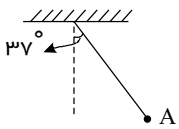


۱) جسم A به جسم ساکن B برخورد می‌نماید. اگر در این برخورد $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی جسم A به گرما تبدیل شده و انرژی جنبشی جسم B معادل $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه جسم A شود، نسبت سرعت ثانویه جسم A به جسم B چقدر است؟ (جرم جسم B ، دو برابر جرم جسم A است).

- ۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\sqrt{8}$ ۴) ۱

۲) مطابق شکل زیر، آونگی به طول ۱٫۲۵ متر، با سرعت v از وضعیت نشان داده شده (نقطه A) عبور می‌کند. کمترین مقدار v چند متر بر ثانیه باشد، تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ ، $\sin 37^\circ = 0.6$)

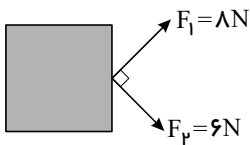


- ۱) ۲ ۲) $2\sqrt{5}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۴

۳) گلوله‌ای در شرایط خلاء، از سطح زمین با سرعت اولیه $30 \frac{m}{s}$ در امتداد قائم به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی پتانسیل گرانشی آن است؟ (زمین را مبدا انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)

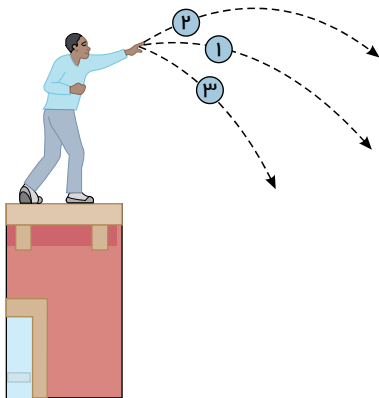
- ۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

۴) مطابق شکل به جسمی ۲ نیروی نامساوی و عمود بر هم ۶ و ۸ نیوتونی اثر می‌کند. اگر این جسم در راستای برآیند نیروها ۵ متر جابه‌جا شود، کار حاصل از نیروی F_1 چند برابر کار حاصل از نیروی F_2 است؟



- ۱) $\frac{16}{9}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{4}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

۵) مطابق شکل زیر، سه توپ مشابه از بالای ساختمانی، از یک نقطه با سرعت یکسان پرتاب می‌شوند. اگر کار نیروی وزن روی سه توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین W_1 ، W_2 و W_3 باشد، کدام رابطه درست است؟



- ۱) $W_1 = W_2 = W_3$ ۲) $W_2 > W_1 > W_3$ ۳) $W_3 < W_2 < W_1$ ۴) $W_2 = W_3 > W_1$

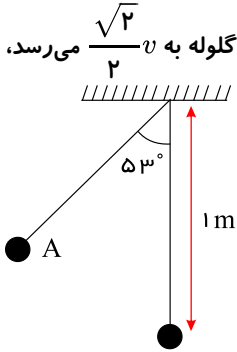
۶) نیروی وارد بر جسمی به جرم 2 kg که بر روی سطحی افقی قرار دارد، از معادله $F = 2t + 10$ (در SI) پیروی می‌نماید. اگر جسم تحت اثر این نیرو در ۲ ثانیه سوم حرکتش، ۵ متر در جهت نیرو جابه‌جا شود، به‌طور متوسط چند ژول کار روی جسم انجام شده است؟

- ۱) ۲۵۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۵۰ ۴) ۶۵۰

۷ جسمی به جرم 2 kg روی سطح شیب‌داری که با سطح افق زاویه 30° می‌سازد، با سرعت ثابت روبه‌پایین می‌لغزد. اگر در این حرکت جسم به اندازه 2 متر جابه‌جا شود، کار نیروی اصطکاک چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

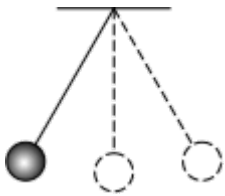
- ۱ $-20\sqrt{3}$ ۲ $-10\sqrt{3}$ ۳ -10 ۴ -20

