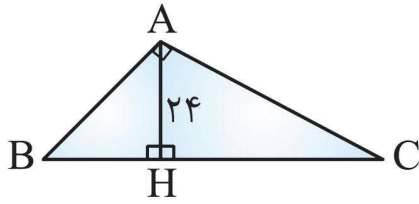


۷۹- گزینه «۳»



$$\frac{BH}{HC} = \frac{9}{16} \Rightarrow 16BH = 9HC$$

$$\Rightarrow BH = \frac{9}{16} HC$$

$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow 24^2 = \frac{9}{16} \times CH^2$$

$$\Rightarrow CH^2 = 576 \div \frac{9}{16} = 1024$$

$$\Rightarrow CH = 32$$

$$BH = \frac{9}{16} \times 32 = 18$$

$$BC = 32 + 18 = 50$$

۸۰- گزینه «۲»

با توجه به تشابه دو مستطیل پس نسبت طول‌ها و عرض‌ها برابر است:



$$\frac{2}{x-2} = \frac{5}{5 + \frac{x}{2}} \Rightarrow 2(5 + \frac{x}{2}) = 5(x-2)$$

$$\Rightarrow 10 + x = 5x - 10 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$$

### جلسه ۹:

۸۱- گزینه «۲»

ابتدا کسر را ساده کرده و سپس بر  $9^3$  تقسیم می‌کنیم:

$$k = \frac{5^6 \times 3^6 \times 9^5 \times 3^5 \times 7^3 \times 5^3}{7^3 \times 3^3 \times 5^3} = 9^6 \times 3^6 \times 5^6$$

حال  $k$  را تقسیم بر  $9^3$  می‌کنیم:

$$\frac{k}{9^3} = 9^3 \times 3^6 \times 5^6 = 9^3 \times 9^3 \times 5^6 = 45^6$$

۸۲- گزینه «۴»

ابتدا توان عبارت موردنظر را ساده کرده و سپس به جواب نهایی می‌رسیم:

$$81^{-0.25} = (81)^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{(81)^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{3}$$

۸۳- گزینه «۴»

ابتدا  $5^{-2}$  را قرینه می‌کنیم، سپس مکعب قرینه را به دست می‌آوریم.

$$5^{-2} \Rightarrow -5^{-2} \Rightarrow (-5^{-2})^3$$

حال این عدد را نصف کرده و سپس مربع آن را به دست می‌آوریم:

$$(-5^{-2})^3 \Rightarrow \frac{(-5^{-2})^3}{2} \Rightarrow \left(\frac{(-5^{-2})^3}{2}\right)^2 = \frac{5^{-12}}{4}$$

۸۴- گزینه «۳»

هر عبارت داخل پرانتز را ساده می‌کنیم:

$$A = \left(\frac{9^{-8} + 9^{-7} + 9^{-6}}{9^{-6}} + \frac{9^8 + 9^7}{9^7}\right) \times 9^2 = (9^{-2} + 9^{-1} + 1 + 9 + 1)9^2 \Rightarrow A = 1 + 9 + 81 + 729 + 81 = 901$$

۸۵- گزینه «۴»

**نکته:** مجموع جملات دنباله هندسی از رابطه  $S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$  به دست می‌آید.

می‌دانیم حاصل عبارت  $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1390}$  برابر است با:

$$\frac{3(1-3^{1390})}{1-3} = \frac{3(3^{1390}-1)}{2}$$

به دلیل اینکه این عبارت دو بار تکرار شده است خواهیم داشت:

$$2 \times \frac{3(3^{1390}-1)}{2} = 3^{1391} - 3$$

۸۶- گزینه «۱»

نصف  $4^a$  برابر است با:  $\frac{1}{2} \times 4^a$

ربع  $2^{2a+1}$  برابر است با:  $\frac{1}{4} \times 2^{2a+1}$

حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times 2^{2a} + \frac{1}{4} \times 2^{2a} \times 2 = 2^{2a-1} + 2^{2a-1} = 2^{2a} = 4^a$$

۸۷- گزینه «۳»

با کمی دقت عبارت موردنظر به صورت زیر می‌باشد:

$$x = 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + \dots + 7^{20} = \frac{1(1-7^{21})}{1-7} = \frac{7^{21}-1}{6}$$

۸۸- گزینه «۴»

عبارت  $b^2 - a^2$  برابر است با:  $(b-a)(b+a)$ . (اتحاد مزدوج)

$$A = (100 - 99)(100 + 99) + (98 - 97) + \dots + (2 - 1)(2 + 1) \\ \Rightarrow A = 100 + 99 + 98 + 97 + 96 + \dots + 2 + 1 = \frac{100(101)}{2} = 5050$$

۸۹- گزینه «۴»

به طور کلی برای توان‌های زوج داریم:

$$(a)^{2n} = (-a)^{2n}$$

پس عبارت گزینه «۴» نادرست است.

