



۱ در یک لیگ والیبال ۷۸ بازی انجام شده است تعداد تیم‌ها کدام است؟ (هر دو تیم با هم یک بار بازی کرده‌اند)

- ۱۱ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

۲ اگر  $r_1$  و  $r_2$  ریشه‌های حقیقی و متمایز  $x^2 + px + 8 = 0$  باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۱  $|r_1 + r_2| > 4\sqrt{2}$  (۱)      ۲  $r_2 < -3, r_1 < -2$  (۲)      ۳  $|r_2| > 3, |r_1| > 4$  (۳)      ۴  $|r_1 + r_2| < 4\sqrt{2}$  (۴)

۳ تعداد ریشه‌های معادله  $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$  و مجموع مجذورات آنها به ترتیب کدام است؟

- ۳ و ۲ (۱)      ۶ و ۲ (۲)      ۳ و ۴ (۳)      ۶ و ۴ (۴)

۴ معادله‌ی  $\frac{1}{x^2 + x - 4} + \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 + x + 4} = 0$  چند جواب دارد؟

- صفر (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۵ در معادله  $\frac{2x-4}{x+1} = \frac{x+1}{2x-4}$  مجموع ریشه‌ها کدام است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

۶ در معادله‌ی درجه دوم  $x^2 + bx + c = 0$  با شرط  $b = c + 1$  یکی از ریشه‌های آن کدام است؟

- c (۱)      ۲b - 1 (۲)       $\frac{b}{2}$  (۳)      c (۴)

۷ اگر  $\frac{4}{x} + \frac{4}{x^2} = 1$  باشد، آنگاه مقدار  $\frac{2}{x}$  کدام است؟

- 1 (۱)      1 (۲)      ۲ (۳)      -۲ (۴)

۸ مجموع جواب‌های حقیقی معادله  $x^4 + x^3 + x^2 + x = 0$  کدام است؟

- صفر (۱)      -1 (۲)      1 (۳)      ۲ (۴)

۹ مجموع ضرایب معادله‌ی درجه دومی صفر است؛ یکی از جواب‌های معادله کدام است؟

- 1 (۱)      صفر (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)      1 (۴)

۱۰ مجموع ریشه‌های معادله  $(x-1)^2 - 5|x-1| + 4 = 0$  کدام است؟

- 1۰ (۱)      ۵ (۲)      ۴ (۳)      صفر (۴)

۱۱ کدام یک از معادلات زیر، دو جواب حقیقی دارد؟ ( $m$  برابر صفر نیست.)

- ۱  $mx^2 + 2x + 1 = 0$  (۱)      ۲  $3x^2 - mx + 4 = 0$  (۲)      ۳  $2x^2 - mx - m = 0$  (۳)      ۴  $2mx^2 + 3x - m = 0$  (۴)

۱۲ کدام یک از معادله‌های زیر ریشه مضاعف دارد؟

- ۱  $4x^2 - 12x + 9 = 0$  (۱)      ۲  $3x^2 + 4x - 2 = 0$  (۲)      ۳  $x^2 - 2x + 3 = 0$  (۳)      ۴  $x^2 + 3x - 2 = 0$  (۴)

۱۳ تعداد جواب‌های معادله‌ی  $4x^5 - 4x = 0$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)      ۵ (۴)



۱۴ در معادله  $3x^2 - 15x + m = 0$  اگر یکی از ریشه‌ها ۲ واحد از ریشه‌ی دیگر بزرگتر باشد، آنگاه  $m$  کدام است؟

- ۱  $\frac{59}{5}$  ۲  $\frac{63}{5}$  ۳  $\frac{59}{4}$  ۴  $\frac{63}{4}$

۱۵ مجموع ریشه‌های حقیقی معادله  $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$  کدام است؟

- ۱ -۴ ۲ -۲ ۳ ۲ ۴ ۴

۱۶ کدام یک از معادلات زیر جواب حقیقی ندارند؟

- ۱  $x^2 - 3x + 1 = 0$  ۲  $3x^2 - 7x + 2 = 0$  ۳  $-2x^2 - 3x + 4 = 0$  ۴  $x^2 + 3x + 10 = 0$

۱۷ در معادله  $\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$  تفاضل معکوس جواب از خود جواب کدام است؟

- ۱  $\frac{5}{4}$  ۲  $\frac{3}{2}$  ۳  $\frac{7}{4}$  ۴  $\frac{5}{2}$

۱۸ در معادله  $x(6x + 5) = 4$  کوچکترین جواب کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$  ۲  $\frac{-1}{2}$  ۳  $\frac{-1}{6}$  ۴  $\frac{-4}{3}$