۸ در شکل زیر، گلوله آونگ از نقطه A رها می‌شود و با سرعت v از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد. هنگامی که سرعت گلوله به $\frac{\sqrt{2}}{2}v$ می‌رسد، زاویه نخ با راستای قائم چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، $g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $\cos 53^\circ = 0.6$)



- ۱ 60 ۲ 45 ۳ 37 ۴ 30

۹ آونگی به طول 1.6 متر در حال نوسان است. وقتی گلوله آونگ از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد، سرعتش $4 \frac{m}{s}$ است. زاویه راستای نخ با خط قائم وقتی گلوله به بالاترین نقطه مسیر می‌رسد، چند درجه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

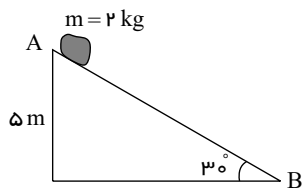


- ۱ 45 ۲ 30 ۳ 60 ۴ 90

۱۰ جسمی به جرم 1 kg با سرعت اولیه $6 \frac{m}{s}$ از پایین سطح شیب‌داری که با افق زاویه 37° می‌سازد، به طرف بالا پرتاب می‌شود. هنگامی که جسم روی سطح شیب‌دار 2 متر را رو به بالا طی می‌کند، سرعتش به $2 \frac{m}{s}$ می‌رسد. انرژی مکانیکی جسم در این جابه‌جایی چند ژول کاهش می‌یابد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\sin 37^\circ = 0.6$ و از مقاومت هوا صرف‌نظر می‌شود.)

- ۱ 4 ۲ 6 ۳ 8 ۴ 16

۱۱ مطابق شکل زیر، اگر در سطح شیب‌دار اندازه نیروی اصطکاک جنبشی برابر یک‌دهم وزن جسم باشد و جسم از نقطه A (به ارتفاع 5 متر) به نقطه B برسد، کار نیروی گرانش (جاذبه) زمین روی جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ($g = 10\text{ N/kg}$)



- ۱ 40 ۲ 50 ۳ 60 ۴ 100

۱۲ نیروی $\vec{F} = (30\text{ N})\vec{i} + (40\text{ N})\vec{j}$ به جسمی به جرم 5 kg وارد می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازه $\Delta x = (6\text{ m})\vec{i}$ جابه‌جا می‌کند. کار نیروی \vec{F} در این جابه‌جایی چند ژول است؟

- ۱ 180 ۲ 240 ۳ 300 ۴ 420

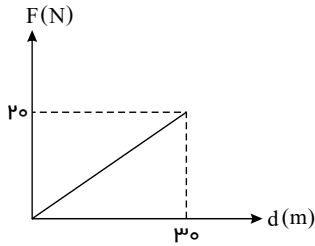
۱۳ در اثر اعمال نیروی 20 نیوتونی بر جسمی به جرم 2 kg ، جابه‌جایی 5 متری اتفاق می‌افتد. کدام گزینه نمی‌تواند کار این نیرو بر حسب ژول باشد؟

- ۱ -100 ۲ $50\sqrt{2}$ ۳ $-50\sqrt{3}$ ۴ $100\sqrt{2}$

۱۴ جسمی در مسیر مستقیم با سرعت v در حال حرکت است. اگر سرعت این جسم $5 \frac{m}{s}$ افزایش یابد، انرژی جنبشی آن 44 درصد افزایش می‌یابد. v چند متر بر ثانیه است؟

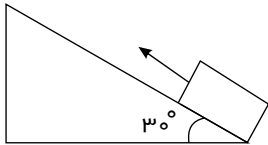
- ۱ 5 ۲ 10 ۳ 20 ۴ 25

۱۵) نمودار نیروی خالص بر حسب جابه‌جایی مربوط به جسمی ۲ کیلوگرمی مطابق شکل است. اگر جسم از حال سکون شروع به حرکت نماید، سرعت آن پس از ۳۰ متر جابه‌جایی چند متر بر ثانیه خواهد بود؟



