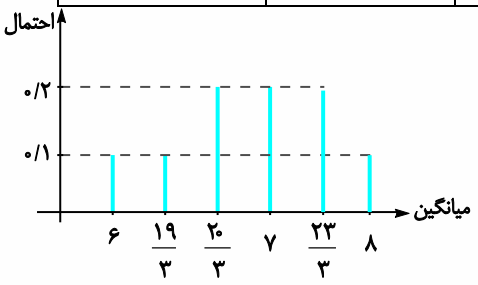
$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۶}$$

نمونه	$\{۴,۵,۶\}$	$\{۴,۵,۱۰\}$	$\{۴,۶,۱۰\}$	$\{۵,۶,۷\}$
$\bar{x}$	۵	$\frac{۱۹}{۳}=۶/۳۳$	$\frac{۲۰}{۳}=۶/۶۷$	۷
احتمال	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۱}{۴}$

یعنی حداکثر مقدار میانگین عدد ۷ برآورد می‌شود.

۷- دشوار

نمونه	$\bar{x}$	احتمال
$\{۵,۶,۷\}$	۶	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۵,۶,۸\}$	$\frac{۱۹}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۵,۶,۹\}$	$\frac{۲۰}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۵,۷,۸\}$	$\frac{۲۰}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۵,۷,۹\}$	۷	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۵,۸,۹\}$	$\frac{۲۲}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۶,۷,۸\}$	۷	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۶,۷,۹\}$	$\frac{۲۲}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۶,۸,۹\}$	$\frac{۲۳}{۳}$	$\frac{۱}{۱۰}$
$\{۷,۸,۹\}$	۸	$\frac{۱}{۱۰}$



۸- متوسط

$n=۲۵ \quad \bar{x}=۲۲ \quad \sigma=۱/۹$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le x+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۲۲-\frac{۲(۱/۹)}{\sqrt{۲۵}}\le\mu\le ۲۲+\frac{۲(۱/۹)}{\sqrt{۲۵}}$$

$$\Rightarrow ۲۲-۰/۷۶\le\mu\le ۲۲+۰/۷۶$$

$$\Rightarrow ۲۱/۲۴\le\mu\le ۲۲/۷۶$$

۹- آسان

آ) کاهش می‌یابد زیرا مخرج کسر $L=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ (طول بازه اطمینان) بزرگ می‌شود.

ب) افزایش می‌یابد زیرا صورت کسر $L=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$ (طول بازه اطمینان) بزرگ می‌شود.

۱۰- دشوار

آ) $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow$

$$\bar{x}=\frac{۶۷+۷۰+۲(۷۱)+۷۳+۷۴+۳(۷۵)+۷۷+۴(۷۸)}{۲۴}$$

$$+\frac{۷۹+۸۰+۸۱+۲(۸۲)+۸۳+۲(۸۶)+۸۷+۹۱}{۲۴} \Rightarrow$$

$$\bar{x}=\frac{۱۸۷۷}{۲۴} \Rightarrow \bar{x}\simeq ۷۸$$

$$\sigma^۲=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^۲}{n}$$

$$\sigma^۲=\frac{(۶۷-۷۸)^۲+(۷۰-۷۸)^۲+۲(۷۱-۷۸)^۲+(۷۳-۷۸)^۲}{۲۴}$$

$$+\frac{(۷۴-۷۸)^۲+۳(۷۵-۷۸)^۲+(۷۷-۷۸)^۲+\ldots+(۹۱-۷۸)^۲}{۲۴}$$

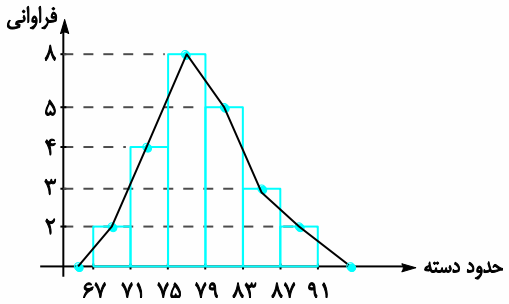
$$\Rightarrow \sigma^۲=\frac{۷۲۷}{۲۴} \Rightarrow \sigma^۲=۳۰/۲ \Rightarrow \sigma=۵/۵$$

ب) $\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۷۸-\frac{۱۱}{\sqrt{۲۴}}\le\mu\le ۷۸+\frac{۱۱}{\sqrt{۲۴}}$

$$\Rightarrow ۷۵/۶\le\mu\le ۸۰/۴$$

پ) $\frac{۷}{۲۴}\times ۱۰۰\simeq$ درصد ۲۹

ت و ث)



بازه	$[۶۷,۷۱)$	$[۷۱,۷۵)$	$[۷۵,۷۹)$	$[۷۹,۸۳)$	$[۸۳,۸۷)$	$[۸۷,۹۱)$
فراوانی	۲	۴	۸	۵	۳	۲

ج) اگر تعداد داده‌ها زیاد شود شکل چندبر فراوانی شبیه منحنی توزیع نرمال می‌شود.

۱۱- آسان

آ) اگر پاره‌خط آبی، خط سیاه را قطع نکند، نشان دهنده این است که میانگین نمونه در بازه اطمینان ۹۵ درصدی وجود ندارد و نمونه درست انتخاب نشده است.

