

درس اول:

تعریف منطق ریاضی: منطق ریاضی که عده ای به آن منطق نمادین نیز می گویند، دستور زبان ریاضی، یا مطالعه ساختار جمله هایی است که در ریاضی بکار برده می شود. این شاخه از ریاضیات به بررسی دقیق استدلالها می پردازد و درستی و نادرستی یک استدلال را مشخص می کند.

تعریف استدلال: استدلال از چند جمله خبری بدست می آید. که یکی از آنها نتیجه استدلال و بقیه مقدمه های استدلال می باشند.

مثال:

هر عدد مرکب، عدد اول نیست.
 4 عددی مرکب است.
 4 عدد اول نیست.

مثال:

تیم ملی ایران یا تیم ملی استرالیا به جام جهانی می رود.
 چنین نیست که تیم ملی استرالیا به جام جهانی برود.

مثال:

اگر وضعیت آلودگی هوا ناسالم باشد، آنگاه مدارس تعطیل است.
 به احتمال زیاد فردا وضعیت آلودگی هوا ناسالم است.

تعریف گزاره: گزاره جمله ای است خبری که ممکن است درست یا نادرست باشد، هر چند که درستی آن بر ما پوشیده باشد.

گزاره ها را با حروف $p, q, r, \dots$ نمایش می دهیم. گزاره درست را با "T" یا "د" و همچنین گزاره نادرست را با "F" یا "ن" نمایش می دهیم.

نکته: جملات امری، عاطفی، پرسشی، گزاره نیستند. و همچنین یک گزاره نمیتواند هم درست و هم نادرست باشد.

یعنی گزاره فقط دارای یک ارزش است.

همچنین جملات خبری که درست یا نادرست بودن آنها به نظر یا سلیقه افراد مرتبط است، گزاره نیستند.

تمرین: کدامیک از جملات زیر گزاره هستند؟ در صورت گزاره بودن ارزش درستی یا نادرستی آنها را مشخص کنید.

الف) 4 عدد اول است.

ب) 10^{13} عدد بزرگی است.

پ) x عدد اول است.

ت) تنها جواب معادله $x^2 - 1 = 0$ عدد $\{1\}$ است.

ث) در پرتاب یک تاس احتمال آنکه تاس مضرب 3 بیاید برابر $\frac{1}{3}$ است.

ج) کاش می توانستم در یک هوای پاک زندگی کنم.

چ) صدمین رقم بعد از ممیز عدد $5, \pi$ است.

ح) $4 + 3 > 9 - 1$

خ) هر عدد زوج بزرگتر از 2 را میتوان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت.

د) آیا $2+3=5$ است؟

تعریف حدس: حدس ها در ریاضیات به مسایل حل نشده ای می گویند که پرونده آنها در جهان علم باز است. اینگونه مسایل علاوه بر اینکه درستی آنها ثابت نشده بلکه تاکنون مثال نقضی نیز برایشان پیدا نشده است.

حدس "خ" تمرین بالا به حدس گلدباخ معروف است.

جدول ارزش گزاره ها:

1) جدول یک گزاره ای:

P
د
ن

2) جدول دو گزاره ای:

p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

3) جدول سه گزاره ای:

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

نتیجه: اگر n گزاره داشته باشیم در اینصورت جدول ارزش آنها دارای 2^n حالت است. که اولین ستون دارای $\frac{2^n}{2}$ حالت درست و به همین تعداد حالت نادرست است.

نقیض یک گزاره: برای نقیض کردن یک گزاره کافی است عبارت "چنین نیست که" را به اول گزاره اضافه کنیم و یا اینکه فعل جمله را منفی کنیم. نقیض یک گزاره ، خود نیز یک گزاره است. اگر p یک گزاره باشد نقیض آن را بصورت $\sim p$ نشان می دهیم. نکته: اگر ارزش گزاره ای درست باشد ، نقیض آن نادرست و اگر ارزش گزاره ای نادرست باشد نقیض آن درست خواهد بود.

جدول ارزش p و $\sim p$ بصورت مقابل است.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p) = p$
د	ن	د
ن	د	ن

نتیجه : نقیض نقیض هر گزاره هم ارز خود گزاره است.

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

تمرین: نقیض گزاره های زیر را بنویسید و ارزش آنها را مشخص کنید.

الف) 31 عددی اول است.

$$10^5 = 10^3 + 10^2 \text{ ب)}$$

$$4 \leq 3 \text{ پ)}$$

ت) $a \in \{b, c, d\}$ است.