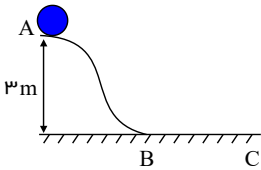
- ۱) $10\sqrt{3}$
- ۲) $10\sqrt{6}$
- ۳) ۳۰۰
- ۴) ۶۰۰

۱۶) در شکل زیر، جسمی به جرم 2 kg را از پایین سطح شیب‌داری با تندی اولیه $20 \frac{m}{s}$ به سمت بالای سطح پرتاب می‌کنیم. اگر بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم در برابر حرکت آن 40 N باشد، جسم پس از طی چه مسافتی بر حسب متر روی سطح شیب‌دار متوقف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



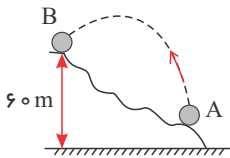
- ۱) ۱۶
- ۲) ۴
- ۳) ۳۲
- ۴) ۸

۱۷) در شکل مقابل، جسمی به جرم 2 kg از نقطه A رها شده و پس از پیمودن مسیر AB وارد سطح افقی BC شده و در نقطه C متوقف می‌شود. اگر اتلاف انرژی در مسیر AB برابر 11 J و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی برابر 7 N باشد، طول مسیر BC چند متر است؟



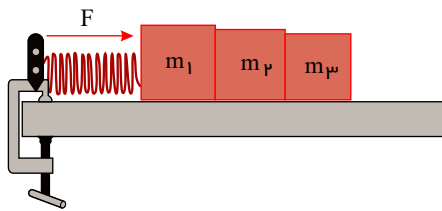
- ۱) ۷
- ۲) ۸
- ۳) ۹
- ۴) ۱۰

۱۸) مطابق شکل، جسمی به جرم 3 kg را از نقطه A پرتاب می‌کنیم تا به نقطه B برسد. اگر قدرمطلق کار نیروی وزن در این جابه‌جایی 450 J باشد، تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی سامانه جسم و زمین در این جابه‌جایی چند ژول و ارتفاع نقطه A از سطح زمین بر حسب متر به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$) (زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید.)



- ۱) $45, -450$
- ۲) $15, +450$
- ۳) $15, -450$
- ۴) $45, +450$

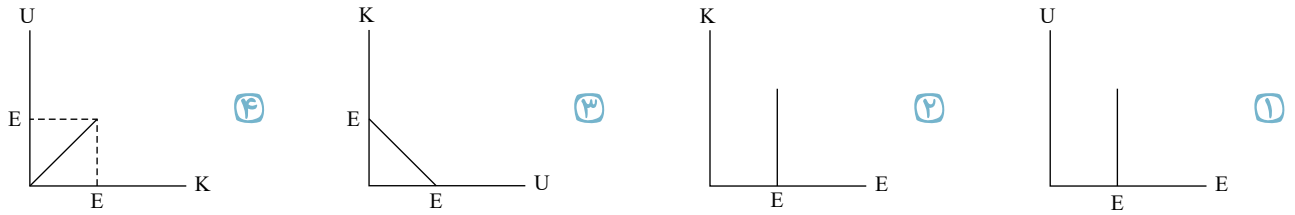
۱۹) در شکل مقابل سیستم توسط نیروی ثابت افقی F به حرکت در می‌آید در مدت معینی کار برآیند نیروهای وارد بر m_1 برابر 200 ژول است. در همان مدت کار برآیند نیروهای وارد بر m_2 چند ژول است؟ (در صورتی که اصطکاک وارد بر هر جسم $\frac{1}{10}$ وزن آن جسم باشد.) $g = 10 \frac{N}{kg}$



