

تناسب



شیر و فراورده‌های آن، منبع بسیار غنی کلسیم هستند. مصرف روزانه‌ی شیر در کودکی و نوجوانی، باعث رشد و استحکام استخوان‌های بدن می‌شود. بین مقدار شیر و کلسیم آن چه رابطه‌ای وجود دارد؟

۱- در یک آزمایشگاه صنایع شیر، مقدار کلسیم شیر را اندازه‌گیری کردند. نتیجه‌ی آزمایش به صورت زیر بود:

	آزمایش ۲		آزمایش ۱	
کلسیم (گرم)	۱۲	۱۸		
شیر (لیتر)	۱۰	۱۵		

الف) نسبت مقدار کلسیم به مقدار شیر را در هر آزمایش به صورت کسر بنویسید.

به ازای هر ۵ لیتر شیر، ۶ گرم کلسیم وجود دارد.

① $\frac{\text{کلسیم}}{\text{شیر}} = \frac{۱۲ \div ۲}{۱۰ \div ۲} = \frac{۶}{۵}$

② $\frac{\text{کلسیم}}{\text{شیر}} = \frac{۱۸ \div ۳}{۱۵ \div ۳} = \frac{۶}{۵}$

ب) آیا این دو نسبت برابرند؟ بله ————— چرا؟ زیرا نسبت هر دو پس از ساده‌شدن یکسان شد ($\frac{۶}{۵}$)

$$\frac{۱۲}{۱۰} = \frac{۱۸}{۱۵}$$

هر دو نسبت مساوی، یک تناسب را تشکیل می‌دهند.

پ) در آزمایشگاه مشخص شد که این نسبت برای هر مقدار دیگری از این شیر نیز برقرار است. به کمک همان جدول مشخص کنید که در ۲ لیتر شیر چند گرم کلسیم وجود دارد؟ ۲۴ گرم کلسیم

$\frac{۶}{۵} = \frac{۲۴}{۵}$ کلسیم به شیر، ۶ به ۵

$$\frac{\text{کلسیم}}{\text{شیر}} = \frac{۶ \times ۴}{۵ \times ۴} = \frac{۲۴}{۲۰}$$

ت) برای به دست آوردن ۶ گرم کلسیم به چند لیتر شیر نیاز داریم؟ ۵ لیتر شیر

در مثال بالا، دو مقدار کلسیم و شیر با هم متناسب‌اند.

$$\frac{\text{کلسیم}}{\text{شیر}} = \frac{۶ \times ۱}{۵ \times ۱} = \frac{۶}{۵}$$

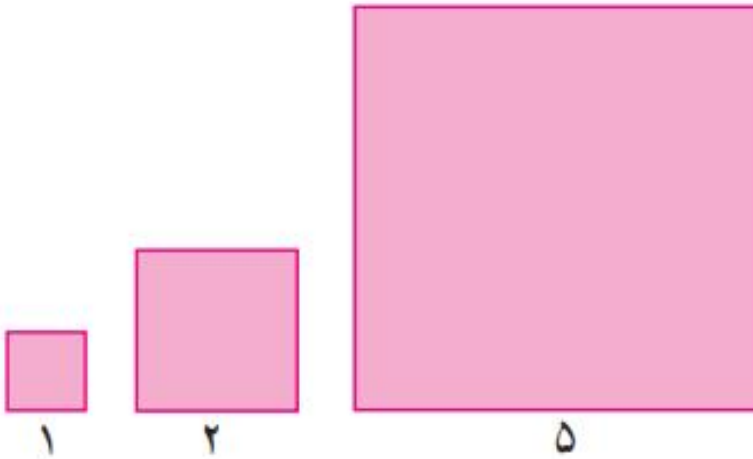
جدول را کامل کنید و با استفاده از آن ۳ تناسب بنویسید.

۲- چند مربع و اندازه‌ی ضلع آنها داده شده است.