۹۰- گزینه «۳»

به دلیل اینکه  $a$  کمتر از ۱ و بزرگتر از صفر می‌باشد، توان بزرگتر  $a$ ، عدد کوچکتری از خود  $a$  می‌باشد. پس  $a^2 < a$

### جلسه ۱۰:

۹۱- گزینه «۳»

در گزینه «۳» داریم:

$$\frac{3}{8} = 0.375$$

اگر این عدد ضرب در  $10^{-7}$  شود به صورت زیر می‌شود:  $0.000000375$  که مخالف عدد ارائه شده در صورت سؤال می‌باشد.

۹۲- گزینه «۱»

با فرض  $n = 2$  داریم:

$$A = (10^{16} + 1)^2 = 10^{32} + 2 \times 10^{16} + 1$$

$$1 + 2 + 1 = 4$$

مجموع ارقام این عدد برابر است با:

مجموع ارقام عدد  $10^{32}$  برابر ۱ می‌باشد.

مجموع ارقام عدد  $2 \times 10^{16}$  نیز برابر با ۲ می‌باشد.

۹۳- گزینه «۱»

عدد  $A$  را ساده می‌کنیم:

$$A = 4^{10} (2^2 - 1) = 3 \times 4^{10} \Rightarrow A = 3 \times 1048576 = 3145728$$

$$3 + 1 + 4 + 5 + 7 + 2 + 8 = 30$$

حاصل جمع این ارقام برابر است با:

۹۴- گزینه «۲»

عدد  $405000$  به صورت  $405 \times 10^3$  می‌توان نوشت. تجزیه شده این عدد برابر است با  $81 \times 5 \times 10^3$ .

برای مکعب کامل شدن این عدد باید کاری کنیم که به صورت  $3^3 \times 10^3$  تبدیل شود. یعنی با تقسیم بر  $3 \times 5$  خواهیم داشت:

$$\frac{81 \times 5 \times 10^3}{3 \times 5}$$

که حاصل ضرب  $3 \times 5 = 15$  برابر ۱۵ می‌باشد.

۹۵- گزینه «۳»

ابتدا جذر  $a$  را به دست آورده و سپس عبارت زیر را حساب می‌کنیم:

$$(\sqrt{a} + 3)^2 = a + 6\sqrt{a} + 9$$

۹۶- گزینه «۱»

عدد  $a$  به صورت  $5^k \times 5$  می‌باشد. عدد  $b$  برابر  $5^k$  می‌باشد پس در نتیجه  $a = 5b$ .

۹۷- گزینه «۳»

ابتدا دو طرف عبارت  $3^y = 2$  را به توان ۲ می‌رسانیم. داریم:  $3^{2y} = 4$ . حاصل  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$A = 3^{2y} \times 3 \times 3^x \times \frac{1}{4} = 4 \times 3 \times 5 \times \frac{1}{4} = 15$$

۹۸- گزینه «۴»

از عبارت  $100^{900}$  داریم:

حال از عبارت  $1000^{100} = X$  استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} 100^{900} &= (10^2)^{900} = 10^{1800} \\ 1000^{100} &= (10^3)^{100} = 10^{300} = X \end{aligned} \right\} \Rightarrow 10^{1800} = (10^{300})^6 = X^6$$

۹۹- گزینه «۴»

$$P^{rn} = (r^m)^{rn} = (r^r)^{mn} = r^{mn}$$

$$Q^m = (r^n)^m = r^{mn}$$

$$P^{rn} = r^{mn} \times r^{mn} = \underline{P^{rn} \times Q^m}$$

۱۰۰- گزینه «۴»

**روش اول:** در اینگونه سؤال‌ها، یک روش حل جایگزین کردن گزینه‌ها در عبارت خواسته شده است. اگر  $y = -3$  و

$X = -2$ ، خواهیم داشت  $5^{-3+3} = 1$  و  $3^{-4+3+1} = 1$  یعنی گزینه شماره «۴» صحیح است.