- ۱) ۲۹۵
- ۲) ۲۹۸
- ۳) $\frac{400}{3}$
- ۴) ۳۰۰

$m_1 = 2\text{ kg}, m_2 = 3\text{ kg}, m_3 = 1\text{ kg}$

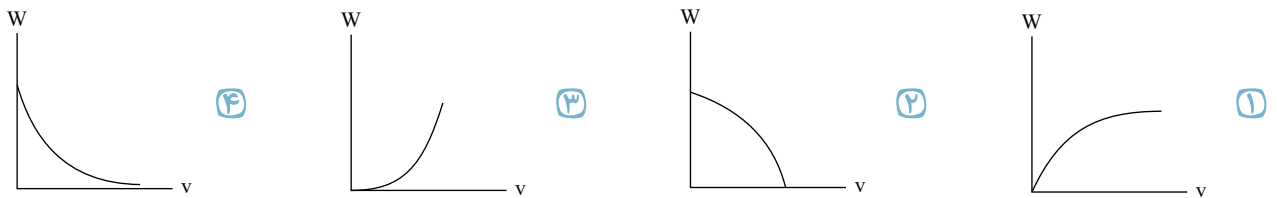
۲۰ اگر در شرایطی که اتلاف انرژی ناچیز است، انرژی‌های جنبشی، پتانسیل و مکانیکی جسمی را به ترتیب با K ، U و E نشان دهیم، کدام نمودار صحیح نمی‌باشد؟



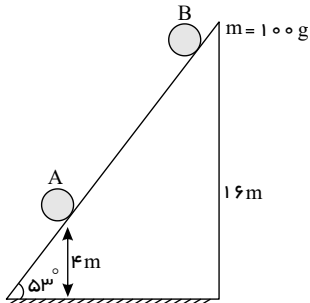
۲۱ شناگری به جرم 60 kg از بالای یک تخته پرش به ارتفاع 6 متر به پایین می‌پرد. پس از ورود به آب حداکثر 3 متر در آب به طرف پایین می‌رود. هنگامی که در هوا سقوط می‌کند، تنها نیروی وارد بر این شناگر گرانش زمین است. نیروی مقاوم F که از طرف آب بر او وارد می‌شود، ثابت است. با فرض اینکه سرعت اولیه شناگر صفر باشد، مقدار نیروی ثابت F چند کیلو نیوتون است؟ ($g \approx 10\text{ m/s}^2$)

- ۱) 0.54 ۲) 5.4 ۳) 1.8 ۴) 18

۲۲ به جسمی به جرم m ، نیروی ثابت F وارد می‌شود و آن را بر روی سطح افقی بدون اصطکاکی از حال سکون به حرکت در می‌آورد. نمودار تغییرات کار حاصل از نیروی F بر حسب سرعت آن مطابق با کدام گزینه است؟

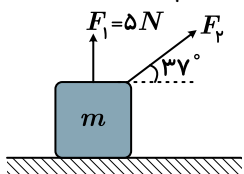


۲۳ مطابق شکل گلوله‌ای از B به سمت A حرکت می‌کند. اگر انرژی جنبشی آن در این مسیر 5 ژول افزایش یابد، اندازه نیروی اصطکاک چند نیوتون است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$ ، $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- ۱) 7 ۲) 25 ۳) $\frac{7}{15}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۲۴ مطابق شکل زیر، به جسمی که روی یک سطح افقی قرار دارد، دو نیروی F_1 و F_2 وارد می‌شود. اگر جسم تحت تأثیر این نیروها در راستای افقی حرکت کند و نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم 10 نیوتون بوده و پس از طی 5 متر جابه‌جایی افقی، کار کل انجام شده روی جسم برابر با 110 ژول باشد، F_2 چند نیوتون است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8$)



- ۱) 15 ۲) 40 ۳) $\frac{160}{3}$ ۴) 20

۲۵ جسمی به جرم 4 kg تحت تأثیر نیروی افقی 10 نیوتونی با سرعت ثابت 72 km/h در جهت این نیرو در حرکت است. پس از نیم‌دقیقه چند کیلوژول کار توسط نیروی 10 نیوتونی بر روی جسم انجام شده است؟