ب)

$$\frac{۱۹}{۲۰}\times ۱۰۰ = ٪۹۵$$

پ) حداکثر ۵ خط

ت) ۹۵ درصد

۱۲- دشوار

$\bar{x}=۲ \quad n=۴۰۰ \quad \bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$ بازه اطمینان ۹۵ درصدی

$(\sigma=۱)$ کشیده شده $\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\Rightarrow ۲-\frac{۲}{۲۰}\le\mu\le۲+\frac{۲}{۲۰}\Rightarrow ۱/۹\le\mu\le۲/۱$$

$(\sigma=۲)$ پوسیده $\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\Rightarrow ۲-\frac{۴}{۲۰}\le\mu\le۲+\frac{۴}{۲۰}\Rightarrow ۱/۸\le\mu\le۲/۲$$

$(\sigma=۱/۶)$ پرشده $\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$

$$\Rightarrow ۲-\frac{۳/۲}{۲۰}\le\mu\le۲+\frac{۳/۲}{۲۰}\Rightarrow ۱/۸۴\le\mu\le۲/۱۶$$

۱۳- متوسط

اگر برآورد یک بازه با اطمینان بیش از ۹۵ درصد به بازه $(a\ ,\ b)$ برسیم میانگین جامعه از رابطه $\bar{x}=\frac{a+b}{۲}$ به دست می‌آید و انحراف معیار برآورد جامعه را هم میتوان از رابطه $\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}=b-a$ محاسبه کرد.

$$\bar{x}=\frac{۱/۷۵+۲/۲۵}{۲}=\frac{۴}{۲}\Rightarrow\bar{x}=۲$$

$$\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}=b-a\Rightarrow\frac{۴\sigma}{\sqrt{۲۵}}=۲/۲۵-۱/۷۵\Rightarrow\frac{۴\sigma}{۵}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۸\sigma=۵\Rightarrow\sigma=\frac{۵}{۸}$$

۱۴- متوسط

$$\sigma^۲=۱\Rightarrow\sigma=۱ \quad n=۸۱ \quad \bar{x}=۱۷$$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow ۱۷-\frac{۲}{۹}\le\mu\le۱۷+\frac{۲}{۹}$$

$$\Rightarrow ۱۶/۷۸\le\mu\le۱۷/۲۲$$

۱۵- متوسط

$$n=۱۰۰ \quad \bar{x}=۳۰ \quad \sigma^۲=۲۵\Rightarrow\sigma=۵$$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\Rightarrow ۳۰-\frac{۱۰}{۱۰}\le\mu\le۳۰+\frac{۱۰}{۱۰}\Rightarrow ۲۹\le\mu\le۳۱$$

علوی فرهیخته

سؤالات تستی

پاسخنامه

بخش ۲

۱- گزینه «۳» دشوار

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}\Rightarrow\bar{x}=\frac{۱۶+۱۲+۱۸+۱۴+۲۰+۱۶}{۶}=\frac{۹۶}{۶}\Rightarrow\bar{x}=۱۶$$

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

فرض می‌کنیم دو نمونه انتخابی به صورت $\{a\ ,\ b\}$ باشد، داریم:

$$\bar{x}=\frac{a+b}{۲}\Rightarrow ۱۶=\frac{a+b}{۲}\Rightarrow a+b=۳۲$$

بنابراین دو نمره انتخابی باید به صورت $\{۱۲\ ,\ ۲۰\}\ ,\ \{۱۴\ ,\ ۱۸\}\ ,\ \{۱۶\ ,\ ۱۶\}$ باشد پس $n(A)=۳$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}$$

۲- گزینه «۴» دشوار

$$n(S)=\binom{۵}{۳}=۱۰$$

نمونه انتخاب شده حتماً باید به صورت $\{a\ ,\ ۲۱\ ,\ b\}$ باشد، $a<۲۱, b>۲۱$ تا میانه عدد ۲۱ شود.

$$n(A)=\underset{۱۷,۱۹}{\boxed{a}}\times\underset{۲۲,۲۵}{\boxed{b}}=۴$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۰}\Rightarrow P(A)=۰/۴$$

۳- گزینه «۲» دشوار

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}\Rightarrow\bar{x}=\frac{۱+۲+۳+\ldots+۱۰}{۱۰}=\frac{۵۵}{۱۰}\Rightarrow\bar{x}=۵/۵$$

اگر نمونه انتخابی $\{x_۱\ ,\ x_۲\ ,\ \ldots\ ,\ x_n\}$ باشد داریم

$$۵/۵=\frac{x_۱+x_۲+\ldots+x_۸}{۸}\Rightarrow x_۱+x_۲+\ldots+x_۸=۴۴$$

از آنجا که $۱+۲+۳+\ldots+۱۰=۵۵$ است پس دو عضوی که انتخاب نشده‌اند باید مجموع $(۵۵-۴۴=۱۱)$ بدهند پس این عضوها به ۵ حالت $\{۱\ ,\ ۱۰\}\ ,\ \{۲\ ,\ ۹\}\ ,\ \{۳\ ,\ ۸\}\ ,\ \{۵\ ,\ ۶\}$ هستند

$$n(A)=۵$$

$$n(S)=\binom{۱۰}{۸}=۴۵$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۵}{۴۵}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۹}$$

۴- گزینه «۳» متوسط

میانگین اعداد ۰ تا **N** را به دست می‌آوریم

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x}=\frac{0+1+\ldots+N}{N+1} \Rightarrow \bar{x}=\frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} \Rightarrow \bar{x}=\frac{N}{2}$$

حال میانگین نمونه را به دست می‌آوریم

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x}=\frac{9+2+5+8+11}{5}=\frac{35}{5}=7$$

بنابراین برآورد نقطه‌ای **N** به کمک میانگین نمونه برابر است با

$$\frac{N}{2}=7 \Rightarrow N=14$$

۵- گزینه «۳» متوسط

مجموع هر دو عضو از اعضای نمونه می‌تواند فقط اعداد ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ باشد (۳ میله) که در ۲ حالت مجموع ۱۱ (میانگین ۵/۵) در ۲ حالت مجموع ۱۲ (میانگین ۶) و در ۲ حالت هم مجموع ۱۳ (میانگین ۶/۵) می‌شود پس طول ۳ میله با هم برابر است.

