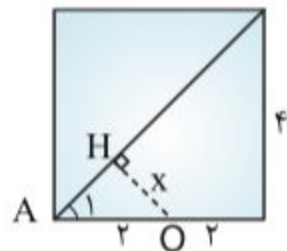


جلسه چهارم:



۳۱. در مربعی به ضلع ۴cm فاصله وسط یک ضلع از قطر مربع چند سانتی متر است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) ۱

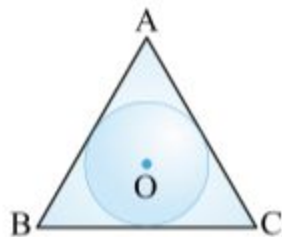
۳۲. در شکل زیر مثلث ABC متساوی الاضلاع است. شعاع دایره ۵ سانتی متر است. محیط مثلث برابر است با:

(۱) $5\sqrt{3}$

(۲) $6\sqrt{3}$

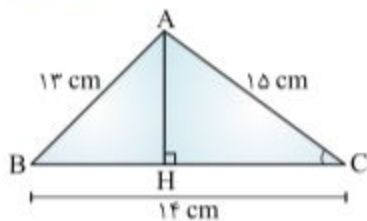
(۳) $10\sqrt{3}$

(۴) $30\sqrt{3}$



(التری انسی)

۳۳. در مثلث ABC به اضلاع ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ مطابق شکل ارتفاع AH را رسم می‌کنیم. طول BH کدام است؟

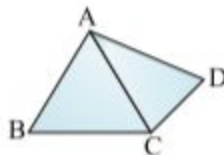


- ۵ (۱)
- ۲٫۵ (۲)
- $\frac{40}{7}$ (۳)
- ۶٫۵ (۴)

۳۴. در شکل روبه‌رو طول قطر AC از چهارضلعی $ABCD$ برابر ۱۲ واحد است و می‌دانیم $AB^2 - BC^2 = AD^2 - CD^2 = 48$. اگر

(التری انسی)

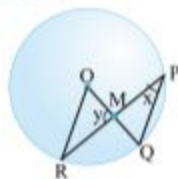
نقطه‌ی K محل برخورد قطرهای چهارضلعی باشد، طول CK چقدر است؟



- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- $\frac{11}{2}$ (۳)
- $\frac{13}{2}$ (۴)

(التری انسی)

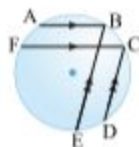
۳۵. در شکل زیر، O مرکز دایره است و $OR \parallel PQ$ ، کدام گزینه تعریفی برای y بر حسب x است؟



- $2x$ (۱)
- $3x$ (۲)
- $180 - 2x$ (۳)
- $180 - 3x$ (۴)

۳۶. در شکل زیر $AB \parallel FC$ و $EB \parallel CD$ و $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $\widehat{CD} = 40^\circ$ و $\widehat{EF} = 110^\circ$ باشد. آن‌گاه زاویه \widehat{FCD} چقدر است؟

(التری انسی)

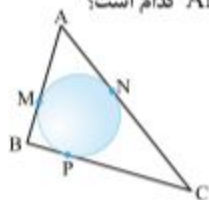


- 90° (۱)
- 55° (۲)
- 70° (۳)
- 80° (۴)

۳۷. در یک دایره به قطر AB ، وتر MN را موازی AB رسم کرده‌ایم. اگر در مثلث AMN مجموع دو زاویه‌ی M و N برابر با 140° باشد زاویه‌ی M چند درجه است؟

- 100° (۱)
- 115° (۲)
- 120° (۳)
- 140° (۴)

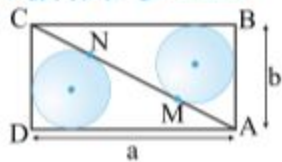
۳۸. در شکل روبه‌رو دایره به اضلاع مثلث مماس شده است. اگر $BC = 10$ و محیط مثلث ۳۲ باشد، طول مماس AM کدام است؟