**روش دوم:** چون پایه‌ها متفاوت و غیرقابل تجزیه هستند پس باید توان‌ها صفر باشند تا تساوی برقرار شود.

$$\begin{cases} y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3 \\ 2x - y + 1 = 0 \Rightarrow 2x + 3 + 1 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

### جلسه ۱۱:

۱۰۱- گزینه «۲»

اگر نقطه روی محور عرض‌ها است پس طول آن صفر است.

$$3m - 1 = 2 \rightarrow 3m = 3 \rightarrow m = 1$$

$$2m + n = 0 \rightarrow 2 + n = 0 \rightarrow n = -2$$

۱۰۲- گزینه «۱»

$$r = \frac{y+x}{2} \rightarrow 6 = y+x \rightarrow x = -1$$

$$-1 = \frac{r+y}{2} \rightarrow -2 = r+y \rightarrow y = -4$$

$$\Rightarrow B \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

**روش اول:** مختصات  $B = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  است پس:

روش دوم:



$$B = 2M - A$$

$$B = 2 \times \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۱۰۳- گزینه «۳»

با قرار دادن مختصات هر گزینه در معادله خط خواهیم داشت:

$$\text{گزینه (۳)} \quad (-1, 1) \rightarrow 2x + 3y = 1 \rightarrow 2(-1) + 3(1) = 1 \rightarrow -2 + 3 = 1$$

بقیه گزینه‌ها تساوی را برقرار نمی‌کند.

۱۰۴- گزینه «۱»

خطی موازی محور طول‌هاست که ضریب X آن برابر صفر باشد.

$$m - 3 = 0 \rightarrow m = 3$$

۱۰۵- گزینه «۲»

با توجه به مختصات داده شده خواهیم داشت:

$$y = 2x$$

۱۰۶- گزینه «۱»

باید مختصات A در معادله خط داده شده صدق کند.

$$2(1) - 3(-2) = K + 1 \rightarrow 8 = K + 1 \rightarrow \boxed{K = 7}$$

۱۰۷- گزینه «۱»

$$\text{حالت خاص} \rightarrow x = 4 \text{ طول نقاط برابر است}$$

۱۰۸- گزینه «۳»

$$A \begin{vmatrix} a \\ 1-a \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{نسبت به مبدا}]{\text{قرینه}} A' \begin{vmatrix} -a \\ -1+a \end{vmatrix} \rightarrow \begin{matrix} -3a - 2 + 2a = 1 \\ -a = 3 \rightarrow \boxed{a = -3} \end{matrix}$$

۱۰۹- گزینه «۴»

با جایگذاری نقطه A خواهیم داشت:

$$ax + 3y = 2 \Rightarrow a\left(\frac{2}{a}\right) + 3(3a + 1) = 2 \rightarrow 2 + 9a + 3 = 2 \rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{3}}$$

۱۱۰- گزینه «۴»

اگر طول مختصات نقطه مورد نظر را  $a$  در نظر بگیریم آن گاه عرض آن باید برابر  $\frac{1}{a}$  باشد. بنابراین:

$$y = -4x + 4 \rightarrow \frac{1}{a} = -4a + 4 \xrightarrow{\times a} 1 = -4a^2 + 4a \Rightarrow 4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(4a - 1)^2 = 0 \Rightarrow 4a - 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

### جلسه ۱۲:

۱۱۱- گزینه «۳»

حاصل عبارت  $(-625)^{\frac{1}{2}}$  برابر است با:  $(-625)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-625})^3$  که این رابطه‌ای تعریف نشده می‌باشد زیرا زیر رادیکال باید مثبت باشد.

۱۱۲- گزینه «۳»

حاصل هر رادیکال را ساده می‌کنیم و سپس حاصل عبارت را به دست می‌آوریم:

$$A = \sqrt{(2/2 + 1/4 + 3/1 + 3/3)(1000)} = \sqrt{10^4} = 10^2$$

۱۱۳- گزینه «۱»

$$\sqrt{4^{-40}} = \sqrt{(4^{-20})^2} = 4^{-20}$$

عبارت زیر رادیکال برابر است با:

۱۱۴- گزینه «۲»

جزر عدد مورد نظر به صورت زیر می‌باشد:

$$\sqrt{9 \times 25 \times 25 \times 25 \times 64 \times 81} = 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 8 \times 9 = 30^2 = 27000$$

۱۱۵- گزینه «۲»

با جایگذاری  $x = 3$  در عبارت خواهیم داشت:  $\sqrt{9} + \sqrt{4} = 5$

۱۱۶- گزینه «۳»

$$\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2} = |\sqrt{3} - 2| = 2 - \sqrt{3}$$

قسمت  $\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2}$  به صورت زیر ساده می‌شود:

$$A = 2 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2$$

۱۱۷- گزینه «۲»

ساده شده عبارت به صورت زیر می‌باشد:

$$\sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2} = |\sqrt{5} - 4| = 4 - \sqrt{5}$$

$$a \in \mathbb{R} \sqrt{(a \in \mathbb{R})^k} = |a \in \mathbb{R}| \text{ عبارت: نکته}$$