۶- گزینه «۱» دشوار

همواره مجموع احتمال‌ها (طول میله‌ها) باید برابر ۱ باشد پس اگر احتمال میانگین ۵ را برابر **x** بگیریم داریم:

$$P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=1 \Rightarrow 0/15+0/25+x+0/2=1$$
$$\Rightarrow x=0/4$$

$$n(S)=\binom{10}{4}=\frac{10!}{4!\times 6!}=\frac{10\times 9\times 8\times 7\times 6!}{24\times 6!}=210$$

$$P(5)=\frac{n(5)}{n(S)} \Rightarrow 0/4=\frac{n(5)}{210} \Rightarrow n(5)=84$$

۷- گزینه «۱» آسان

$\sigma=25 \qquad \sigma_{\bar{x}}\le 5$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le 5 \Rightarrow \frac{25}{\sqrt{n}}\le 5 \Rightarrow 5\sqrt{n}\ge 25 \Rightarrow \sqrt{n}\ge 5$$
$$\Rightarrow n\ge 25$$

۸- گزینه «۲» آسان

اگر از یک جامعه دو نمونه تصادفی انتخاب کنیم داریم: $\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}}$

$$\frac{\sigma_{\bar{x}_2}}{\sigma_{\bar{x}_1}}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \Rightarrow \frac{2}{3}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \Rightarrow \frac{4}{9}=\frac{n_1}{n_2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1}=\frac{9}{4}=2/25$$

۹- گزینه «۳» متوسط

$n=25 \quad \bar{x}=170 \quad \sigma_x^2=16 \quad \sigma^2=9 \Rightarrow \sigma=3$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 170-\frac{6}{5}\le\mu\le 170+\frac{6}{5}$$
$$\Rightarrow 168/6\le\mu\le 171/2$$

۱۰- گزینه «۲» آسان

$n=100 \quad \bar{x}=32 \quad \sigma^2=36 \Rightarrow \sigma=6$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 32-1/2\le\mu\le 32+1/2$$
$$\Rightarrow 30/8\le\mu\le 33/2$$

۱۱- گزینه «۱» متوسط

$$\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{3}{2}(\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) \Rightarrow 18+\frac{2\sigma}{5}=\frac{3}{2}(18-\frac{2\sigma}{5})$$
$$\xrightarrow{\times 10} 180+4\sigma=270-6\sigma \Rightarrow 10\sigma=90$$
$$\Rightarrow \sigma=9 \Rightarrow \sigma^2=81$$

۱۲- گزینه «۱» متوسط

بازه جواب به صورت $(a\ ,\ 7a)$ است که داریم:

$$\begin{cases}\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=7a\\ \bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=a\end{cases} \xrightarrow{+} 2\bar{x}=8a \xrightarrow{\bar{x}=12} 24=8a \Rightarrow a=3$$

۱۳- گزینه «۲» آسان

$$\begin{cases}\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=27\\ \bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=31\end{cases} \xrightarrow{+} 2\bar{x}=58 \Rightarrow \bar{x}=29$$

۱۴- گزینه «۲» متوسط

طول بازده در برآورد میانگین با اطمینان ۹۵ درصد برابر $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$ است

که $\sigma^2=16 \Rightarrow \sigma=4$

$$\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}\le 0/2 \Rightarrow \frac{16}{\sqrt{n}}\le\frac{1}{5} \Rightarrow \sqrt{n}\ge 80 \Rightarrow n\ge 6400$$

۱۵- گزینه «۲» آسان

$$L=\frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3/2=\frac{4\sigma}{\sqrt{25}} \Rightarrow 0/8=\frac{\sigma}{5} \Rightarrow \sigma=4 \Rightarrow \sigma^2=16$$

۱- آسان

آ) زیاد ـ کم　　ب) آماره ـ پارامتر

پ) پارامتر ـ آماره　　ت) آماره ـ نقطه ای

۲- آسان

آ) مستقیم ـ افزایش　　ب) پارامتر ـ قابل اندازه گیری ـ ثابت

۳- آسان

در روش نمونه‌گیری احتمالی همه اعضا می‌توانند انتخاب شوند و همه اعضا برای انتخاب شدن، شانس برابری دارند.

۴- آسان

نوعی روش نمونه‌گیری که در آن همه واحدهای آماری برای انتخاب شدن در نمونه، احتمال یکسان دارند.

۵- متوسط

یکی از معایب روش سیستماتیک نیاز به بخش‌پذیری اندازه جامعه به تعداد نمونه است و یکی از مزایا روش مصاحبه آن است که لازم نیست آمارگیر به همه پاسخ‌های ممکن اطلاعات کافی داشته باشد.

۶- متوسط

آ) خوشه‌ای　　ب) طبقه‌ای

۷- متوسط

آ) تصادفی ساده　　ب) طبقه‌ای

پ) خوشه‌ای　　ت) سیستماتیک

۸- متوسط

اگر تعداد کارگران و کارمندان و مدیران انتخابی به ترتیب f_1 , f_2 , f_3 باشند داریم

$$N = n_1 + n_2 + n_3 = 120 + 50 + 10 = 180$$

$$\frac{f_1}{n_1} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_1}{120} = \frac{360}{180} \Rightarrow f_1 = 24$$

$$\frac{f_2}{n_2} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_2}{50} = \frac{36}{180} \Rightarrow f_2 = 10$$

$$\frac{f_3}{n_3} = \frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_3}{10} = \frac{36}{180} \Rightarrow f_3 = 2$$

۹- متوسط

اگر عضوهای دوم و سوم و چهارم و پنجم به ترتیب a_2, a_3, a_4, a_5 باشند، دنباله $a_5 , a_4 , a_3 , a_2 , 5$ یک دنباله حسابی است

$$d = \frac{a_6 - a_1}{6-1} = \frac{40-5}{5} = 7$$

$$d = \frac{N}{n} \Rightarrow 7 = \frac{161}{n} \Rightarrow n = \frac{161}{7} \Rightarrow n = 23$$

۱۰- دشوار

$$0 + 1 + 2 + ... + N = \frac{N(N+1)}{2}$$

جامعه $\mu_{\bar{x}} = \frac{0 + 1 + ... + N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$

نمونه $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{15+19+13+17+12+19+14+11}{8} = 15$

$$\frac{N}{2} = 15 \Rightarrow N = 30$$

۱۱- دشوار

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15$$

اگر دو عضو انتخاب شده $\{a , b\}$ باشند داریم

$$4 = \frac{a+b}{2} \Rightarrow a + b = 8$$

باید جمع دو عدد انتخاب شده ۸ باشد پس نمونه‌ها به صورت $\{2 , 6\} , \{3 , 5\}$ هستند