گزاره نما: هر جمله خبری که شامل یک یا چند متغیر باشد و با جایگذاری مقادیری به جای متغیرها به یک گزاره تبدیل شود ، گزاره نما نامیده می شود. گزاره نما را بر حسب تعداد متغیر بکار رفته در آنها ، یک متغیره یا دو متغیره یا چند متغیره می نامیم. (معادلات و نامعادلات گزاره نما هستند).

گزاره نمای شامل متغیر x را با $p(x)$ و گزاره نمای شامل متغیر x, y را با $p(x, y)$ نمایش می دهیم.

نکته: به این دلیل که گزاره نما به ازای برخی مقادیر بی معنا می شود و نمیتوان به آن ارزش درستی یا نادرستی داد گزاره نیست. بعنوان نمونه " a عدد فرد است " یک گزاره نما می باشد.

اگر $a=5$ در نظر گرفته شود ، گزاره ای درست است .

اگر $a=4$ در نظر گرفته شود گزاره ای نادرست است.

دامنه متغیر گزاره نما : به مجموعه مقادیری که می توان به جای متغیرهای گزاره نما قرار داد ، تا گزاره نما تبدیل به یک گزاره شود ، دامنه متغیر گزاره نما می گوئیم.و آن را با حرف D نشان می دهیم.

مجموعه جواب: در هر گزاره نما به مجموعه عضوهایی از دامنه متغیر که به ازای آنها گزاره نما تبدیل به گزاره ای درست می شود، مجموعه جواب گزاره نما می گویند و آن را با حرف S نشان می دهیم.پس می توان گفت :

$S \subseteq D$ (در واقع مجموعه جواب زیر مجموعه ای از دامنه متغیر است که به ازای تمام عضوهای آن ، گزاره نما تبدیل به گزاره ای درست شود).

تمرین : دامنه متغیر گزاره نماهای زیر داده شده است.مجموعه جواب آنها را تعیین کنید.

الف) x مضرب 7 است. ($D=Z$)

ب) a عدد فرد است. ($D=Z$)

پ) $2x^2 + 5x + 3 = 0$ و ($D=R$)

ت) تاسی را پرتاب می کنیم و $P\{x\} = \frac{1}{6}$ و ($D=\{1,2,3,4,5,6\}$)

ث) $|2x + 3| < 1$, ($D=Z$)

ج) $\frac{2x+1}{x-1} = 1$ ($D=R-\{1\}$)

چ) $\sqrt{x-1} = 4$, ($D = \{x/x \in R, x \geq 1\}$)

ح) a یک واحد از مضرب 5 بیشتر است. ($D=Z$)

رابط های گزاره ای: الفاطی مانند: "، "و" ، "یا" ، "اگر...آنگاه" ، "اگر...آنگاه و برعکس" گزاره های ساده را بهم مربوط کرده و گزاره های مرکب می سازند. به این الفاط رابطهای گزاره ای می گوئیم.

ارزش گزاره های مرکب فقط به ارزش گزاره های ساده P, Q و غیره و ادات رابط بین آنها بستگی دارد.

انواع گزاره های مرکب:

1) گزاره فصلی (2) گزاره عطفی (3) گزاره شرطی (4) گزاره دو شرطی

گزاره فصلی (ترکیب فصلی دو گزاره):

هر گاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب " p یا q " را با نماد $p \vee q$ نمایش داده و آن را ترکیب فصلی دو گزاره می نامیم. این ترکیب وقتی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند و اگر حداقل یکی از دو گزاره درست باشد، ترکیب فصلی درست است.

نکته: به رابطه منطقی " $\vee$ " فاصل گفته می شود.

جدول ارزش ترکیب فصلی دو گزاره:

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

مثال: معادله $3x^2 - 5x = 0$ را حل کنید.

مثال: ارزش گزاره های زیر را تعیین نمایید.

الف) 9 عددی اول است یا 9 زوج است.

ب) $5 < 3$ یا 2 عدد اول است.

مثال: جدول ارزش گزاره های زیر را رسم کنید.

الف) $p \vee (\sim q \vee p)$

ب) $(p \vee q) \vee (\sim p \vee r)$

تمرین: ثابت کنید $\sim p \vee p \equiv T$

تمرین: با رسم جدول ثابت کنید $\sim(\sim p \vee (p \vee q)) \equiv F$

نکته: ترکیب فصلی دارای خاصیت جابجایی و شرکت پذیری است. عبارت دیگر:

$$p \vee q \equiv q \vee p$$

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

نکته: $p \vee T \equiv T$ و $p \vee F \equiv p$

ترکیب عطفی دو گزاره: هر گاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب " p و q " را با نماد $p \wedge q$ نمایش داده و آن را ترکیب عطفی دو گزاره می نامیم. این ترکیب وقتی درست است که هر دو گزاره درست باشند و اگر حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشد، ترکیب عطفی نادرست است.