۱۹ اگر  $A = \{x : x^2 - 5x + 4 = 0, x \in N\}$  و  $B = \{x : x^2 - 4 = 0, x \in N\}$  باشد، آنگاه  $A \cup B$  چند زیرمجموعه دارد؟

- ۱ ۲ ۲ ۴ ۳ ۱۶ ۴ ۸

۲۰ جواب‌های معادله  $x^2 + 6x + 4 = -3x^2 + 6x + 5$  کدام‌اند؟

- ۱  $-1, \frac{1}{2}$  ۲  $1, \frac{-1}{2}$  ۳  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$  ۴  $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}$

۲۱ اگر  $\begin{cases} x = x_1 \\ y = y_1 \end{cases}$  جواب دستگاه  $\begin{cases} x^2 - 6x + 1 = 0 \\ y^2 - 6y + 1 = 0 \end{cases}$  باشد و  $x_1 < y_1$  باشد، آنگاه  $\frac{x_1}{y_1}$  کدام است؟

- ۱  $3 - 2\sqrt{2}$  ۲  $7 - 4\sqrt{2}$  ۳  $17 - 12\sqrt{2}$  ۴  $13 - 9\sqrt{2}$

۲۲ به ازای کدام مقدار  $m$  ریشه‌های حقیقی معادله  $mx^2 + 3x + m^2 = 2$  معکوس هم‌اند؟

- ۱ -۲ ۲ -۱ ۳ ۱ ۴ ۲

۲۳ مساحت زمین مستطیلی شکلی ۱۸ متر مربع و محیط آن ۱۷ متر است. اختلاف طول و عرض زمین کدام است؟

- ۱ ۰٫۲۵ ۲ ۱ ۳ ۰٫۵ ۴ ۲

۲۴ عددی مثبتی با ۳ جمع شده و حاصل آن نصف شده و به توان ۲ رسیده است. اگر جواب ۴ شده باشد، آن عدد کدام است؟

- ۱ ۳ ۲ ۱ ۳ ۵ ۴ ۷

۲۵ مجموع مربعات سه عدد متوالی برابر با دو است، مجموع آن سه عدد کدام است؟

- ۱ -۱ ۲ صفر ۳ ۱ ۴ ۲

۲۶ ریشه‌های معادله  $x^2 - x - 1 = 0$  متعلق به چه مجموعه‌ای از اعداد است؟

- ۱  $Z$  ۲  $Q$  ۳  $Q'$  ۴  $N$

۲۷ عدد  $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$  ریشه معادله  $x^2 - 6x + c = 0$  می‌باشد. مقدار  $c$  کدام است؟

- ۱ ۹ ۲ ۸ ۳ ۷ ۴ ۶

۲۸ معادله  $x - 5\sqrt{x} + 4 = 0$  چند ریشه دارد؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳



۲۹ فشار خون نرمال یک شخص مؤنث با رابطه  $P = 0,005s^2 - 0,02s + 12$  بیان می‌شود که در آن  $s$  سن شخص است. اگر فشار خون نرمال شخصی ۱۳٫۶ باشد، سن او کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۳۰ محیط و مساحت مستطیلی برابر ۵۶ و ۱۹۲ است. با حل کدام معادله مقادیر طول و عرض مستطیل به دست می‌آید؟

$$x^2 - 14x + 96 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 + 14x - 96 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 28x - 192 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - 28x + 192 = 0 \quad (۱)$$



## پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

اگر  $n$  تیم در یک لیگ بازی کنند به طوری که هر دو تیم با هم دقیقاً یک بازی انجام دهند تعداد بازی‌ها برابر است با:

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

$$\frac{n(n-1)}{2} = 78 \Rightarrow n(n-1) = 156 \Rightarrow n^2 - n - 156 = 0$$

جمله مشترک  
 $\longrightarrow (n-13)(n+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n-13=0 \Rightarrow n=13 \checkmark \\ n+12=0 \Rightarrow n=-12 \end{cases}$  (غ.ق. تعداد بازی‌ها نمی‌تواند منفی باشد.)

