۴۸- گزینه «۱»

نکته: **اندازه وتر مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با طول ساق a برابر است با** $a\sqrt{۲}$

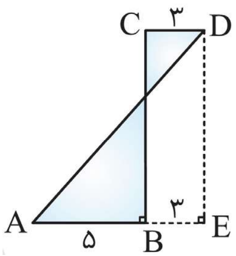
$$۳x = ۲x + ۳ \Rightarrow ۳x - ۲x = ۳ \Rightarrow \boxed{x = ۳}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC} = ۳ \times ۳ = ۹$$

$$BC = ۹\sqrt{۲}$$

$$\boxed{\Rightarrow P_{\text{محیط}} = ۹ + ۹ + ۹\sqrt{۲} = ۱۸ + ۹\sqrt{۲}}$$

۴۹- گزینه «۳»



$$\overset{\triangle}{ADE} = AD^۲ = DE^۲ + AE^۲$$

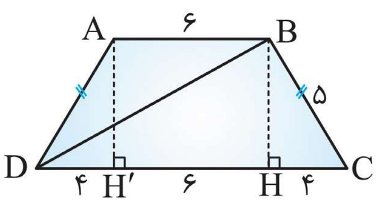
$$AD^۲ = ۶^۲ + ۸^۲$$

$$AD^۲ = ۳۶ + ۶۴ = ۱۰۰$$

$$AD = ۱۰$$

۵۰- گزینه «۴»

از نقطهٔ B و A بر DC عمود رسم می‌کنیم.



$$۱۴ - ۶ = ۸ \Rightarrow ۸ \div ۲ = ۴ = HC$$

$$\xrightarrow{\overset{\triangle}{BHC}} BH^۲ = ۵^۲ - ۴^۲ = ۹ \Rightarrow BH = \sqrt{۹} = ۳$$

$$\xrightarrow{\overset{\triangle}{BHD}} BD^۲ = ۱۰^۲ + ۳^۲ = ۱۰۹ \Rightarrow BD = \sqrt{۱۰۹}$$

جلسه ۶:

۵۱- گزینه «۴»

در گزینه‌های «۱» و «۳» با توجه به اینکه می‌دانیم $N = \{۱, ۲, ...\}$ می‌باشد، a و b هیچ‌گاه برابر صفر نمی‌شوند. از بین گزینه‌های «۲» و «۴» نیز با توجه به تعریف اعداد گویا که مخرج نباید صفر باشد، گزینهٔ «۴» صحیح است.

۵۲- گزینه «۴»

اعداد گویا زیر مجموع هی اعداد حقیقی می‌باشند، یعنی می‌توانند دارای علامت منفی یا مثبت باشند. با توجه به اینکه هر عدد گویا را می‌توان به صورت کسر متعارفی نوشت، گزینه «۴» صحیح است.

۵۳- گزینه «۲»

گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴ را نمی‌توان به صورت کسر متعارفی نوشت.

۵۴- گزینه «۴»

باید سعی کنیم قسمت رادیکال‌دار عبارت را حذف کنیم، اگر $m=۱۰$ خواهیم داشت:

$$\frac{\sqrt{۲}+۵}{\sqrt{۸}+۱۰}=\frac{\sqrt{۲}+۵}{۲\sqrt{۲}+۱۰}=\frac{\sqrt{۲}+۵}{۲(\sqrt{۲}+۵)}=\frac{۱}{۲}$$

۵۵- گزینه «۴»

بخش دوم را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{۲-۱}{۲}+\frac{۳-۱}{۳}+\frac{۴-۱}{۴}+...+\frac{n-۱}{n}=۱-\frac{۱}{۲}+۱-\frac{۱}{۳}+۱-\frac{۱}{۴}+...+۱-\frac{۱}{n}$$

حال این عبارت را با بخش اول جمع می‌کنیم: $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۴}+...+\frac{۱}{n}+۱-\frac{۱}{۲}+۱-\frac{۱}{۳}+۱-\frac{۱}{۴}+...+۱-\frac{۱}{n}=\underbrace{۱+...+۱}_{n-۱\text{تعداد}}=n-۱$

چون از ۲ تا n، تعداد اعداد $n-۱$ می‌شود.