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{15}$$

۱۲- متوسط

$$\left.\begin{array}{l} \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \sigma_{\bar{x}} \geq 16 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \geq 16 \Rightarrow \frac{40}{\sqrt{n}} \geq 16 \Rightarrow \sqrt{n} \leq \frac{40}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} \leq 2/5 \Rightarrow n \leq 6/25 \Rightarrow n_{max} = 6$$

۱۳- متوسط

$$\sigma^2 = 0/25 \Rightarrow \sigma = 0/5$$

طول بازه اطمینان ۹۵ درصدی: $L = \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \frac{4(\frac{1}{2})}{\sqrt{n}} < \frac{2}{10} \Rightarrow \sqrt{n} > 10 \rightarrow n > 100$

۱۴- دشوار

$$n = 100 \qquad \bar{x} = 15 \qquad \sigma^2 = 0/25 \Rightarrow \sigma = 0/5$$

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 15 - \frac{1}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 15 + \frac{1}{\sqrt{100}}$$

$$\Rightarrow 14/9 \leq \mu \leq 15/1$$

۱- آسان

آ) پارامتر ـ آماره ب) پارامتر ـ مجهول

پ) نمونه ـ جامعه ت) کاهش ـ افزایش

۲- آسان

آ) کم ـ زیاد ب) خوشه‌ای

پ) $\binom{۸}{۳}=۵۶$ ت) نصف

۳- آسان

به فرایند انتخاب نمونه‌ای از یک جامعه به منظور تعمیم اطلاعات آن به کل جامعه گفته می‌شود. نمونه‌گیری تصادفی ساده، نمونه‌گیری خوشه‌ای ـ نمونه‌گیری طبقه‌ای ـ نمونه‌گیری سیستماتیک و....

۴- آسان

مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه‌ای خاص از نمونه است و از داده‌های نمونه به دست می‌آید.

۵- متوسط

آ) طبقه‌ای ب) سیستماتیک پ) خوشه‌ای

۶- متوسط

آ) دادگان ب) پرسش‌نامه

پ) مشاهده ت) پرسشنامه

۷- دشوار

$N=n_۱+n_۲+n_۳=۴۰+۶۰+۵۰=۱۵۰$

اگر تعداد دانش‌آموزان انتخاب شده از پایه‌های ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ به ترتیب $f_۱ , f_۲ , f_۳$ باشد داریم:

$$\frac{f_۱}{n_۱}=\frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۱}{۴۰}=\frac{۳۰}{۱۵۰} \Rightarrow f_۱=۸$$

$$\frac{f_۲}{n_۲}=\frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۲}{۶۰}=\frac{۳۰}{۱۵۰} \Rightarrow f_۲=۱۲$$

$$\frac{f_۳}{n_۳}=\frac{n}{N} \Rightarrow \frac{f_۳}{۵۰}=\frac{۳۰}{۱۵۰} \Rightarrow f_۳=۱۰$$

۸- دشوار

$d=\frac{N}{n}=\frac{۱۲۰}{۱۵} \Rightarrow d=۸$

اعداد نمونه به شکل دنباله حسابی $a_n=۸n+k$ هستند

$n=۱ \Rightarrow ۲=۸+k \Rightarrow k=-۶ \Rightarrow a_n=۸n-۶$

اعداد انتخاب شده: ۲,۱۰,۱۸,۱۶,۳۴,۴۲,۵۰,۵۸,۶۶,۷۴,۸۲,۹۰,۹۸,۱۰۶,۱۱۴

۹- متوسط

$۱+۲+۳+...+N+۱=\frac{(N+۱)(N+۲)}{۲}$

جامعه $\mu_{\bar{x}}=\frac{۱+۲+...+N+۱}{N+۱}=\frac{\frac{(N+۱)(N+۲)}{۲}}{N+۱}=\frac{N+۲}{۲}$

نمونه $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{۱۸+۱۷+۱۴+۱۳+۱۱+۱۰+۸}{۷}=۱۳$

$\frac{N+۲}{۲}=۱۳ \Rightarrow N+۲=۲۶ \Rightarrow N=۲۴$

۱۰- متوسط

$\sigma^۲=۱۲۱ \Rightarrow \sigma=۱۱ \qquad n=۶۴$

$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۱۱}{۸}$

۱۱- دشوار

$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{۷+۶+۴+۲+۱}{۵}=\frac{۲۰}{۵} \Rightarrow \bar{x}=۴$

$n(S)=\binom{۵}{۳}=۱۰$

نمونه‌های انتخابی به صورت $\{a , b , c\}$ است که

$۴=\frac{a+b+c}{۳} \Rightarrow a+b+c=۱۲$

جمع سه نمونه انتخابی باید ۱۲ باشد $\{۱,۴,۷\} , \{۲,۴,۶\}$ است که $n(A)=۲$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۱۰}=۰/۲$

۱۲- دشوار

$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱۳-\frac{۱۶}{۸} \le \mu \le ۱۳+\frac{۱۶}{۸} \Rightarrow ۱۱ \le \mu \le ۱۵$

۱۳- دشوار

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۸۱\\ \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۸۷\end{array}\right\} \xrightarrow{+} ۲\bar{x}=۱۶۸ \Rightarrow \bar{x}=۸۴$$

$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۸۱ \Rightarrow ۸۴-\frac{۲\sigma}{۴}=۸۱ \Rightarrow ۳=\frac{\sigma}{۲} \Rightarrow \sigma=۶ \Rightarrow \sigma^۲=۳۶$

۱- گزینه «۲» آسان

به دلیل تولید داده‌ها به صورت خودکار، گردآوری داده‌ها به روش دادگان به سرعت در حال توزیع است.

۲- گزینه «۴» آسان

چون اطلاعات مربوط به گذشته است پس بهترین روش، استفاده از دادگان است.