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$x^2 + px + 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4 \times 1 \times 8}}{2 \times 1} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 32}}{2}$$

برای اینکه ریشه‌ها حقیقی و متمایز باشد باید  $\Delta$  مثبت باشد:

$$0 < p^2 - 32 \rightarrow 32 < p^2 \rightarrow \sqrt{32} < |p| \Rightarrow 4\sqrt{2} < |p|$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} \Rightarrow r_1 + r_2 = -p \Rightarrow |r_1 + r_2| = |-p| \Rightarrow |r_1 + r_2| = |p| \Rightarrow 4\sqrt{2} < |r_1 + r_2|$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$x^2 - 3x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 3t + 1 = 0 \rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow x^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \\ t = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \rightarrow x^2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \end{cases}$$

$$\left( \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left( -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left( \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \right)^2 + \left( -\sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} \right)^2$$

$$= \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 + \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\frac{1}{x^2 + x - 4} + \frac{1}{x^2 + x + 1} + \frac{1}{x^2 + x + 4} = 0 \xrightarrow{\text{با فرض } x^2 + x + 1 = t} \frac{1}{t - 5} + \frac{1}{t} + \frac{1}{t + 3} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t - 5} + \frac{1}{t + 3} = -\frac{1}{t} \Rightarrow \frac{t + 3 + t - 5}{t^2 - 2t - 15} = -\frac{1}{t}$$

$$\frac{2t - 2}{t^2 - 2t - 15} = -\frac{1}{t} \Rightarrow 2t^2 - 2t = -t^2 + 2t + 15 \Rightarrow 3t^2 - 4t - 15 = 0$$

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - (4 \times 3 \times (-15))}}{2 \times 3} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{4 + 14}{6} = \frac{18}{6} = 3 \\ t = \frac{4 - 14}{6} = \frac{-10}{6} \end{cases}$$



$$x^2 + x + 1 = t \Rightarrow \begin{cases} t=3 \\ \rightarrow x^2 + x + 1 = 3 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x-1)(x+2) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \\ t = \frac{-b}{a} \\ \rightarrow x^2 + x + 1 = \frac{-5}{3} \Rightarrow x^2 + x + \frac{8}{3} = 0 \\ \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times \frac{8}{3} = \frac{-29}{3} < 0 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

در معادله‌ی درجه دو:  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع ریشه‌ها برابر است با:  $-\frac{b}{a}$ .

$$\frac{2x-4}{x+1} = \frac{x+1}{2x-4} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (2x-4)^2 = (x+1)^2 \Rightarrow 4x^2 + 16 - 16x = x^2 + 1 + 2x$$

$$3x^2 + 15 - 18x = 0 \rightarrow x^2 + 5 - 6x = 0$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } \frac{-b}{a} = -\frac{-6}{1} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{b=c+1} x^2 + (c+1)x + c = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x+1)(x+c) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x+c = 0 \Rightarrow x = -c \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow 1^2 - 2 \times \frac{2}{x} + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow \left(1 - \frac{2}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2}{x} = 0 \Rightarrow \frac{2}{x} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$x^4 + x^3 + x^2 + x = 0 \Rightarrow (x^4 + x^3) + (x^2 + x) = 0 \Rightarrow x^3(x+1) + x(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^3 + x) = 0 \rightarrow (x+1)x(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها: } 0 + (-1) = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

اگر مجموع ضرایب یک عبارت درجه دوم برابر با صفر باشند، یکی از ریشه‌ها  $x = 1$  است.

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \text{ یکی از ریشه‌ها:}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$(x-1)^2 - 5|x-1| + 4 = 0 \Rightarrow |x-1|^2 - 5|x-1| + 4 = 0 \xrightarrow{|x-1|=t} t^2 - 5t + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t-1 = 0 \Rightarrow t = 1 \rightarrow |x-1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ x-1 = -1 \Rightarrow x = 0 \end{cases} \\ t-4 = 0 \Rightarrow t = 4 \rightarrow |x-1| = 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1 = 4 \Rightarrow x = 5 \\ x-1 = -4 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = 2 + 0 + 5 + (-3) = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$2mx^2 + 3x - m = 0$$

$$\Delta = 9 - 4(2m)(-m) = 9 + 8m^2 \text{ دو جواب: همواره مثبت: } \Delta = 9 + 8m^2$$

پاسخ: وقتی  $\Delta = 0$  شود معادله ریشه مضاعف خواهد داشت. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$1) \Delta = 144 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0 \rightarrow \text{ریشه مضاعف: } (2x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$2) \Delta = 16 - 4(3)(-2) = 16 + 24 = 40 > 0 \text{ دو جواب}$$

$$3) \Delta = 4 - 4(1)(3) = 4 - 12 = -8 < 0 \text{ جواب ندارد}$$



۴)  $\Delta = 9 - 4(1)(-2) = 9 + 8 = 17 > 0$  دو جواب

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$4x^5 - 4x = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور } 4x} 4x(x^4 - 1) = 0 \Rightarrow 4x(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$

$$4x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 1 = 0 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

