

۱۱. اگر $M = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{99}{100}$ و $N = 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \dots + \frac{100}{99}$ باشد، مقدار $M + N$ به کدام عدد زیر نزدیک تر است؟ (المپیاد ریاضی)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۹۹ (۳) ۱۹۸ (۴) حداقل ندارد.

۱۲. حاصل عبارت $(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n-1}{n}) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n})$ برابر است با: (تیزهوشان)

- (۱) $\frac{n(n+1)}{2}$ (۲) $n+1$ (۳) n (۴) $n-1$

۱۳. حاصل عبارت $\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{49 \times 50}$ برابر است با: (المپیاد ریاضی)

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{49}$ (۳) $\frac{1}{51}$ (۴) $\frac{1}{50}$

۱۴. اگر $\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 2$ باشد، حاصل $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$ کدام است؟ (کانگورو ۸۰۰۸)

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) ۲

۱۵. حاصل $(1 + \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 + \frac{1}{4}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{2003})$ کدام است؟ (کانگورو ۳۰۰۳)

- (۱) ۲۰۰۴ (۲) ۲۰۰۳ (۳) ۲۰۰۲ (۴) ۱۰۰۲

۱۶. عددهای مثبت a, b, c و d در شروط $ab = 2, bc = 3, cd = 4$ و $de = 5$ صدق می کنند. مقدار $\frac{c}{a}$ کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- (۱) $\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۷. اگر $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) $\frac{x+y}{y} = \frac{7}{4}$ (۲) $\frac{y}{y-x} = \frac{4}{1}$ (۳) $\frac{x+2y}{x} = \frac{11}{3}$ (۴) $\frac{x-y}{y} = \frac{1}{4}$

(تیزهوشان)

۱۸. حاصل عبارت $A = \left[5 - \frac{1 - \frac{1}{4}}{4} \right] \div \left[5 + \frac{1 + \frac{1}{4}}{4} \right]$ کدام است؟

$\frac{21}{25}$ (۴)

$6/6$ (۳)

$0/66$ (۲)

$29 \frac{1}{3}$ (۱)

۱۹. دو شیر در یک تانکر ۱۰۰۰ لیتری آب می‌ریزند. اولی با سرعت ۲۰ لیتر در دقیقه و دومی با سرعت ۲۰ لیتر در ۳ دقیقه. چقدر طول می‌کشد تا تانکر پر شود؟

(المپیاد ریاضی)

۱۵۰ (۴)

$112 \frac{1}{4}$ (۳)

۷۵ (۲)

$27 \frac{1}{4}$ (۱)

(کانون و ۲۰۰۲)

۲۰. وقتی آب یخ می‌زند، حجمش $\frac{1}{10}$ بیشتر می‌شود، وقتی یخ آب می‌شود، چه کسری از حجمش کم می‌شود؟

$\frac{1}{13}$ (۴)

$\frac{1}{11}$ (۳)

$\frac{1}{10}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

$$\frac{1}{r} + \frac{r}{r} = r$$

$$\frac{r}{r} + \frac{r}{r} = r$$

$$\frac{99}{99} + \frac{100}{99} = r$$

$$M + N = \left(\frac{1}{r} + \frac{r}{r^2} + \frac{r}{r} + \dots + \frac{99}{100} \right) + \left(r + \frac{r}{r} + \frac{r}{r^2} + \dots + \frac{100}{99} \right)$$

$$= \underbrace{r + r + \dots + r}_{99} + \frac{99}{100} = 99 \times r + \frac{99}{100} = 198 + \frac{99}{100}$$

کویز - ۱۲

$$\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots + \frac{1}{r} + \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{r} + \frac{r}{r} + \frac{r}{r} + \dots + \frac{n-1}{n}\right)$$