- ۶ (۱)
- ۴ (۲)
- ۸ (۳)
- ۵ (۴)

۳۹. چهارضلعی $ABCD$ مستطیل و دو دایره بر طول و عرض و یک قطر مستطیل مماس اند. اگر طول مستطیل a و عرض آن b باشد. طول MN

(مسابقات علمی - پرتکرار آزمون‌ها)



برحسب a و b برابر است با:

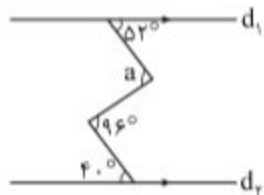
(۱) $2b - a$

(۲) $a - b$

(۳) $a^2 + b^2$

(۴) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(المپیاد ریاضی تهران)



۴۰. در شکل زیر، $d_1 \parallel d_2$. زاویه a چند درجه است؟

(۱) 133°

(۲) 100°

(۳) 108°

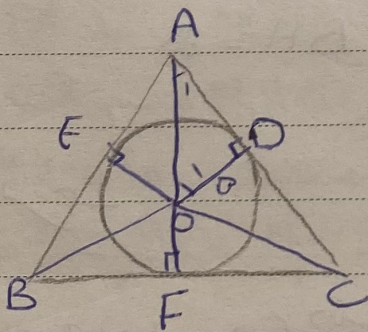
(۴) 93°

۳۱۔ نسبت ۲

چون مقررہ زاویہ A را نصف کرده است و زاویه H برابرین $A_1 = 45^\circ$

و $O_1 = A_1$ و همچنین $AH = OH = x$ برابرین در مثل $\triangle AOH$ مربع

$$2^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 4 = 2x^2 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$$



۳۲۔ نسبت ۴

در مثل $\triangle AD$ زاویه A_1 برابر است با 45° و زاویه $O_1 = 45^\circ$ و همچنین داریم

در مثل قائم الزامی ضلع روبه روبه زاویه 45° نصف وتر است پس $OA = 10$ و همچنین ضلع روبه روبه زاویه 45° $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است پس $AD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10$ و $AD = 5\sqrt{3}$

از طرفی از هم بخشش مثلث قائم الزامی $AD = DC = AE = BE = BF = FC = 5\sqrt{3}$

پس محیط برابر است با $4 \times 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$

۳۳ - اینجا ✓

$$BH + HC = 1K \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \Delta ABH &\rightarrow AB^r = BH^r + AH^r \\ &\rightarrow 1K^r = BH^r + AH^r \rightarrow AH^r = 1K^r - BH^r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ACH &\rightarrow AC^r = AH^r + HC^r \\ &\rightarrow 1Q^r = AH^r + HC^r \rightarrow AH^r = 1Q^r - HC^r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AH^r &= 1K^r - BH^r = 1Q^r - HC^r \\ 149 - BH^r &= 220 - HC^r \\ HC^r - BH^r &= 220 - 149 \\ (HC - BH)(HC + BH) &= \frac{29}{1K} \end{aligned}$$

$$HC - BH = 29 - 1K = K \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1) + (2) \quad HC &= 1K \\ HC &= 9 \Rightarrow BH = 2 \end{aligned}$$

۳۴ - اینجا ✓

$$\begin{aligned} AB^r - BC^r &= AD^r - CD^r \\ \Rightarrow AB^r + CD^r &= BC^r + AD^r = \text{مجموعی چهار ضلعی مربع کعبی} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow AB^r &= (1K - CK)^r + BK^r \quad \left\{ \begin{aligned} AB^r - BC^r &= (1K - CK)^r - CK^r \\ BC^r &= CK^r + BK^r \end{aligned} \right. \\ \Rightarrow (1K - CK)^r - CK^r &= FA \\ 1K^r - 2CK^r + CK^r - CK^r &= FA \Rightarrow 94 = 2CK \\ \Rightarrow CK &= K \end{aligned}$$