- ۱) 0.4 ۲) 0.6 ۳) 4 ۴) 6

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

چون انرژی جنبشی جسم ساکن B ، بعد از برخورد، معادل $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی جسم A شده و از طرفی $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه جسم A به گرما تبدیل شده، پس طبق پایستگی انرژی، انرژی جنبشی ثانویه جسم A ، معادل $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه آن است. یعنی:

$$K_B = \frac{1}{4}K_A \rightarrow \frac{1}{2}m_B v_B^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}m_A v_A^2 \xrightarrow{m_B = 2m_A} 2m_A v_B^2 = \frac{1}{4}m_A v_A^2 \rightarrow v_B^2 = \frac{1}{8}v_A^2 \rightarrow v_B = \frac{1}{2\sqrt{2}}v_A$$

$$K'_A = \frac{1}{4}K_A \rightarrow \frac{1}{2}m_A v_A'^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}m_A v_A^2 \rightarrow v_A'^2 = \frac{1}{4}v_A^2 \rightarrow v'_A = \frac{1}{2}v_A$$

v'_A : سرعت جسم A پس از برخورد

K'_A : انرژی جنبشی جسم A پس از برخورد

$$\rightarrow \frac{v'_A}{v_B} = \frac{\frac{1}{2}v_A}{\frac{1}{2\sqrt{2}}v_A} = 1$$

۲ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی $E_A = E_{A'}$ و از طرفی دیگر اگر کمترین سرعت گلوله در نقطه A را بخواهیم به گونه‌ای که گلوله به نقطه A' برسد باید تندی در نقطه A' برابر صفر شود. اگر نقطه A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض کنیم، داریم:

$$E_A = E_{A'} \Rightarrow K_A + U_A = K_{A'} + U_{A'} \xrightarrow{\substack{U_A = 0 \\ K_{A'} = 0}}$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = 0 + mgh'\right)$$

$$v_A^2 = 2gh' \xrightarrow{h' = L \cos 37^\circ} v_A = \sqrt{2gh'} = \sqrt{2gL \cos 37^\circ} = \sqrt{2 \times 10 \times 1.25 \times 0.8} = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۳ چون اصطکاک نداریم ($W_f = 0$) می‌توان از اصل پایستگی انرژی بین نقطه پرتاب و نقطه موردنظر استفاده کرد:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow 0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = U_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times m(30)^2 = \frac{3}{2} \times mgh \Rightarrow h = 30 \text{ m}$$

۴ قبل از هر چیز باید ببینیم که هر یک از نیروها با راستای حرکت (نیروی برآیند) چه زاویه‌ای می‌سازند:

$$F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \rightarrow F_t = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ N}$$

$$\cos \theta_1 = \frac{F_1}{F_t} = \frac{8}{10} = 0.8, \quad \cos \theta_2 = \frac{F_2}{F_t} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos \theta_1 \rightarrow W_{F_1} = 8 \times 5 \times 0.8 = 32 \text{ J} \quad \rightarrow \frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

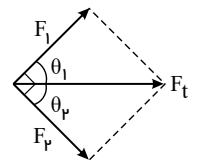
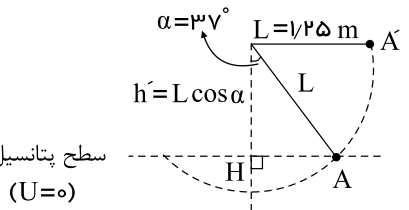
$$W_{F_2} = F_2 \cdot d \cdot \cos \theta_2 \rightarrow W_{F_2} = 6 \times 5 \times 0.6 = 18 \text{ J}$$

تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی (*): $W_{mg} = -\Delta U_g$ می‌دانیم

$$\Delta U_g = U_{2g} - U_{1g}$$

$$U_{2g} = 0 \rightarrow \Delta U_g = -U_{1g} - mgh \quad (**)$$

$$\rightarrow W_{mg} = -(-mgh) = mgh$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۵

برای هر سه گلوله:

اگر سطح زمین را مبنای پتانسیل گرانشی فرض کنیم:

چون m و h برای هر سه گلوله یکسان است:

$$(W_{mg})_1 = (W_{mg})_2 = (W_{mg})_3$$

طبق رابطه $W_{mg} = mgh$ ، با توجه به مشابه بودن توپ‌ها و ارتفاع یکسان آنها تا زمین، کار نیروی وزن بر روی هر سه توپ یکسان است.