۲- چند مربع و اندازه‌ی ضلع آنها داده شده است.

$$۴ \times \text{اندازه‌ی ضلع} = \text{محیط مربع}$$

$$\text{اندازه ضلع} \times \text{اندازه‌ی ضلع} = \text{مساحت مربع}$$



الف) جدول‌های زیر را کامل کنید.

اندازه‌ی ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازه‌ی محیط	۴	۸	۲۰	۴۰

اندازه‌ی ضلع	۱	۲	۵	۱۰
اندازه‌ی مساحت	۱	۴	۲۵	۱۰۰

ب) **نسبت اندازه‌ی محیط به اندازه‌ی ضلع** را در هر مربع تعیین کنید و آنها را باهم مقایسه کنید. $\frac{۴}{۱} = \frac{۸}{۲} = \frac{۲۰}{۵} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$ **نسبت‌های ساده‌شده** (۴) شده‌اند. پس **نسبت‌ها برابرند** و متناسبند.

پ) **نسبت اندازه‌ی مساحت به اندازه‌ی ضلع** را برای هر مربع تعیین کنید و آنها را باهم مقایسه کنید. $\frac{۱}{۱} = \frac{۴}{۲} = \frac{۲۵}{۵} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱$ **نسبت‌های ساده‌شده** برابر نیستند و باهم متناسب نیستند.

در مثال بالا، اندازه‌ی ضلع با اندازه‌ی محیط متناسب است ولی اندازه‌ی ضلع با اندازه‌ی مساحت متناسب نیست.

• کار در کلاس •

۱- به الگوی زیر توجه کنید. سپس، جدول زیر را کامل کنید.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

تعداد مثلث‌ها	۱	۲	۳	۵	۱۰
تعداد چوب کبریت‌ها	۳	۵	۹	۱۵	۳۰
نسبت تعداد مثلث به چوب کبریت	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۵}$	$\frac{۳}{۹}$	$\frac{۵}{۱۵}$	$\frac{۱۰}{۳۰}$

× ۳
تعداد مثلث
چوب کبریت

پس از ساده کردن نسبت‌ها برابر شد، پس تعداد مثلث‌ها با تعداد چوب کبریت‌ها متناسب است.

الف) میان تعداد مثلث‌ها و تعداد چوب کبریت‌ها چه رابطه‌ای وجود دارد؟

ب) با توجه به الگو، تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم چند تا می‌شود؟

پ) با استفاده از جدول بالا دو تناسب بنویسید.

$$\text{تعداد چوب کبریت} = \text{تعداد مثلث} \times ۳$$

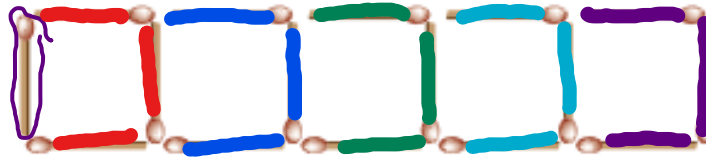
$$\text{تعداد چوب کبریت} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰$$

$$\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶} = \frac{۳}{۹} = \frac{۵}{۱۵} = \frac{۱۰}{۳۰}$$

$$\frac{۳}{۹} = \frac{۱۰}{۳۰}$$

$$\frac{۲}{۶} = \frac{۵}{۱۵}$$

۲- با توجه به شکل، جدول زیر را کامل کنید.



رابطه

$$+1 \times (\text{تعداد مربع}) = \text{تعداد چوب کبریت}$$

تعداد مربع	۱	۲	۳	۴	۵	۷	۱۰
تعداد چوب کبریت	۴	۷	۱۰	۱۳	۱۶	۲۲	۳۱
نسبت تعداد مربع به چوب کبریت	$\frac{۱}{۴}$	$\frac{۲}{۷}$	$\frac{۳}{۱۰}$	$\frac{۴}{۱۳}$	$\frac{۵}{۱۶}$	$\frac{۷}{۲۲}$	$\frac{۱۰}{۳۱}$

قابل ساده شدن نیستند

آیا نسبت های نوشته شده با هم برابرند؟ خیر

با توجه به جدول بالا، آیا می توان یک یا چند تناسب نوشت؟
بین تعداد مربع ها و تعداد چوب کبریت ها نسبت یکسانی وجود ندارد. پس تناسب برقرار نیست.