۳۵ - نتیجه

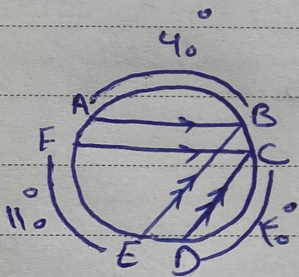
چون $P = x$ پس $RQ = 2x$ بنابراین $O = 2x$

از طرفی چون $OR \parallel PQ$ ، $\angle OQ$ آن ها را قطع کرده $P = R = x$

بنابراین در مثلث OMR داریم
 $O + M + R = 2x + y + x = 180^\circ$

$$= 3x + y = 180 - 3x$$

۳۶ - نتیجه



نکته: مکان های مجاور در یک دایره موازی با هم برابرند.

$$BC = FA \rightarrow AB \parallel FC \text{ زیرا } \left. \begin{array}{l} BC = FA \\ BC = ED \end{array} \right\} \Rightarrow AF = BC = ED$$

$$BC = ED \rightarrow BE \parallel CD \text{ زیرا}$$

$$110 + 40 + 40 + BC + AF + ED = 340 \Rightarrow 3BC = 340 - 190$$

$$\widehat{FCD} = \frac{110 + 40}{2} = \frac{150}{2} = 75 \Rightarrow BC = 50$$

۳۷ - نتیجه

$$\widehat{M} = \frac{\widehat{ABN}}{2} = \frac{110 + \widehat{NB}}{2}$$

از طرفی $\widehat{N} = \frac{\widehat{AM}}{2}$ ، چون $MN \parallel AB \Rightarrow \widehat{AM} = \widehat{NB} \Rightarrow \widehat{N} = \frac{\widehat{NB}}{2}$

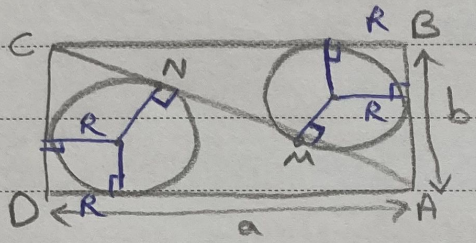
$$M + N = 150 \Rightarrow \frac{110 + \widehat{NB}}{2} + \frac{\widehat{NB}}{2} = 150 \Rightarrow \widehat{NB} = 50$$

$$\Rightarrow M = \frac{110 + 50}{2} = 110^\circ$$

۳۸ - نرسنه ۱ ✓

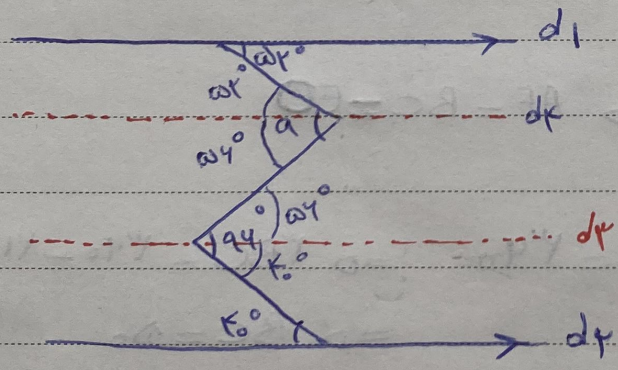
$CN = CP = Z$, $BM = BP = y$, $AM = AN = x$ من دانستم که در این مسئله

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 28 &= 2x + 2y + 2z = 27 \\
 \Rightarrow x + y + z &= 14 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 7 \end{array} \right. \\
 BC = y + z &= 10
 \end{aligned}$$



۳۹ - نرسنه ۲ ✓

$$\begin{aligned}
 MN &= AN - AM \\
 &= AK - AF = (a - R) - (b - R) = a - b
 \end{aligned}$$



۴۰ - نرسنه ۳ ✓

$dx \parallel d_1 \Rightarrow a = \alpha_1 + \alpha_2 = 104$

$dx \parallel d_2 \Rightarrow 94 - \alpha_2 = \alpha_1$