نکته: به رابطه منطقی " $\wedge$ " عاطف گفته می شود.

جدول ارزش ترکیب عطفی دو گزاره:

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

مثال: نشان دهید $\sim p \wedge p \equiv F$

مثال: جدول ارزش هر گزاره را بنویسید.

الف) $\sim p \wedge (q \wedge p)$

ب) $\sim (p \wedge \sim q)$

پ) $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$

نکته: ترکیب عطفی دارای خاصیت جابجایی و شرکت پذیری است. عبارت دیگر :

$$p \wedge q \equiv q \wedge p$$

$$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$p \wedge T \equiv P \quad \text{و} \quad p \wedge F \equiv F \quad \text{نکته:}$$

مثال: مقادیر x, y را چنان بیابید که داشته باشیم: $(2x - y)^2 + (x + 3)^2 = 0$

خاصیت های ترکیب فصلی و ترکیب عطفی :

(1) خاصیت خود توانی: ترکیب فصلی یا عطفی هر گزاره ای با خودش می شود خود گزاره.

$$p \vee p \equiv p \quad \text{و} \quad p \wedge p \equiv p$$

(2) خاصیت جابجایی: جابجایی گزاره ها در ترکیبات فصلی و عطفی هیچ تاثیری ندارد.

$$p \vee q \equiv q \vee p \quad \text{و} \quad p \wedge q \equiv q \wedge p$$

(3) خاصیت نقیضین:

$$p \vee \sim p \equiv T, \quad p \wedge \sim p \equiv F$$

(4) خاصیت شرکت پذیری:

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r \quad \text{و} \quad p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

(5) عضو بی اثر و عضو تاثیر گذار: عضو بی اثر ترکیب عطفی درست و عضو بی اثر ترکیب فصلی نادرست است.

$$\begin{aligned} p \vee F &\equiv p & , p \vee T &\equiv T \\ p \wedge F &\equiv F & , p \wedge T &\equiv p \end{aligned}$$

(6) خاصیت توزیع پذیری یا پخشی:

$$1) p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad 2) p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

با رسم جدول هم ارزی خاصیت پخشی را نشان دهید.

(7) قانون جذب :

$$1) p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$2) p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

اثبات (1)

اثبات (2)

(8) قوانین دمورگان :

$$1) \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$2) \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

به کمک جدول هم ارزی قوانین دمورگان را بررسی کنید.

(9) قانون شبه جذب یا همپوشانی :

$$1) p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \vee q$$

$$2) p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

اثبات (1)

اثبات (2)

مثال: عبارات زیر را ساده کنید.

$$1) \sim p \wedge (q \vee p)$$

$$2) \sim(p \vee \sim q) \vee (p \wedge q)$$

مثال: بدون جدول طرف راست تساوی های زیر را بنویسید.

$$1) p \vee \sim T \equiv$$

$$2) \sim p \wedge F \equiv$$

$$3) \sim p \vee \sim F \equiv$$

$$4) \sim(\sim p) \wedge \sim p \equiv$$

$$5) p \wedge (\sim p \wedge q) \equiv$$

$$6) q \vee (p \vee \sim q) \equiv$$

$$7) (\sim p \vee q) \vee (p \vee \sim q) \equiv$$

$$8) (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv$$

$$9) \sim(p \vee \sim q) \vee (p \wedge q)$$

مثال: در صورتی که $p \vee q \equiv F$ باشد، عبارات زیر را ساده کنید.

$$1) p \wedge q$$

$$2) p \vee \sim q \equiv$$

$$3) (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

مثال: اگر ارزش p و $(p \wedge \sim q)$ درست باشد، ارزش q را تعیین کنید.

مثال: اگر $p \wedge q \equiv F$ ثابت کنید: $(\sim p \vee q) \wedge p \equiv F$

مثال: اگر $p \wedge q \equiv T$ باشد، درباره ارزش $p \vee (q \wedge r)$ چه می توان گفت؟

صحت هم ارزی های زیر را بدون جدول ثابت کنید.

$$1) \sim p \wedge (p \wedge q) \equiv F$$

$$2) (\sim p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q) \wedge (p \vee q) \equiv \sim p \wedge q$$

$$3) (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim p$$

$$4) (p \vee \sim q) \vee (p \wedge q) \equiv p \vee \sim q$$

$$5) p \wedge \sim (p \vee q) \equiv F$$

$$6) (p \vee \sim q) \vee (\sim p \vee q) \equiv T$$

$$7) p \wedge \sim [q \vee (p \wedge \sim q)] \equiv F$$

مثال: اگر $q \wedge r \equiv F$ باشد، ثابت کنید: $(p \vee q) \wedge (r \vee p) \equiv p$

تمرین: اگر ارزش p و $(p \wedge \sim q)$ رست باشد، ارزش q را تعیین کنید.