۵۶- گزینه «۲»

با کمی دقت و نوشتن $A+۱$، عبارت A ساده می‌شود:

$$A+۱=۲+\cfrac{۱}{۲+\cfrac{۱}{...}}\Rightarrow A=۱+\frac{۱}{A+۱}\Rightarrow (A-۱)(A+۱)=۱\Rightarrow A^۲-۱=۱\Rightarrow A=\pm\sqrt{۲}\Rightarrow$$

$\Rightarrow$ غیر گویا A.(علامت منفی با توجه به مثبت بودن کسر غیر قابل قبول است)

برای B نیز به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$B=۱+\frac{۲}{B}\Rightarrow B-۱=\frac{۲}{B}\Rightarrow B^۲-B-۲=۰\Rightarrow B=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{۱\pm۳}{۲}=-۱\ ,\ ۲\Rightarrow \text{گویا}$$

۵۷- گزینه «۳»

با تبدیل عدد اعشاری متناوب به کسر خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} x=۰/۵a۵a۵a... \\ ۱۰۰x=\overline{۵a}/۵a۵a... \end{array}\right\}۱۰۰x-x=\overline{۵a}\rightarrow ۹۹x=\overline{۵a}\rightarrow x=\frac{\overline{۵a}}{۹۹}$$

بنابراین

$$\frac{۵a}{۹۹}=\frac{b}{۱۱}\Rightarrow\frac{۵a}{۹۹}=\frac{۹b}{۹۹}\Rightarrow ۵۰+a=۹b$$

تنها عددی که به‌جای b می‌توان قرار داد تا 9b بین ۵۰ تا ۶۰ باشد عدد ۶ می‌باشد پس:

$$a=۴\ ,\ b=۶\Rightarrow a+b=۶+۴=۱۰$$

۵۸- گزینه «۴»

با فرض $\sqrt{۲}$ و $-\sqrt{۲}$ که دو عدد گنگ می‌باشند داریم:

$\sqrt{۲}+(-\sqrt{۲})=۰$ عددی گویا و صحیح

ولی اگر $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۳}$ را بگیریم، آنگاه خواهیم داشت:

$\sqrt{۲}+\sqrt{۳}\Rightarrow$ عددی گنگ

پس ممکن است $(x+y)$ عددی گنگ باشد.

۵۹- گزینه «۳»

اگر a عددی منفی باشد، داریم:

$$a^{۳} = \underbrace{(a^{۲})}_{\text{مثبت}} \underbrace{a}_{\text{منفی}} = \text{عددی منفی}$$

۶۰- گزینه «۳»

شعاع دو دایره را به‌دست می‌آوریم:

ابتدا از طریق مثلث سمت راست، فاصله ۱- تا A و سپس با مثلث سمت چپ فاصله ۱- تا B را به‌دست می‌آوریم. اگر نقطهٔ ۱- را صفر بگیریم:

$$OA^{۲} = ۱ + ۹ = ۱۰ \Rightarrow OA = \sqrt{۱۰}$$

$$OB^{۲} = ۱ + ۴ = ۵ \Rightarrow OB = \sqrt{۵}$$

پس فاصله AB برابر است با:

$$AB = OB + OA = \sqrt{۵} + \sqrt{۱۰}$$

جلسه ۷:

۶۱- گزینه «۲»

عدد $\sqrt{۲}$ تقریبا برابر ۴/۱ می‌باشد. با فرض $۱/۷ = \sqrt{۳}$ و $۳/۲ = \sqrt{۱۰}$ داریم:

$$-۱/۴ + ۱/۷ - ۳/۲ = -۲/۹$$

۶۲- گزینه «۲»

اعداد صحیح بیانگر مجموعه روبه رو می‌باشند: $\{\ldots,-۵,\ldots,۰,۱,۲,\ldots\}$

یعنی اعداد اعشاری مابین اعداد کامل را شامل نمی‌شود.