فعالیت

دستمزد کل

۱- بهنام ۳ روز و مراد ۵ روز کار کردند و روی هم ۴۰۰۰۰۰ تومان دستمزد گرفتند. حالا شما جاهای خالی را

پر کنید و دستمزد هر کدام را به دست آورید.

	کار (روز)	مزد
بهنام	۳	
مراد	۵	
مجموع	۸	۴۰۰۰۰۰

(جزء بهنام)

$$\frac{۳ \times ۵۰۰۰۰}{۸ \times ۵۰۰۰۰} = \frac{۱۵۰۰۰۰}{۴۰۰۰۰}$$

(کل کل)

(جزء مراد)

$$\frac{۵ \times ۵۰۰۰۰}{۸ \times ۵۰۰۰۰} = \frac{۲۵۰۰۰۰}{۴۰۰۰۰}$$

(کل کل)

روز (کل) $\rightarrow ۸ = ۳ + ۵ =$ بهنام + مراد = مجموع روزهایی که کار کردند

۲- نسبت اندازه‌های دو زاویه ۳ به ۵ است. اگر اختلاف این دو زاویه ۱۰ درجه باشد، اندازه‌ی هر زاویه را پیدا کنید.

نسبت زاویه کوچکتر به زاویه بزرگتر ۳ به ۵ است

اختلاف نسبتها: $5 - 3 = 2$

مجموع نسبتها: $5 + 3 = 8$

زاویه‌ی کوچک‌تر	۳	۱۵ درجه	زاویه بزرگتر	$\frac{5 \times 5}{2 \times 5} = \frac{25}{10}$
زاویه‌ی بزرگ‌تر	۵	۲۵ درجه	زاویه کوچکتر	$\frac{3 \times 5}{2 \times 5} = \frac{15}{10}$
اختلاف دو زاویه	۲	۱۰ درجه	اختلاف	

• کار در کلاس •

۱- در هر قسمت، در جای خالی عدد مناسبی بنویسید تا یک تناسب به دست آید. به نمونه‌ی حل شده توجه کنید.

$$\frac{4}{3} = \frac{28}{\quad} \rightarrow \frac{4}{3} = \frac{28}{21}$$

$\begin{matrix} \times 7 \\ \curvearrowright \\ \times 7 \end{matrix}$

$$\frac{118}{70} = \frac{354}{210}$$

$\begin{matrix} \times 3 \\ \curvearrowright \\ \times 3 \end{matrix}$

عملیات
عکس
برعکس

$$210 \div 3 = 70$$

$$\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$\begin{matrix} \div 5 \\ \curvearrowright \\ \div 5 \end{matrix}$

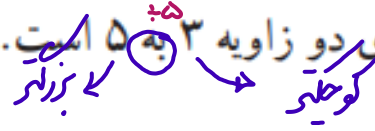
$$\frac{7}{65} = \frac{13}{\quad}$$

$\begin{matrix} \div 5 \\ \curvearrowright \\ \div 5 \end{matrix}$

عملیات
عکس
برعکس

$$7 \times 5 = 35$$

۲- نسبت اندازه‌های دو زاویه ۳ به ۵ است. اگر زاویه‌ی بزرگ‌تر 60° باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی کوچک‌تر چند



درجه است؟ 36 درجه است

جزء کوچک‌تر $\frac{3 \times 12}{5 \times 12} = \frac{36}{60}$

جزء بزرگ‌تر $\frac{5 \times 12}{5 \times 12} = \frac{60}{60}$

واقعی نسبت

طول	۵	
عرض	۳	
مساحت	۱۶	۲۴۰

$\begin{matrix} \times 2 \\ \curvearrowright \\ \times 2 \end{matrix}$

۳- نسبت مستطیلی 240 متر و نسبت طول آن به عرضش 5 به 3 است. $16 = (5 \div 3) \times 240$ = نسبت

$$\frac{\text{عرض}}{\text{مساحت}} = \frac{3 \times 15}{16 \times 15} = \frac{45}{240} \rightarrow \text{عرض}$$

$$\frac{\text{طول}}{\text{مساحت}} = \frac{5 \times 15}{16 \times 15} = \frac{75}{240} \rightarrow \text{طول}$$