در معادله‌ی درجه دو  $ax^2 + bx + c = 0$  اختلاف ریشه‌ها برابر است با  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$$|x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

$3x^2 - 15x + m = 0$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt{(-15)^2 - (4 \times 3 \times m)}}{|3|} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{15^2 - 12m}}{3} = 2 \Rightarrow \sqrt{225 - 12m} = 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 225 - 12m = 36$$

$$\Rightarrow 189 = 12m \Rightarrow m = \frac{189}{12} = \frac{63}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0 \xrightarrow{x^2 + x = t} t^2 - 18t + 72 = 0 \Rightarrow (t - 6)(t - 12) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t - 6 = 0 \Rightarrow t = 6 \\ t - 12 = 0 \Rightarrow t = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 6 \rightarrow x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \\ t = 12 \rightarrow x^2 + x = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌ها  $= -3 + 2 + 3 - 4 = -2$

۱۶ پاسخ: می‌دانیم وقتی  $\Delta < 0$  باشد معادله جواب حقیقی نخواهد داشت.

۱)  $\Delta = 9 - 4(1)(1) = 9 - 4 = 5 > 0$  دو جواب

۲)  $\Delta = 49 - 4(3)(2) = 49 - 24 = 25 > 0$  دو جواب

۳)  $\Delta = 9 - 4(-2)(4) = 9 + 32 = 41 > 0$  دو جواب

۴)  $\Delta = 9 - 4(1)(10) = 9 - 40 = -31 < 0$  جواب ندارد

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{x^2 - (2x+8)}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x-4} = 2x \Rightarrow \frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = 2x$$

$x \neq 4$  با فرض  $\frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = 2x \Rightarrow 2x = x + 2 \Rightarrow x = 2$

تفاضل معکوس جواب از خود جواب  $2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$x(6x + 5) = 4 \Rightarrow 6x^2 + 5x = 4 \Rightarrow 6x^2 + 5x - 4 = 0 \xrightarrow{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}}$

$$x_1, x_2 = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - (4 \times 6 \times -4)}}{2 \times 6} = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{12} = \frac{-5 \pm 11}{12}$$

جواب کوچک:  $\frac{-5 - 11}{12} = \frac{-16}{12} = -\frac{4}{3}$

۱۹ تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی:  $2^n$



برای  $A$  به کمک اتحاد  $x^2 - (a+b)x + ab = (x-a)(x-b)$  داریم:

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-4) = 0 \Rightarrow x = 4, & 4 \in \mathbb{N} \\ (x-1) = 0 \Rightarrow x = 1, & 1 \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow A = \{1, 4\}$$

برای  $B$  به کمک اتحاد مزدوج  $x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$  داریم:

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \Rightarrow x = 2, & 2 \in \mathbb{N} \\ x+2 = 0 \Rightarrow x = -2, & -2 \notin \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow B = \{2\}$$

تعداد زیر مجموعه‌ها:  $2^3 = 8$  سه عضو

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$x^2 + 6x + 4 = -3x^2 + 6x + 5 \Rightarrow 4x^2 = 5 - 4 \Rightarrow 4x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

دو معادله یکی هستند پس  $x_1$  و  $y_1$  ریشه‌های معادله  $a^2 - 6a + 1 = 0$  هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{9-1}}{1}, \quad y_1 = \frac{3 + \sqrt{9-1}}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{x_1}{y_1} = \frac{3 - \sqrt{8}}{3 + \sqrt{8}} \times \frac{3 - \sqrt{8}}{3 - \sqrt{8}} = \frac{17 - 6\sqrt{8}}{9 - 8} = 17 - 12\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

در معادله‌ی درجه دو  $ax^2 + bx + c = 0$  حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:  $\frac{c}{a}$

$$mx^2 + 3x + m^2 = 2 \Rightarrow mx^2 + 3x + m^2 - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} c = m^2 - 2 \\ a = m \end{cases}$$

ریشه‌ها معکوس هم‌اند پس حاصل ضرب آن‌ها یک است پس  $\frac{c}{a} = 1$  است.

$$\frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2}{m} = 1 \Rightarrow m^2 - 2 = m \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه جمله مشترک}} (m-2)(m+1) = 0$$

$$\begin{cases} m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \\ m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1 \end{cases}$$