در این تست با یک نیروی متغیر روبه‌رو هستیم که به صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد، برای محاسبه کار این نیرو باید متوسط نیرو را در ۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی ۴ تا ۶ ثانیه به دست آورده و در رابطه کار قرار دهیم:

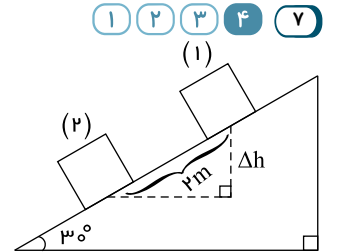
$$t_1 = 4s : F_1 = 90N \quad \bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{90 + 130}{2} = 110N$$

$$t_2 = 6s : F_2 = 130N$$

به طور کلی یادتان باشد که اگر نیرو به طور خطی و یکنواخت تغییر کند، باید مقدار متوسط که همان مقدار میانگین است را محاسبه کرده و در رابطه کار قرار داد.

$$\Delta h = 2 \times \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1m$$

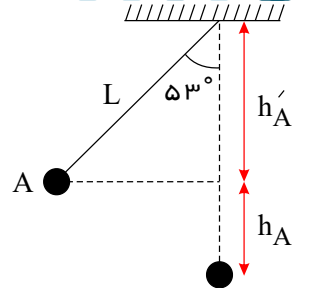
$$W_f = E_2 - E_1 = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \rightarrow W_f = U_2 - U_1 = -mgh = -2 \times 10 \times 1 = -20J$$



ابتدا ارتفاع گلوله A نسبت به پایین‌ترین نقطه مسیرش را به دست می‌آوریم:

$$\cos 53^\circ = \frac{h'_A}{L} \Rightarrow 0.6 = \frac{h'_A}{1} \Rightarrow h'_A = 0.6m$$

$$h_A = L - h'_A \Rightarrow h_A = 1 - 0.6 \Rightarrow h_A = 0.4m$$



با توجه به اصل پایستگی انرژی بین نقطه A و پایین‌ترین نقطه مسیر (نقطه صفر پتانسیل) می‌توان گفت:

$$E_A = E_0 \Rightarrow \cancel{K}_A + U_A = K_0 + \cancel{U}_0 \Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 0.4 = \frac{1}{2} \times v^2$$

$$v^2 = 8 \Rightarrow v = 2\sqrt{2} \frac{m}{s} \text{ سرعت در پایین‌ترین نقطه}$$

اکنون می‌توان اصل پایستگی انرژی را بین نقطه مورد نظر سوال (B) و نقطه A نوشت:

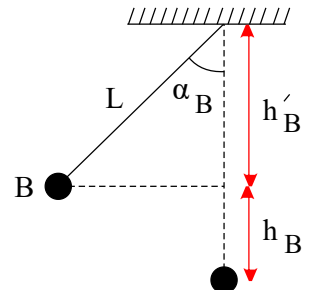
$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + \cancel{K}_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \frac{\sqrt{2}}{2}v \rightarrow 10 \times 0.4 = (10 \times h_B) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow 4 = 10h_B + 2 \Rightarrow h_B = 0.2m$$

$$h'_B = L - h_B \Rightarrow h'_B = 0.8m$$

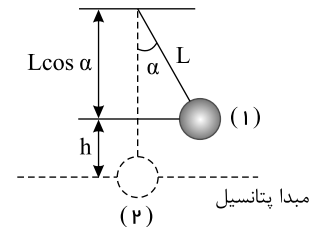
$$\cos \alpha_B = \frac{h'_B}{L} \Rightarrow \cos \alpha_B = \frac{0.8}{1} \Rightarrow \alpha_B = 37^\circ$$

بنابراین در مورد زاویه نخ با راستای قائم می‌توان گفت:



با توجه به قانون پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2} \times (4)^2 \Rightarrow h = 0.8m$$



از طرفی داریم:

$$L = L \cos \alpha + h \Rightarrow 1,6 = 1,6 \cos \alpha + 0,8 \Rightarrow 0,8 = 1,6 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

نکته: هنگامی که گلوله به بالاترین نقطه مسیر خود می‌رسد، سرعت آن و در نتیجه انرژی جنبشی صفر است و هنگامی که یک گلوله به پایین‌ترین نقطه مسیر خود می‌رسد، می‌توان آن ارتفاع را مبدأ پتانسیل در نظر گرفت و در نتیجه انرژی پتانسیل گرانشی در آن نقطه صفر است.