(ب) اندازه‌ی مساحت این مستطیل را تعیین کنید.

$$\text{مترمربع} = 375 \text{ و } 3 = 75 \times 45 = \text{عرض} \times \text{طول} = \text{مساحت}$$

• تمرین •

۱- آیا مقدارهای داده شده در هر قسمت متناسب اند؟ اگر متناسب اند، تناسب مربوط به آنها را بنویسید.

الف) ۱۲ کیلو آرد و ۳ کیلو شکر متناسبند

۷۲ کیلو آرد و ۱۸ کیلو شکر

$$\frac{12}{3} = \frac{72}{18}$$

کرد شکر

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{12 \div 3}{3 \div 3} = \frac{4}{1} \\ \frac{72 \div 9}{18 \div 9} = \frac{8}{2} = \frac{4}{1} \end{array} \right.$$

ب) ۳۲۰ متر در مدت ۸ دقیقه

۱۸۰ متر در مدت ۶ دقیقه

پس دو نسبت متناسب نیستند

$$\frac{320}{8} \neq \frac{180}{6}$$

مسافت زمان

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{320 \div 1}{8 \div 1} = \frac{40}{1} \\ \frac{180 \div 6}{6 \div 6} = \frac{30}{1} \end{array} \right.$$

پ) ۲ معلم برای ۲۴ دانش آموز

۶ معلم برای ۷۲ دانش آموز

متناسبند

$$\frac{2}{24} = \frac{6}{72}$$

معلم دانش آموز

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2 \div 2}{24 \div 2} = \frac{1}{12} \\ \frac{6 \div 6}{72 \div 6} = \frac{1}{12} \end{array} \right.$$

۲- در هر قسمت، در جاهای خالی عددهای مناسب بنویسید تا تناسب به دست آید.

$$\frac{۲۰ \times ۴}{۲۵ \times ۴} = \frac{۱۰}{۱۰۰}$$

$$\frac{۱۶ \div ۸}{۲۴ \div ۸} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۶ \times ۲}{۱ \times ۲} = \frac{۱۲}{۲}$$

$$\frac{۶۳ \div ۹}{۳۶ \div ۹} = \frac{۷}{۴}$$



$$۶۰ + ۳۰ = ۹۰ \text{ دقیقه}$$

۶۰ دقیقه

۳- هواپیمایی ۱۲۰۰ کیلومتر را در مدت ۱ ساعت و ۳۰ دقیقه طی می کند.

این هواپیما با همین سرعت در ۲ ساعت چند کیلومتر را طی می کند؟

نکته: در نسبت ها از واحدهای برابر استفاده می کنیم

$$\frac{\text{مسافت (کیلومتر)}}{\text{زمان (دقیقه)}} = \frac{۱۲۰۰}{۹۰} = \frac{\text{○}}{۱۲۰}$$

برای حل این گونه نسبت ها، همواره در ابتدا، نسبت اول را ساده کنید:

$$\frac{۱۲۰۰ \div ۱۰}{۹۰ \div ۱۰} = \frac{۱۲۰ \div ۳}{۹ \div ۳} = \frac{۴۰}{۳}$$

دوباره تناسب مربوط به حل مسئله را با نسبت به دست آمده بنویسید:

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{۴۰ \times ۴۰}{۳ \times ۴۰} = \frac{\text{○}}{۱۲۰}$$

هواپیما ۱۶۰۰ کیلومتر را در مدت ۲ ساعت می پیماید.