۳- گزینه «۳» آسان

یک خانواده ۵ نفره را در نظر بگیرید اگر ۳ نفر از این خانواده جزء نمونه باشند این خانواده به جای یک بار ۳ بار شمرده می شود و باعث انحراف می‌شود.

۴- گزینه «۱» متوسط

امتحان انتخاب یک نمونه **n** عضوی از یک جامعه **N** عضوی در حالت بدون جاگذاری $\frac{۱}{\binom{N}{n}}$ و در حالت جاگذاری $\frac{۱}{N^n}$ است.

$$\frac{P_۱}{P_۲}=\frac{\frac{۱}{\binom{۶}{۲}}}{\frac{۱}{۶^۲}}=\frac{\frac{۱}{۱۵}}{\frac{۱}{۳۶}}=\frac{۳۶}{۱۵}=\frac{۱۲}{۵}$$

۵- گزینه «۲» آسان

$$n(S)=\binom{۷}{۳}=۳۵$$

$$n(A)=۱$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۳۵}$$

۶- گزینه «۳» متوسط

اگر تعداد اعضای نمونه اول **n** باشد $(n_۱=n)$ تعداد اعضای نمونه دوم $(n_۲=n+۵۰۰)$ است

$$\frac{\sigma_{x_۱}}{\sigma_{x_۲}}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{\frac{\sigma}{\sqrt{n_۱}}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n_۲}}}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\sqrt{\frac{n_۲}{n_۱}}=\frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow\sqrt{\frac{n+۵۰۰}{n}}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{n+۵۰۰}{n}=\frac{۹}{۴}\Rightarrow$$

$$۹n=۴n+۲۰۰۰\Rightarrow ۵n=۲۰۰۰\Rightarrow n=۴۰۰$$

$$n_۲=n_۱+۵۰۰=۴۰۰+۵۰۰=۹۰۰$$

$$n_۱+n_۲=۴۰۰+۹۰۰=۱۳۰۰$$

۷- گزینه «۱» دشوار

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{۱۱+۱۳+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸}{۶}=\frac{۹۰}{۶}\Rightarrow\bar{x}=۱۵$$

$$n(S)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

اگر نمونه دو عضوی انتخاب شده $\{a,b\}$ باشد برای این که میانگین را ۱۵نمایش دهد، حتماً $a+b=۳۰$ که $\{۱۳,۱۷\}$ تنها حالت آن است پس $n(A)=۱$ در نتیجه

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۱}{۱۵}$$

اگر نمونه‌های سه عضوی انتخاب شده به صورت $\{a,b,c\}$ باشد برای این که میانگین آنها ۱۵ شود $a+b+c=۴۵$ باشد که $\{۱۳,۱۵,۱۷\},\{۱۱,۱۶,۱۸\}$ به این صورت هستند پس $n(B)=۲$ است.

$$n(S)=\binom{۶}{۳}=۲۰$$

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۲}{۲۰}=\frac{۱}{۱۰}$$

$$\frac{P(A)}{P(B)}=\frac{\frac{۱}{۱۵}}{\frac{۱}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۵}=\frac{۲}{۳}$$

۸- گزینه «۲» متوسط

$$n(S)=\binom{۳۰}{۲}=۴۳۵$$

اگر دو عضو انتخابی $\{a,b\}$ باشد زمانی میانگین آنها ۱۰ است که $a+b=۲۰$ باشد

$$A=\{\{۱,۱۹\},\{۲,۱۸\},\ldots,\{۹,۱۱\}\}\Rightarrow n(A)=۹$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۹}{۴۳۵}=\frac{۳}{۱۴۵}$$

۹- گزینه «۳» متوسط

چون $x_۹$ در نمونه‌ها نیست آن را خط می‌زنیم پس ۱۱ متغیر دیگر داریم که باید ۴ تا از آنها انتخاب کنیم که حتماً یکی از آنها $x_۳$ باشد بنابراین از ۱۰ متغیر (به غیر از $x_۳,x_۹$) باید ۳ متغیر انتخاب کنیم

$$\text{تعداد حالات}=\binom{۹}{۳}=۸۴$$

۱۰- گزینه «۱» آسان

$$\sigma^۲=۸/۴۱\Rightarrow\sigma=۲/۹$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۲/۹}{\sqrt{۱۰۰}}=\frac{۲/۹}{۱۰}=۰/۲۹$$

۱۱- گزینه «۴» — آسان

$$\frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_{x_1}}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \Rightarrow \frac{1/2}{10/8}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \Rightarrow \frac{1}{9}=\sqrt{\frac{n_1}{n_2}} \Rightarrow \frac{n_1}{n_2}=\frac{1}{81}$$

$$\Rightarrow \frac{n_2}{n_1}=81$$

۱۲- گزینه «۴» — دشوار

در نمونه‌گیری به روش سامانمند یک دنباله حسابی با قدرنسبت $d=\frac{N}{n}$ داریم

$$d=\frac{N}{n}=\frac{100}{20} \Rightarrow d=50$$

$$a_i=a+(i-1)d \xrightarrow{a=27} a_i=27+(i-1)\times 50 \Rightarrow a_i=50i-23$$

$$i=12 \Rightarrow a_{12}=50(12)-23=600-23 \Rightarrow a_{12}=577$$

۱۳- گزینه «۲» — متوسط

$$\text{میانگین جامعه } \mu=\frac{1+3+4+7+8+x}{6} \Rightarrow \mu=\frac{23+x}{6}$$

$$\text{میانگین نمونه } \bar{x}=\frac{3+4+8}{3}=\frac{15}{3}=5$$

$$\mu=\bar{x} \Rightarrow \frac{23+x}{6}=5 \Rightarrow 23+x=30 \Rightarrow x=7$$

۱۴- گزینه «۴» — دشوار

دقت کنیم که دو روز کاری ۸ ساعت کار می‌کنیم برای این که دچار اشتباه نشویم مجموعه ساعات کاری را به صورت $\{4,5,7,8,8\}$ نشان می‌دهیم