انرژی مکانیکی دو جسم A, B را می‌یابیم. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰**

$$E_A = K_A + U_A = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 6^2 = 18 J$$

$$E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 + 1 \times 10 \times (2 \sin 37^\circ)$$

$$= 2 + 10 \times 1,2 = 14 J \Rightarrow \Delta E = E_B - K_A = 14 - 18 = -4 J$$

بنابراین انرژی مکانیکی در این جابه‌جایی $4 J$ کاهش یافته است.

(دقت: کاهش انرژی مکانیکی، برابر کار نیروی اصطکاک در طی حرکت است.)

چون جسم به طرف پایین جابه‌جا شده کار نیروی وزن مثبت است و از رابطه $W_{mg} = +mgh$ به دست می‌آید: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱**

$$W_{mg} = +mgh \xrightarrow{m=2kg, h=5m} W_{mg} = 2 \times 10 \times 5 = 100 J$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$W = F_x \times \Delta x \Rightarrow W = 30 \times 6 = 180 J$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta \rightarrow W_F = 100 \cos \theta$$

$$-1 \leq \cos \theta \leq 1 \rightarrow -100 \leq 100 \cos \theta \leq 100 \rightarrow -100 \leq W_F \leq 100$$

از بین گزینه‌ها فقط عدد گزینه ۴، در بازه بالا قرار ندارد. $100 < 100\sqrt{2}$

با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ برای مقایسه دو حالت داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴**

میزان افزایش انرژی جنبشی

$$v_1 = v, v_2 = v + \Delta, K_2 = K_1 + \frac{44}{100} K_1 = 1,44 K_1$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1,44 = \left(\frac{v + \Delta}{v}\right)^2$$

$$\Rightarrow 1,2 = \frac{v + \Delta}{v} \Rightarrow 1,2v = v + \Delta \Rightarrow 0,2v = \Delta \Rightarrow v = 25 \frac{m}{s}$$

نکته: سطح زیر نمودار نیرو بر حسب جابه‌جایی برابر با کار برآیند نیروهای وارد بر جسم است: با توجه به نکته بالا و قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵**

$$S = W_t$$

$$S = \Delta K \rightarrow \frac{20 \times 30}{2} = \frac{1}{2} \times 2(v_2^2 - 0) \rightarrow v_2^2 = 300 \rightarrow v_2 = 10\sqrt{3} m/s$$

در حرکت جسم بر روی سطح شیب‌دار، دو نیروی وزن و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶**

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1 \xrightarrow{K_2=0} -mgh - f_k d = 0 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\xrightarrow{h=d \sin 30^\circ} -2 \times 10 \times \left(\frac{1}{2} \times d\right) - 40d = -\frac{1}{2} \times 2 \times 400 \Rightarrow -50d = -400 \Rightarrow d = 8m$$

ابتدا مسیر AB را در نظر می‌گیریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷**

$$E_A = E_B + |W_f|$$

(تراز BC را به عنوان مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم.)

$$K_A + U_{g_A} = K_B + U_{g_B} + |W_f|$$

$$mgh_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + |W_f|$$

$$2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 + 11 \rightarrow v_B = 7 m/s$$

سپس مسیر BC را در نظر می‌گیریم:

$$E_B = E_C + |W_f'|$$

$$K_B + U_{g_B} = K_C + U_{g_C} + |W_f'|$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = |f_k \cdot d_{BC} \cdot \cos 18^\circ| \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 = v \times d_{BC} \rightarrow d_{BC} = 2m$$