هر دو جواب بدست آمده را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} m = 2 \rightarrow 2x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - (4 \times 2 \times 2) = 9 - 16 = -7 \Rightarrow \Delta < 0 \\ m = -1 \rightarrow -x^2 + 3x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - (4 \times (-1) \times (-1)) = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \Delta > 0 \end{cases}$$

پس  $m = -1$  پاسخ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$y$ : عرض،  $x$ : طول

$$\text{محیط} = 2(x+y) = 17 \Rightarrow x+y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = \frac{17}{2} - x$$

$$\text{مساحت} = xy = 18 \Rightarrow x\left(\frac{17}{2} - x\right) = 18 \Rightarrow -x^2 + \frac{17}{2}x = 18 \Rightarrow -x^2 + \frac{17}{2}x - 18 = 0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} \rightarrow 2x^2 - 17x + 36 = 0 \leftarrow$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{17 \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \times 2 \times 36}}{2 \times 2} = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 288}}{4} = \frac{17 \pm 1}{4} = \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x + y = \frac{17}{2} \xrightarrow{x=4} 4 + y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{2} \\ x + y = \frac{17}{2} \xrightarrow{x=\frac{9}{4}} \frac{9}{4} + y = \frac{17}{2} \Rightarrow y = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف طول و عرض} = \frac{9}{2} - 4 = 4,5 - 4 = 0,5$$

همچنین می‌توانیم از رابطه  $|x_p - x_q| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  برای محاسبه‌ی اختلاف ریشه‌ها (طول و عرض) استفاده کنیم:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$\left(\frac{x+3}{2}\right)^2 = 4 \rightarrow \frac{x+3}{2} = \pm\sqrt{4} \Rightarrow \frac{x+3}{2} = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = 2 \Rightarrow x = 1 \\ \frac{x+3}{2} = -2 \Rightarrow x = -7 \text{ غقیق } (-7 < 0) \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ اگر سه عدد را  $m, m+1, m+2$  فرض کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} m^2 + (m+1)^2 + (m+2)^2 &= 2 \Rightarrow m^2 + m^2 + 2m + 1 + m^2 + 4m + 4 = 2 \\ 3m^2 + 6m + 5 &= 2 \Rightarrow 3m^2 + 6m + 3 = 0 \xrightarrow{\div 3} m^2 + 2m + 1 = 0 \Rightarrow (m+1)^2 = 0 \\ \Rightarrow m+1 &= 0 \Rightarrow m = -1 \\ \begin{cases} m = -1 \\ m+1 = 0 \Rightarrow -1+0+1 = 0 \\ m+2 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

ریشه‌ها در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$ 

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x_1, x_2 = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - (4 \times 1 \times (-1))}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است پس  $1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5}$  اعدادی گنگ هستند تقسیم یک عدد گنگ بر یک عدد گویا (به شرطی که مخارج صفر نباشد) عددی گنگ است پس هر دو ریشه متعلق به مجموعه اعداد گنگ هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} = \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2} = 3 + \sqrt{2}$$

این عدد در معادله  $x^2 - 6x + c = 0$  صدق می‌کند:

$$(3 + \sqrt{2})^2 - 6(3 + \sqrt{2}) + c = 0 \Rightarrow 11 + 6\sqrt{2} - 18 - 6\sqrt{2} + c = 0 \Rightarrow c = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$x + 4 = 5\sqrt{x} \Rightarrow (x+4)^2 = 25x \Rightarrow x^2 + 8x + 16 = 25x$$

$$\Rightarrow x^2 - 17x + 16 = 0 \Rightarrow (x-16)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = 1 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$0,005s^2 - 0,02s + 12 = 13,6 \Rightarrow 0,005s^2 - 0,02s - 1,6 = 0 \xrightarrow{\times 200}$$

$$s^2 - 4s - 320 = 0 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (s-20)(s+16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} s-20=0 \Rightarrow s=20 \checkmark \\ s+16=0 \Rightarrow s=-16 \text{ غقیق} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ محیط مستطیل برابر ۵۶ است، پس مجموع طول و عرض برابر ۲۸ می‌باشد، بنابراین اضلاع مستطیل را  $x$  و  $28-x$  می‌نامیم. با توجه به مساحت مستطیل داریم:

$$x(28-x) = 192 \Rightarrow 28x - x^2 = 192 \Rightarrow x^2 - 28x + 192 = 0$$



# پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