

(۱۵) سه حشره روی یک خط راست فرار دارند. در هر مرحله دو حشره مجاور جای خود را با هم عوض می‌کنند. آیا ممکن است بعد از ۳۱۳ مرحله در جای اول خود باشند؟

(۱۶) یک ۴۵ ضلعی منتظم مفروض است. آیا می‌توان رئوس آن را با عددهای صفر تا ۹ طوری شماره‌گذاری کرد که برای هر دو عدد مختلف، ضلعی وجود داشته باشد که دو انتهای آن با این عددها شماره‌گذاری شده باشند؟

(۱۷) تعداد ماتریس‌های $m \times n$ با درایه‌های $+1$ و -1 را پیدا کنید که حاصل ضرب عناصر هر سطر آن برابر -1 و حاصل ضرب عناصر هر ستون آن نیز برابر -1 شود؟

(۱۸) یک صفحه شطرنجی 6×6 را توسط ۱۸ دومینو به طور کامل پوشانده‌ایم (منظور از دومینو یک مستطیل 2×1 می‌باشد). ثابت کنید پوشش به هر صورت که باشد می‌توان صفحه را به دو صفحه کوچک‌تر تقسیم کرد به طوری که هیچ کدام از دومینوها آسیبی نبینند.

(۱۹) فرض کنید n یک عدد صحیح و فرد بزرگ‌تر از یک باشد و A ماتریس متقارن $n \times n$ باشد که هر سطر و هر ستون آن جایگشتی از عددهای $1, 2, \dots, n$ باشند. نشان دهید که هر یک از عددهای $1, 2, \dots, n$ روی قطر اصلی A دقیقاً یک بار ظاهر می‌شوند.

(۲۰) دور یک میز گرد $2n$ نفر نشسته‌اند: n نفر فیزیکی‌دان و n نفر شیمی‌دان. در ضمن برخی از آن‌ها همیشه راست می‌گویند و بقیه همیشه دروغ. تعداد دروغ‌گویان شیمی‌دان با تعداد دروغ‌گویان فیزیکی‌دان برابر است. در برابر این پرسش که «در سمت راست شما چه کسی نشسته است؟»، همه پاسخ دادند: یک شیمی‌دان. ثابت کنید n عددی زوج است.

(۲۱) تعداد زیادی علامت $+$ و $-$ روی تخته سیاه نوشته شده است. در هر مرحله می‌توان دو علامت مشابه را پاک کرده و به جای آن‌ها یک علامت $+$ قرار داد و یا دو علامت غیرمشابه را پاک کرده و به جای آن‌ها یک علامت $-$ قرار داد. ثابت کنید علامت باقیمانده نهایی مستقل از ترتیب انجام اعمال است.

(۲۲) ثابت کنید نمی‌توان خط راستی رسم کرد که همه ضلع‌های یک ۱۰۰۱ ضلعی را قطع کند.