اگر نمونه ۳تایی انتخاب شده $\{a,b,c\}$ باشد

$$n(S)=\binom{5}{3}=10$$

$$\frac{a+b+c}{3}<6 \Rightarrow a+b+c<18$$

نمونه‌ها به صورت $\{4,5,7\},\{4,5,8\},\{4,5,8\}$ است پس $n(A)=3$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{10}=0/3$$

۱۵- گزینه «۱» — متوسط

$$\sigma^2=16 \Rightarrow \sigma=4$$

$$\text{کران بالا}=\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=25+\frac{2(4)}{\sqrt{36}}=25+\frac{8}{6}=\frac{79}{3}$$

۱۶- گزینه «۱» — متوسط

$$\sigma^2=9 \Rightarrow \sigma=3$$

$$\text{کران پایین}=\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=25-\frac{6}{\sqrt{25}}=25-\frac{6}{5}=25-1/2=23/8$$

۱۷- گزینه «۳» — دشوار

فاصله اطمینان به صورت $(a,7a)$ است

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=7a\\ \bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=a\end{array}\right\} \xrightarrow{+} 2\bar{x}=8a \xrightarrow{\bar{x}=20} 40=8a \Rightarrow a=5$$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=a \Rightarrow 20-\frac{2\sigma}{\sqrt{12}}=5 \Rightarrow 15=\frac{2\sigma}{\sqrt{12}} \Rightarrow 225=\frac{4\sigma^2}{12}$$

$$\Rightarrow \sigma^2=675$$

۱۸- گزینه «۳» — دشوار

فاصله اطمینان به صورت $(a,3a)$ است

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=a\\ \bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=3a\end{array}\right\} \xrightarrow{+} 2\bar{x}=4a \xrightarrow{\bar{x}=2} 4=4a \Rightarrow a=1$$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=a \Rightarrow 2-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=1 \Rightarrow 1=\frac{2\sigma}{\sqrt{8}} \Rightarrow 1=\frac{4\sigma^2}{8} \Rightarrow 4\sigma^2=8$$

$$\Rightarrow \sigma^2=2$$

۱۹- گزینه «۳» — دشوار

$$\left.\begin{array}{l}\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=27\\ \bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=31\end{array}\right\} \xrightarrow{+} 2\bar{x}=58 \Rightarrow \bar{x}=29$$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}=27 \Rightarrow 29-\frac{2\sigma}{\sqrt{25}}=27 \Rightarrow 2=\frac{2\sigma}{5} \Rightarrow \sigma=5$$

۲۰- گزینه «۳» — متوسط

$$\sigma^2=9 \Rightarrow \sigma=3$$

$$\bar{x}-\frac{2\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 43-\frac{6}{\sqrt{225}}\le\mu\le 43+\frac{6}{\sqrt{225}}$$

$$\Rightarrow 43-0/4\le\mu\le 43+0/4$$

$$42/6\le\mu\le 43/4$$

۱- گزینه «۳»

منظور از برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه، واریانس نمونه انتخاب شده است

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n} \Rightarrow \bar{x}=\frac{۱+۱+۲+۲+۴}{۵}=\frac{۱۰}{۵} \Rightarrow \bar{x}=۲$$

$$\sigma^۲=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})^۲}{n}=\frac{۲(۱-۲)^۲+۲(۲-۲)^۲+(۴-۲)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۲+۰+۴}{۵}=\frac{۶}{۵} \Rightarrow \sigma^۲=۱/۲$$

۲- گزینه «۴»

اگر یک نمونه دوتایی مانند $\{a , b\}$ میانگین را $\mathbf{K}$ برآورد کند در این صورت $\frac{a+b}{۲}=k \Rightarrow a+b=۲k$ باشد، یعنی باید دو عضو در جامعه وجود داشته باشد که مجموع آنها برابر $۲k$ باشد، حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

(گزینه ۱) $a+b=۱۰ \Rightarrow ۴+۶=۱۰$

(گزینه ۲) $a+b=۱۱ \Rightarrow ۵+۶=۱۱$

(گزینه ۳) $a+b=۱۲ \Rightarrow ۶+۶=۱۲$

(گزینه ۴)

در داده‌های این جامعه هیچ دو عددی با مجموع ۱۳ وجود ندارد $a+b=۱۳ \Rightarrow$

۳- گزینه «۲»

اگر نمونه‌های دوتایی را به صورت $\{a , b\}$ فرض کنیم کمترین مقدار ممکن برای $\frac{a+b}{۲}$ عدد ۵ و بیشترین مقدار ممکن برای $\frac{a+b}{۲}$ عدد ۱۱/۵ است

$$\max-\min=۱۱/۵-۵=۶/۵$$

۴- گزینه «۲»

چون می‌خواهیم میانگین جامعه را برآورد کنیم، پارامتر جامعه، همان میانگین جامعه است

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n} \Rightarrow \bar{x}=\frac{۵+۶+۶+۶+۹+۱۰}{۶}=\frac{۴۲}{۶} \Rightarrow \bar{x}=۷$$

حال اگر نمونه سه‌تایی $\{a , b , c\}$ فرض کنیم، در صورتی که مقدار عددی آماره برابر پارامتر جامعه باشد داریم:

$$۷=\frac{a+b+c}{۳} \Rightarrow a+b+c=۲۱$$

اگر اعداد جامعه را به صورت $۵ , ۶ , ٦ , 6 , ۹ , ۱۰$ فرض کنیم

$$a+b+c=۲۱ \Rightarrow ۶+٦+۹=۶+6+۹=٦+6+۹$$
$$=۵+٦+۱۰=۵+6+۱۰$$

۵- گزینه «۴»

برای راحتی کار اعضای جامعه را $\{۴ , ۵ , 5 , ۷ , ۸\}$ درنظر می‌گیریم و اگر دو عضو انتخاب شده $\{a , b\}$ باشد داریم:

$\bar{x}=۴/۵ \Rightarrow a+b=۹ \Rightarrow \{۴,۵\},\{۴,5\}$ $n(A)=۲$

$\bar{x}=۵ \Rightarrow a+b=۱۰ \Rightarrow \{۵,5\}$ $n(B)=۱$

$\bar{x}=۵/۵ \Rightarrow a+b=۱۱ \Rightarrow \{۴,۷\}$ $n(C)=۱$

$\bar{x}=۶ \Rightarrow a+b=۱۲ \Rightarrow \{۴,۸\},\{۵,۷\},\{5,7\}$ $n(D)=۳$

چون $n(D)$ از همه بزرگ‌تر است پس احتمال آن نیز از همه بیشتر است.