شیر
شیر
شیر
چای
چای
چای
چای
چای

شیر چای

شیر + چای

۴- برای تهیه ی شیر چای، شیر و چای را به نسبت ۳ به ۵ مخلوط می کنیم.

الف) اگر ۱۲ لیوان شیر داشته باشیم، چند لیوان چای لازم داریم؟ ۲۰

ب) اگر ۱۵ لیوان چای داشته باشیم، چند لیوان شیر لازم داریم؟ ۹

به ازای هر ۳ لیوان شیر، ۵ لیوان چای
در تهیه شیر چای استفاده
می شود

الف)
$$\frac{\text{شیر}}{\text{چای}} = \frac{۳ \times ۴}{۵ \times ۴} = \frac{۱۲}{۲۰}$$

۲۰ لیوان چای لازم داریم

ب)
$$\frac{\text{شیر}}{\text{چای}} = \frac{۳ \times ۳}{۵ \times ۳} = \frac{۹}{۱۵}$$

۹ لیوان شیر لازم داریم

۵- برای ساختن یک نوع بُتن، ۷ پیمانه ماسه را با ۲ پیمانه سیمان مخلوط می کنند.

الف) نسبت اندازه‌ی ماسه به اندازه‌ی مخلوط چقدر است؟ $\frac{7}{9}$ (۷ به ۹)

ب) در ۱۸۹ پیمانه از این مخلوط، چند پیمانه ماسه و چند پیمانه سیمان وجود دارد؟

ماده: $7 + 2 = 9$ مخلوط

$$\frac{\text{ماسه}}{\text{مخلوط}} = \frac{2 \times 21}{9 \times 21} = \frac{42}{189}$$
 ۴۲ پیمانه ماسه

$$\frac{\text{سیمان}}{\text{مخلوط}} = \frac{7 \times 21}{9 \times 21} = \frac{147}{189}$$
 ۱۴۷ پیمانه سیمان

$$\begin{array}{r} 189 \overline{) 9} \\ - 180 \\ \hline 09 \\ - 9 \\ \hline 0 \end{array}$$
 ۲۱



۶- زهره ۱۲ کتاب بیشتر از نسرين دارد. اگر نسبت کتاب‌های زهره به کتاب‌های نسرين ۵ به ۳ باشد، زهره و نسرين هر کدام چند کتاب دارند؟
راهنمایی: به اختلاف نسبت‌ها توجه کنید و سپس از تناسب استفاده کنید.

زهره ۱۲ کتاب بیشتر از نسرين دارد؛ یعنی: $۱۲ = (\text{تعداد کتاب‌های نسرين}) - (\text{تعداد کتاب‌های زهره})$

کتاب‌های زهره
 کتاب‌های نسرين

$$\frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۱۵}{۹} = \frac{۲۰}{۱۲} = \frac{۲۵}{۱۵} = \frac{۳۰}{۱۸}$$

اختلاف: (۴) (۶) (۸) (۱۰) (۱۲)

پوش اول:

$۵ - ۳ = ۲$: اختلاف نسبت‌ها

پوش دوم:

زهره	۵	?
نسرين	۳	?
اختلاف	۲	۱۲

$$\frac{\text{زهره}}{\text{اختلاف}} = \frac{۵ \times ۶}{۲ \times ۶} = \frac{۳۰}{۱۲}$$

$$\frac{\text{نسرين}}{\text{اختلاف}} = \frac{۳ \times ۶}{۲ \times ۶} = \frac{۱۸}{۱۲}$$

۷- با استفاده از جدول روبه‌رو، مسئله‌ای درباره‌ی تناسب بنویسید و آن را حل کنید.

بارام	۶	۲
شکر	?	۷

برای تهیه‌ی یک جعبه پولکی، نسبت شکر به خلال بارام، ۷ به ۲ است.

برای ۶ لیوان خلال بارام به چند لیوان شکر نیاز داریم؟ ۲۱ لیوان شکر نیاز داریم

$$\frac{2 \times 3}{7 \times 3} = \frac{6}{21}$$