۶۳- گزینه «۳»

با استفاده از رابطهٔ $\frac{۱}{p} + \frac{۱}{r} + \frac{۱}{q} = ۳۱$ داریم:

$$\begin{cases} \frac{p}{p} + \frac{p}{r} + \frac{p}{q} = ۳۱p \\ \frac{r}{p} + \frac{r}{r} + \frac{r}{q} = ۳۱r \\ \frac{q}{p} + \frac{q}{r} + \frac{q}{q} = ۳۱q \end{cases}$$

با جمع این روابط خواهیم داشت:

$$۱ + \frac{p}{r} + \frac{p}{q} + \frac{r}{p} + ۱ + \frac{r}{q} + \frac{q}{p} + \frac{q}{r} + ۱ = ۳۱(p + r + q) = ۸۰۶$$

$$\text{پس}: \frac{p}{q} + \frac{p}{r} + \frac{q}{r} + \frac{r}{p} + \frac{r}{q} + \frac{q}{p} = ۸۰۶ - ۳ = ۸۰۳$$

۶۴- گزینه «۳»

هر کدام از عددها را از زیر قدر مطلق درمی‌آوریم :

$$|۱ - \sqrt{۵}| = \sqrt{۵} - ۱$$

$$|-۱ - \sqrt{۵}| = ۱ + \sqrt{۵}$$

$$|۱ - \sqrt{۳}| = \sqrt{۳} - ۱$$

$$|-۱ - \sqrt{۳}| = \sqrt{۳} + ۱$$

کوچک‌ترین $\sqrt{۳} - ۱$ می‌باشد.

۶۵- گزینه «۳»

با توجه به $x=۲$ و پس از قرار دادن در عبارت A خواهیم داشت:

$$A=|۳\times۲-۱|+|۲-۴|+|۲-۳|$$
$$A=|۵|+|-۲|+|-۱|=۵+۲+۱=۸$$

۶۶- گزینه «۲»

هر رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{(\sqrt{۲}-\sqrt{۳})^۲}=|\sqrt{۲}-\sqrt{۳}|=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$$
$$\sqrt{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^۲}=|\sqrt{۳}-\sqrt{۲}|=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}$$
$$\text{حاصل عبارت}=\sqrt{۳}-\sqrt{۲}-\sqrt{۳}+\sqrt{۲}=۰$$

۶۷- گزینه «۲»

برای به دست آوردن فاصله دو نقطه a و b به اندازه c داریم:

$$|a-b|=c$$

۶۸- گزینه «۱»

فاصله دو عدد کمتر از c را با رابطه زیر نمایش می‌دهیم:

$$|a-b|<c$$

۶۹- گزینه «۴»

از آنجایی که $۲x-۱$ می‌تواند دو مقدار ۷+ و ۷- را قبول کند بنابراین:

$$\boxed{۲x-۱=۷}\Rightarrow ۲x=۸\Rightarrow\boxed{x=۴}$$
$$\boxed{۲x-۱=-۷}\to ۲x=-۶\to\boxed{x=-۳}$$

نکته: $|x|=a\Rightarrow x=\pm a$

۷۰- گزینه «۱»

ابتدا یکی از قدرمطلق ها را به سمت راست تساوی برده و معادله را ساده می‌کنیم:

$$|x+۱|=۲-|x-۳|$$
$$\begin{cases} x+۱=۲-|x-۳|\Rightarrow\boxed{|x-۳|=۱-x} & (I)\\ x+۱=-۲+|x-۳|\Rightarrow\boxed{|x-۳|=x+۳} & (II)\end{cases}$$

از (I) نتیجه می‌گیریم: $x-۳=\pm(۱-x)$

که در حالت مثبت، جواب $x=۲$ را می دهد که با جایگذاری در عبارت می‌بینیم که برقرار نیست و در حالت منفی نیز جواب ندارد.

معادله $|x-۳|=x+۳$ نیز دارای جواب نمی‌باشد، در حالت مثبت جواب ندارد و در حالت منفی نیز، $x=۰$ با جایگذاری در عبارت صدق نمی‌کند.