۶- گزینه «۲»

اگر اعداد جامعه را $\{۳ , 3 , x , ۵\}$ فرض کنیم، نمونه‌های دوتایی که از آنها به دست می‌آید به صورت زیر است

$\{۳,3\},\{۳,x\},\{۳,۵\},\{۳,x\},\{3,۵\},\{x,۵\}$

نمونه $\{۳ , 3\}$ میانگین جامعه را عدد ۳ و نمونه‌های $\{۳,۵\},\{3,۵\}$ میانگین جامعه را ۴ برآورد می‌کند، برای این که ۳ مقدار متفاوت برای برآورد میانگین جامعه به دست آید، تنها مقدار قابل قبول برای $\mathbf{x}$ عدد 5 است. حال اعداد جامعه به صورت $\{۳ , 3 , ۵ , 5\}$ هستند. و چون ۴ حالت $\{3,5\},\{3,5\},\{۳,۵\},\{۳,5\}$ میانگین جامعه را ۴ برآورد می‌کند.

۷- گزینه «۱»

جامعه به صورت $۰,۱,۲,۳,۴,۵$ می‌باشد و تعداد حالت‌های نمونه‌های ۵تایی ۶ $=\binom{۶}{۵}$ است که در جدول مقادیر برآورد فاصله میان میانه و میانگین را بررسی می‌کنیم.

نمونه	$\bar{x}$	$Q_۲$	$\lvert \bar{x}-Q_۲ \rvert$
$\{۰,۱,۲,۳,۴\}$	۲	۲	صفر
$\{۰,۱,۲,۳,۵\}$	۲/۲	۲	۰/۲
$\{۰,۱,۲,۴,۵\}$	۲/۴	۲	۰/۴
$\{۰,۱,۳,۴,۵\}$	۲/۶	۳	۰/۴
$\{۰,۲,۳,۴,۵\}$	۲/۸	۳	۰/۲
$\{۱,۲,۳,۴,۵\}$	۳	۳	۰

همان‌طور که در جدول می‌بینیم برای $\lvert \bar{x}-Q_۲ \rvert$ ۳ مقدار (۳ میله) داریم که چون هر مقداری ۲ بار رخ داده است پس طول همه میله‌ها با هم برابر است.

۸- گزینه «۳»

داده‌های جامعه تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۳ $(d=۳)$ می‌دهد و تعداد جملات $(n=۷)$ است پس داریم

$$\sigma=\sqrt{\frac{n^۲-۱}{۱۲}}\times d \Rightarrow \sigma=\sqrt{\frac{۴۹-۱}{۱۲}}\times ۳ \Rightarrow \sigma=۶$$

در نمونه ۴تایی داریم

$$\sigma_n=\frac{\sigma}{n}=\frac{۶}{\sqrt{۴}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

۹- گزینه «۱»

میانگین مساحت مربع‌ها برابر $\frac{\Sigma x_i^۲}{n}=۱۶۹$ است و میانگین اضلاع $\bar{x}=۱۲$ است، بنابراین داریم:

$$\sigma^۲=\frac{\Sigma x_i^۲}{n}-(\bar{x})^۲ \Rightarrow \sigma^۲=۱۶۹-(۱۲)^۲ \Rightarrow \sigma^۲=۲۵ \Rightarrow \sigma=۵$$

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{۵}{\sqrt{۱۰۰}}=۰/۵$$

۱۰- گزینه «۳»

$$\sigma^۲=۳/۲۴ \Rightarrow \sigma=۱/۸$$

$$\bar{x}=\frac{\Sigma x_i}{n}=\frac{۹+۱۰+۱۲+۱۳}{۴}=\frac{۴۴}{۴} \Rightarrow \bar{x}=۱۱$$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow ۱۱-\frac{۳/۶}{۲}\le\mu\le۱۱+\frac{۳/۶}{۲}$$
$$\Rightarrow ۹/۲\le\mu\le۱۲/۸$$

۱۱- گزینه «۲»

$$\sigma^۲=۲/۵۶ \Rightarrow \sigma=۱/۶$$

$$\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu\le\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} \xrightarrow{-\bar{x}} -\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\le\mu-\bar{x}\le\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$
$$\Rightarrow |\mu-\bar{x}|\le\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}$$

چون $|\mu-\bar{x}|=۰/۴$ است پس داریم:

$$۰/۴\le\frac{۲\times۱/۶}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sqrt{n}\le\frac{۳/۲}{۰/۴} \Rightarrow \sqrt{n}\le۸ \Rightarrow n\le۶۴$$

۱۲- گزینه «۲»

تصور کنیم کلاس‌ها A, B, C, D, E, F, G نامگذاری شده‌اند. تعداد دانش‌آموزان در کلاس **A**، ۲۶ نفر در کلاس‌های B, C, D ۲۷ نفر در کلاس‌های **E** و **F** ۲۸ نفر و در کلاس **G**، ۲۹ نفر است

کلاس‌های B, C, D کلاس‌های E, F

$$n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۲}{۲}=۳+۱=۴$$

$$n(S)=\binom{۷}{۲}=۲۱$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۲۱}$$

۱۳- گزینه «۲»

اگر تعداد مهره‌های سیاه **x** باشد، تعداد مهره‌های سفید $۳x$ و تعداد مهره‌های قرمز $x^۲$ است و تعداد کل مهره‌ها $x^۲+۴x$ است که $x^۲+۴x\ge۳۶$ است که $x\ge۴/۳۲$ است که $x\in\mathbb{N}$ پس $x\in\{۵,۶,۷,\dots\}$