تمرین: اگر $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv F$ ثابت کنید: $p \equiv q$

تمرین: اگر گزاره های $\sim p \vee r$ و $\sim q \vee \sim r$ درست باشد، ارزش گزاره های $\sim p \vee \sim q$ چیست؟

تمرین: نقیض هر یک از گزاره های زیر را بنویسید.

الف) عدد a فرد یا اول است.

ب) عدد صفر زوج و نامنفی است.

پ) $(p \vee \sim q) \wedge (q \vee p)$

تمرین: ثابت کنید : $(\sim p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv F$

تمرین : با استفاده از جدول درستی هم ارزی زیر را بررسی کنید.

$$[p \wedge (\sim p \vee q)] \vee [q \wedge (\sim p \vee \sim q)] \equiv q$$

ترکیب شرطی دو گزاره : اگر دو گزاره ساده p و q را با لفظ " اگر p آنگاه q " گزاره مرکبی ساخته می شود که آنرا ترکیب شرطی دو گزاره گویند. بصورت $p \Rightarrow q$ نمایش می دهند که در آن p را مقدم و q را تالی می گویند.

مثال: اگر مثلث متساوی الساقین باشد ، آنگاه زوایای پای دو ساق با هم برابرند.

مثال: اگر $x \neq 0$ آنگاه $x^2 > 0$ است.

صورت‌های مختلف بیان گزاره های شرطی $p \Rightarrow q$:

- (1) اگر p آنگاه q
- (2) P نتیجه می دهد q را
- (3) q اگر p
- (4) p شرط کافی است برای q
- (5) q شرط لازم است برای p

جدول ارزش ترکیب شرطی: ترکیب شرطی وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد. در بقیه موارد درست است.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

نکته (1) در ترکیب شرطی در صورتیکه مقدم نادرست باشد ، ارزش ترکیب شرطی درست خواهد بود. در این حالت می

$$F \Rightarrow p \equiv T$$

گوییم گزاره $p \Rightarrow q$ به انتفاء مقدم درست است.

نکته 2) هر ترکیب شرطی که تالی آن درست باشد، مستقل از ارزش مقدم آن همواره درست است. یعنی: $p \Rightarrow T \equiv T$

مثال: ارزش گزاره های زیر را بدست آورید.

الف) اگر عددی بر 4 بخشپذیر باشد، آنگاه بر 2 بخشپذیر است.

ب) اگر عدد 4 فرد باشد، آنگاه 4 مربع کامل نیست.

پ) $2 < 3 \Rightarrow -2 < -3$

ت) اگر 2 فرد باشد، آنگاه $7^{18} = 4321963715$

مثال: اگر $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv F$ باشد، ارزش گزاره $r \Rightarrow (p \wedge s)$ چیست؟

مثال: جدول ارزش گزاره مرکب $p \Rightarrow (p \wedge q)$ را رسم کنید.

قضیه: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (تبدیل ترکیب شرطی به فصلی)

اثبات:

تمرین: بدون جدول نقیض ترکیب شرطی را بدست آورید.

مثال: نقیض گزاره "اگر باران ببارد آنگاه زمین خیس می شود" را بنویسید.

عکس ترکیب شرطی: گزاره $q \Rightarrow p$ را عکس ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ می نامیم.

مثال: عکس گزاره شرطی "اگر دو عدد حقیقی با هم برابر باشند، آنگاه مجذور آن دو عدد مساوی است" را بنویسید.

عکس نقیض ترکیب شرطی $p \Rightarrow q$ می شود: $\sim q \Rightarrow \sim p$

که می توان اثبات کرد:

$$p \Rightarrow q \equiv \sim q \Rightarrow \sim p$$

اثبات با جدول:

اثبات بدون جدول:

مثال: ثابت کنید اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 عددی فرد باشد، آنگاه a عددی فرد است.

مثال: ثابت کنید هر گاه n عددی صحیح و n^2 مضرب 3 باشد، آنگاه n نیز مضرب 3 است.

مثال: ثابت کنید اگر مجذور عددی صحیح زوج باشد، آنگاه آن عدد زوج است.

نکته: اگر عددی بر 2 بخشپذیر باشد، بصورت $a=2k$ می توان نوشت.

اگر عددی بر 2 بخشپذیر نباشد، بصورت $a=2k+1$ می توان نوشت.

