

۱. مقادیر x و y را چنان بیابید که داشته باشیم:

$$(2x - y)^2 + (x - 1)^2 = 0$$

۲. ثابت کنید اگر $a \in \mathbb{Z}$ و a^2 عددی فرد باشد، آنگاه a عددی فرد است.

۳. ثابت کنید هرگاه n عددی صحیح و n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n نیز مضرب ۳ است.

۴. با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها نشان دهید که $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$.

۵. با استفاده از جدول ارزشی درستی گزاره‌ها، هم ارزی‌های منطقی زیر را اثبات کنید.

❶ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

❷ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

۶. با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید که:

❶ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

❷ $\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

۷. جدول زیر را کامل کنید.

گزاره p	گزاره q	ارزش p	ارزش q	ارزش $(p \Rightarrow q)$	ارزش $(p \wedge q)$
عدد ۲ زوج است.					د
	1×2			ن	
$2 \in \{1, 2\}$					ن
	عدد ۷ اول است.			د	

۸. بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها و با استفاده از جبر گزاره‌ها، هم ارزی‌های زیر را اثبات کنید.

❶ $[(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)] \wedge r \equiv r$

❷ $p \Leftrightarrow q \equiv \sim p \Leftrightarrow \sim q$

۹. به کمک جبر گزاره‌ها و بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها ثابت کنید.

❶ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \Rightarrow r$

❷ $p \Rightarrow (q \Rightarrow r) \equiv q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

۱۰. هرگاه $\sim p$ و q نادرست باشند، با ذکر دلیل و بدون استفاده از جدول، ارزش گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$ را تعیین کنید.

۱۱. بدون استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها، نشان دهید برای هر دو گزاره دلخواه p و q گزاره $p \Rightarrow (q \Rightarrow (p \wedge q))$ همواره درست است.

۱۲. ارزش گزاره‌های سوری زیر را تعیین کنید و سپس نقیض هر یک را بنویسید.

❶ $\forall x \in \mathbb{R}; x^2 > 0$

❷ $\exists y \in \mathbb{R}; y < 0 \wedge y^2 \leq 1$

$$p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

سؤالات تستی

بخش ۱

آشنایی با منطق ریاضی

$$p \wedge (\sim p \vee q) \equiv p \wedge q$$

۱. کدام یک از جملات زیر گزاره محسوب نمی‌شوند؟

- ۱ هیچ عدد اولی وجود ندارد که زوج باشد. ۲ عدد ۷۲ مقدس است.
۳ عددی که مربع کامل نباشد حتماً اول است. ۴ هیچ مربع کاملی وجود ندارد که مضرب ۵ باشد.

۲. جدول ارزش $(3n+1)$ گزاره دارای ۱۲۸ حالت متمایز است. جدول ارزش $(5n-1)$ گزاره دارای چند حالت است؟

- ۱ ۲۵۶ ۲ ۵۱۲ ۳ ۱۰۲۴ ۴ ۲۰۴۸

۳. اگر از میان تعدادی گزاره، یک گزاره را حذف کنیم، از تعداد سطرهای جدول ارزش گزاره‌ها ۱۶ سطر کم می‌شود، تعداد گزاره‌های اولیه کدام است؟

- ۱ ۸ ۲ ۷ ۳ ۶ ۴ ۵

۴. در جدول ارزش گزاره‌های p, q, r, s, t چند بار حرف (ن) به معنی نادرست نوشته می‌شود؟

- ۱ ۴۰ ۲ ۶۴ ۳ ۸۰ ۴ ۸۱

۵. دامنه متغیر گزاره‌نمای $\sqrt{3x+1} \leq 6$ اعداد طبیعی است. مجموعه جواب این گزاره‌نما چند عضو دارد؟

- ۱ ۱۰ ۲ ۱۱ ✓ ۳ ۱۲

۴ مجموعه جواب این گزاره‌نما، نامتناهی است.

۶. گزاره $\sim(p \Rightarrow q)$ با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

(سراسری - ۹۸)

- ۱ $\sim p \vee q$ ۲ $p \vee \sim q$ ۳ $\sim p \wedge q$ ۴ $p \wedge \sim q$

۷. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$ است؟

(خارج از کشور - ۹۹)

- ۱ p ۲ q ۳ $p \wedge q$ ۴ $p \Rightarrow q$

۸. گزاره $(\sim p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge r)$ با کدام گزاره زیر، هم ارزش است؟

(خارج از کشور - ۹۸)

- ۱ $p \vee (q \wedge r)$ ۲ $p \wedge (q \vee r)$ ۳ $r \Rightarrow (p \wedge q)$ ۴ $r \Rightarrow (p \vee q)$

۹. کدام یک از گزاره‌های زیر، هم ارز منطقی گزاره $p \Leftrightarrow q$ است؟

(سراسری - ۹۹)

- ۱ $(p \wedge q) \vee \sim (p \vee q)$ ۲ $(p \vee q) \vee \sim (p \wedge q)$ ۳ $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ ۴ $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

۱۰. کدام گزاره زیر، هم ارز منطقی گزاره $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow q$ است؟

(سراسری - ۰)

- ۱ p ۲ $p \vee q$ ۳ q ۴ $\sim p \Leftrightarrow q$

۱۱. اگر گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و r گزاره دلخواهی باشد، کدام یک از گزاره‌های زیر همواره نادرست است؟

- ۱ $(p \vee q) \wedge r$ ۲ $(p \wedge r) \vee q$ ۳ $(p \Rightarrow r) \wedge q$ ۴ $(p \Leftrightarrow q) \vee r$

۱۲. ارزش کدام گزاره مرکب همواره نادرست است؟

- ۱ $(p \vee q) \vee (\sim q \vee \sim p)$ ۲ $(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \vee q)$ ۳ $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ ۴ $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

۱۳. گزاره $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim r \wedge p)$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز است؟

- ۱ $(p \Rightarrow q) \wedge r$ ۲ $p \wedge (\sim r \vee \sim q)$ ۳ $(p \wedge \sim q) \wedge (r \Rightarrow q)$ ۴ $p \vee (q \vee \sim r)$

۱۴. گزاره $\sim p \wedge [(p \Rightarrow q) \vee (p \Leftrightarrow q)]$ با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز است؟

- ۱ p ۲ q ۳ $\sim p$ ۴ $\sim q$

۱۵. اگر گزاره $(\sim p \vee q)$ نادرست و گزاره $(p \Rightarrow r)$ نادرست باشد، کدام گزاره همواره نادرست است؟

- ۱ $\sim [(p \Rightarrow q) \vee p] \vee \sim r$ ۲ $r \Rightarrow [(p \wedge \sim q) \vee q]$ ۳ $p \wedge (r \Rightarrow (\sim p \vee q))$ ۴ $(p \wedge r) \vee \sim (r \Rightarrow (p \vee q))$