نسبت تعداد مهره‌ها $۱, ۳, x$ است. چون می‌خواهیم به صورت طبقه‌ای نمونه‌گیری کرده‌ایم، سهم هر طبقه در نمونه با سهم آن طبقه با جامعه برابر است.

$$(۱+۳+x)m=۳۶ \Rightarrow (۴+x)m=۳۶$$

پس $(۴+x)$ باید شمارنده ۳۶ باشد و $x\ge۵$ پس $۴+x\ge۹$

$۴+x=۹ \Rightarrow x=۵ \Rightarrow$ کل داده‌ها $=۴۵$

$۴+x=۱۲ \Rightarrow x=۸ \Rightarrow$ کل داده‌ها $=۹۶$

$۴+x=۱۸ \Rightarrow x=۱۴ \Rightarrow$ کل داده‌ها $=۲۵۲$

$۴+x=۳۶ \Rightarrow x=۳۲ \Rightarrow$ کل داده‌ها $=۱۱۵۲$

بنابراین تعداد کل مهره‌ها ۴ حالت دارد.

۱۴- گزینه «۴»

۴۲۰ دانش‌آموز را به ۲۰ طبقه ۲۱ نفره تقسیم می‌کنیم و چون نمونه‌گیری سیستماتیک است و از طبقه اول، دانش‌آموز شماره ۱۱اُم انتخاب شده است، از طبقات دیگر هم به همین صورت باید انتخاب کرد، درنتیجه شماره دانش‌آموزان انتخابی به صورت $(۲۱k+۱۱)$ است.

شماره دانش‌آموزان انتخابی: $۱۱, ۳۲, ۵۳, ۷۴, ۹۵, ۱۱۶, ۱۳۷, ۱۵۸, ۱۷۹, ۲۰۰, ۲۲۱, \dots$

۱۵- گزینه «۳»

در روش سیستماتیک، شماره‌ها با یک الگوی خطی به صورت «$ak+b$» انتخاب می‌شوند که **a** قدرنسبت این دنباله است که از رابطه $\frac{N}{n}$ (**N** تعداد کل افراد جامعه و **n** تعداد اعضای نمونه است)

اگر شماره‌های ۲۸۳ و ۳۰۷ به ترتیب جملات $k_۱, k_۲$ دنباله باشد

$$\left.\begin{matrix}۲۸۳=ak_۱+b\ \ (۱)\\ ۳۰۷=ak_۲+b\ \ (۲)\end{matrix}\right\}\xrightarrow{(۲)-(۱)}۲۴=a(k_۲-k_۱)$$

$$\xrightarrow{a=\frac{N}{n}}۲۴=\frac{N}{n}(k_۲-k_۱)$$

یعنی باید دنبال عددی باشیم که اگر ۷۲۰ را بر آن تقسیم کنیم حاصل آن یکی از مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۴ باشد که فقط گزینه «۳» این خاصیت را دارد.

۱۶- گزینه «۱»

برای این که $D_۷ , B_۵ , B_۱$ انتخاب شوند، باید خوشه‌های **B** و **D** انتخاب شوند و چون در این خوشه‌ها سرشماری می‌شود حتماً $D_۷ , B_۵ , B_۱$ انتخاب خواهند شد.

۶ خوشه داریم که باید ۴ خوشه انتخاب کنیم

$$n(S)=\binom{۶}{۴}=۱۵$$

از ۴ خوشه‌ای که باید انتخاب شوند، ۲ خوشه **B** و **D** است بنابراین از ۴ خوشه A, C, E, F باید ۲ خوشه انتخاب کنیم

$$n(A)=\binom{۴}{۲}=۶$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۱۵}=۰/۴$$

۱۷- گزینه «۲»

$$n(S)=\binom{۷}{۳}=۳۵$$

برای این که میانه سه داده انتخابی برابر ۹ شود حتماً باید ۹ انتخاب شود و یک داده کوچک‌تر از ۹، $\{۵ , ۷\}$ و یک داده بزرگ‌تر از ۹ یعنی از بین $\{۱۰ , ۱۱ , ۱۵ , ۱۶\}$ انتخاب شود

$$n(A)=\binom{۲}{۱}\times\binom{۴}{۱}=۶$$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۶}{۳۵}$$

۱۸- گزینه «۳»

اگر فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه‌ای به صورت $[L , u]$ باشد

$$u-L=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$۱۷-۱۳=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n_۱}}\Rightarrow ۴=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n_۱}}\Rightarrow \sqrt{n_۱}=\sigma\Rightarrow n_۱=\sigma^۲$$

$$۱۶-۱۴=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n_۲}}\Rightarrow ۲=\frac{۴\sigma}{\sqrt{n_۲}}\Rightarrow \sqrt{n_۲}=۲\sigma\Rightarrow n_۲=۴\sigma^۲$$

$$\frac{n_۱}{n_۲}=\frac{\sigma^۲}{۴\sigma^۲}=\frac{۱}{۴}$$

۱۹- گزینه «۱»

می‌دانیم جمع احتمال‌ها برابر ۱ است

$$۰/۱+x+x+۰/۴+۰/۱+۰/۱=۱\Rightarrow ۲x+۰/۷=۱$$

$$\Rightarrow ۲x=۰/۳\Rightarrow x=۰/۱۵$$

۲۰- گزینه «۲»

با توجه به این که برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵ درصد در بازه $(\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}})$ می‌باشد داریم

کران پایین $\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۱۸-\frac{۲\times ۳}{\sqrt{۱۰۰}}=۱۸-۰/۰۶=۱۷/۹۴$

کران بالا $=\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}=۱۸+\frac{۲\times ۳}{\sqrt{۱۰۰}}=۱۸+۰/۰۶=۱۸/۰۶$

بازه موردنظر به صورت $(۱۷/۹۴ , ۱۸/۰۶)$ است.