اگر عددی بر 3 بخشپذیر باشد، بصورت $a=3k$ می توان نوشت.

اگر عددی بر 3 بخشپذیر نباشد، بصورت $a=3k+1$ یا $a=3k+2$ می توان نوشت.

تمرین: عکس نقیض و نقیض گزاره شرطی زیر را بنویسید.

"اگر دو عدد حقیقی با هم برابر باشند، آنگاه مجذور آن دو عدد مساوی است."

تمرین: بدون استفاده از جدول هم ارزی های زیر را ثابت کنید.

$$A) \sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$B) (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q) \equiv T$$

$$C) p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q) \equiv T$$

$$D) (p \Rightarrow q) \wedge (q \vee p) \equiv q$$

$$E) p \Rightarrow \sim[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \equiv T$$

$$F) \sim p \Rightarrow (q \vee \sim p) \equiv T$$

نکته : هر گزاره شرطی همیشه درست را استلزام منطقی می گوییم.

استلزام های منطقی معروف عبارتند از:

$$1) \text{ قانون ادخال فاصل: } p \Rightarrow (p \vee q) \equiv T \quad 2) \text{ قانون حذف عاطف: } (p \wedge q) \Rightarrow p \equiv T$$

درستی تساوی های بالا را با تشکیل جدول نمایش دهید.

p	q	$p \vee q$	$p \Rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow p$

ترکیب دو شرطی دو گزاره :

هر گاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را بصورت $p \Leftrightarrow q$ می نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می نامیم. که با لفظ p اگر و تنها اگر q خوانده می شود.

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

مثال : مثلث متساوی الساقین است اگر و تنها اگر زوایای پای دو ساق با هم برابر باشند.

مثال: نقطه ای روی نیمساز زاویه است اگر و تنها اگر از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد.

صورت های مختلف ترکیب دو شرطی:

1) p اگر و تنها اگر q 2) اگر p آنگاه q و برعکس 3) p شرط لازم و کافی برای q است.

جدول ارزش ترکیب دو شرطی:

ترکیب دو شرطی فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q مثل هم باشد.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د

مثال: جدول ارزش $q \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)]$ را تشکیل دهید.

مثال: ثابت کنید: $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

نقیض ترکیب دو شرطی:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

مثال: نقیض گزاره " شرط لازم و کافی برای آنکه انسان پیروز شود آن است که تلاش کند" را بنویسید.

نکته: دو هم ارزی زیر را به خاطر بسپاریم.

الف) $p \Leftrightarrow T \equiv p$

اثبات بدون جدول :

اثبات با جدول:

ب) $p \Leftrightarrow F \equiv \sim p$

اثبات بدون جدول :

تمرین:

1) نقیض هر یک از گزاره های زیر را بنویسید.

الف) اگر عددی منفی باشد، آنگاه مربع آن مثبت است.

ب) شرط لازم و کافی برای آنکه عددی فرد باشد آن است که مجذور آن عدد فرد باشد.

2) به کمک جدول ارزش گزاره ثابت کنید.

$$(p \vee q) \Rightarrow r \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)$$

$$p \vee (q \Leftrightarrow r) \equiv (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r)$$

3) اگر ارزش گزاره $q \Rightarrow [r \wedge (p \vee q)]$ نادرست باشد، ارزش هر یک از گزاره های p, q, r را تعیین کنید.

4) هر گاه ارزش گزاره $q \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$ درست باشد ثابت کنید: $p \wedge q \equiv T$

5) اگر P گزاره ای درست، q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه باشد، ارزش گزاره های زیر را تعیین کنید.

$$1) (p \Leftrightarrow q) \wedge r$$

$$2) (\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$$

$$3) (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

$$4) (\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$$

سورها:

سور عمومی: برای بیان عبارتها با استفاده از نمادهای ریاضی به جای عبارت

"به ازای هر" یا "به ازای جميع مقادير" از نماد " $\forall$ " استفاده می کنیم.

و به جای عبارت "وجود دارد" یا "به ازای بعضی مقادير" از نماد " $\exists$ " استفاده می کنیم.

نماد $\forall$ سور عمومی و نماد $\exists$ سور وجودی نام دارند.

نکته: سورها می توانند ابتدای گزاره نما قرار بگیرند و گزاره نما را به گزاره ای با ارزش درست یا نادرست تبدیل کنند.

ارزش سور عمومی: سور عمومی وقتی درست است که هر عضو از دامنه که به جای متغیر گزاره نما قرار می دهیم،

صدق کند یا به عبارتی نتوانیم هیچ مثال نقضی برای آن پیدا کنیم.