$\frac{1}{r} + \frac{1}{r} = 1$
 $\frac{1}{r} + \frac{r}{r} = 1$
 $\frac{1}{n} + \frac{n-1}{n} = \frac{n}{n} = 1$

$$= \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{(n-1)} = n-1$$

کویز - ۱۳

$$\frac{1}{1 \times r} - \frac{1}{r \times r} - \frac{1}{r^2 \times r} - \frac{1}{r^3 \times r} \dots - \frac{1}{r^9 \times r_0}$$
$$= \frac{r-1}{1 \times r} - \frac{r-1}{r \times r} - \frac{r-1}{r^2 \times r} - \frac{r-1}{r^3 \times r} \dots - \frac{r_0 - r_1}{r^9 \times r_0}$$
$$= \frac{r}{r} - \frac{1}{r} - \left[\frac{r-1}{r \times r} + \frac{r-1}{r^2 \times r} + \frac{r-1}{r^3 \times r} + \dots + \frac{r_0 - r_1}{r^9 \times r_0} \right]$$
$$= 1 - \frac{1}{r} - \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + \dots + \frac{1}{r^9} - \frac{1}{r_0} \right]$$
$$= 1 - \frac{1}{r} - \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right] = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + \frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_0}$$

کویز - ۱۴

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{x}$$

۱۵ - تشریح

$$\left(1 + \frac{1}{r}\right) \times \left(1 + \frac{1}{r}\right) \times \left(1 + \frac{1}{r}\right) \times \dots \times \left(1 + \frac{1}{r_{100r}}\right)$$

$$= \frac{\cancel{r}}{r} \times \frac{\cancel{r}}{\cancel{r}} \times \frac{\cancel{r}}{\cancel{r}} \times \dots \times \frac{\cancel{r_{100r}}}{\cancel{r_{100r}}} = \frac{r_{100r}}{r} = 100r$$

$ab = r$ $bc = r$ $cd = r$ $de = a$

۱۶ - تشریح

$d \downarrow c = r$

$$\frac{e}{a} = \frac{de}{da} = \frac{a}{da} = \frac{ab}{dab} = \frac{ab}{d \times r} = \frac{ab}{rd} = \frac{abc}{rdc} = \frac{a \times r}{r \times r}$$

$$= \frac{1}{r}$$

$\frac{x}{y} = \frac{r}{r}$ جمع صورت در مخرج $\rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{r+r}{r} = \frac{2r}{r} = 2$ ✓

۱۷ - تشریح

$\frac{x}{y} = \frac{r}{r}$ معکوس $\rightarrow \frac{y}{x} = \frac{r}{r}$ حاصل در مخرج $\rightarrow \frac{y}{y-x} = \frac{r}{r-r} = \frac{r}{1}$ ✓

$\frac{x}{y} = \frac{r}{r}$ معکوس $\rightarrow \frac{y}{x} = \frac{r}{r}$ برابر صورت و مخرج $\rightarrow \frac{x+ry}{x} = \frac{r+rx}{r} = \frac{11}{r}$ ✓

$\frac{x}{y} = \frac{r}{r}$ حاصل در صورت $\rightarrow \frac{x-y}{y} = \frac{r-r}{r} = \frac{0}{r} = 0$

۱۸ - تشریح

$$A = \left[a - \frac{1 - \frac{1}{r}}{1 + \frac{1}{r}} \right] \div \left[a + \frac{1 + \frac{1}{r}}{1 - \frac{1}{r}} \right]$$

$$= \left[a - \frac{\frac{r-1}{r}}{\frac{r+1}{r}} \right] \div \left[a + \frac{\frac{r+1}{r}}{\frac{r-1}{r}} \right] = \left[a - \frac{r-1}{r+1} \right] \div \left[a + \frac{r+1}{r-1} \right] = \frac{r}{a} \times \frac{r}{r} = \frac{r^2}{a}$$

۱۹ - نرینه ۱ ✓

شمار اول در اصفه $\frac{20}{3}$ لستر
شمار دوم در اصفه $\frac{20}{3}$ لستر

$$1000 \div \frac{20}{3} = 1000 \times \frac{3}{20} = \frac{300}{2} = \frac{150}{1} = \frac{75}{1} = 37 \frac{1}{2}$$

۲۰ - نرینه ۳ ✓

همیشه $\frac{1}{10}$ شتر می شود پس همی نخ = $1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}$

وقتی نخ آب می شود $\frac{1}{10}$ از همیشه کم شود $\frac{11}{10} - \frac{1}{10} = 1$

همی نخ می شود

$$\frac{\frac{1}{10}}{\frac{11}{10}} = \frac{1}{11}$$