روش تحلیلی: همه انرژی جسم در نقطه A معادل انرژی پتانسیل گرانشی آن یعنی $mgh = 60J$ است که در کل مسیر، صرف غلبه بر کار نیروی اصطکاک می‌شود که در طول مسیر AB معادل 11 ژول و در مسیر BC معادل بقیه یعنی $49J$ است که در نهایت:

$$|W_{f_{BC}}| = f \cdot d_{BC} \Rightarrow 49 = 2d = 2m$$

جسم به سمت بالا حرکت کرده است، بنابراین: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸**

$$W_{mg} = -450J \Rightarrow \Delta W = -W_{mg} = 450J$$

$$\Delta U = U_B - U_A = mgh_B - mgh_A = 30 \times 60 - 30 \times h_A = 30(60 - h_A)$$

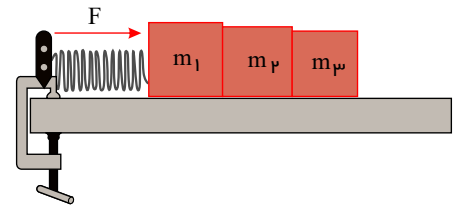
$$\Delta U = -W_{mg} \Rightarrow 30(60 - h_A) = -(-450)J \Rightarrow h_A = 45m$$

قضیه کار - انرژی **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹**

می‌دانیم v_0 همه یکسان و v نیز در هرمدت معین یکسان خواهد بود پس $v^2 - v_0^2$ برای همه اجسام یکسان است.

$$W_{\Sigma \vec{F}} = \frac{1}{2}m(v^2 - v_0^2)$$

$$\frac{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_2}}{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_1}} = \frac{\frac{1}{2}m_2(v^2 - v_0^2)}{\frac{1}{2}m_1(v^2 - v_0^2)} \Rightarrow \frac{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_2}}{200} = \frac{3}{2} \Rightarrow W_{\Sigma \vec{F}})_{m_2} = 300J$$



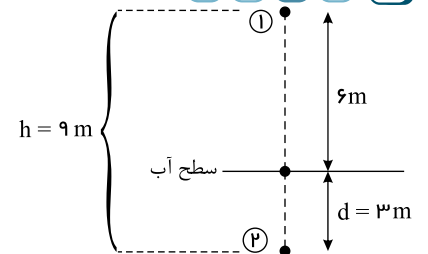
در همه حالات و مکان‌ها باید ثابت باشد، بنابراین گزینه‌های ۱ و ۲ به لحاظ علمی ایرادی ندارند. از طرفی با توجه به تعریف انرژی مکانیکی داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰**

$$E = K + U \rightarrow K = E - U$$

اگر K را معادله y و U را معادله x در ریاضی تصور نماییم، معادله $y = E - x$ خطی مایل با شیب -1 و عرض از مبدأ E خواهد بود و بنابراین گزینه ۳ نیز ایرادی ندارد؛ ولی گزینه ۴ جواب تست است. زیرا $U = E - K$ نموداری همانند نمودار گزینه ۳ دارد و نمودار ارائه شده در گزینه ۴ اشتباه می‌باشد.

با توجه به متن سؤال از نقطه (۱) تا سطح آب نیروی اتلافی نداریم، ولی از سطح آب تا نقطه (۲) نیروی اتلافی داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱**

$$E_1 = E_2 + |W_F|$$



انرژی پتانسیل را نسبت به نقطه (۲) می‌سنجیم:

$$K_1 + U_{g1} = K_2 + U_{g2} + |W_F|$$

$$mgh = F \cdot d$$

$$60 \times 10 \times 9 = F \times 3 \rightarrow F = 1800N = 1.8 kN$$

بر طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲**

از آنجایی که در راستای افق اصطکاک نداریم، تنها نیرویی که در این راستا کار انجام می‌دهد، نیروی F است. بنابراین:

$$W_F = K_2 - K_1 \rightarrow W = \frac{1}{2}mv^2$$

روشن است که نمودار W بر حسب v یک سهمی است با جهت تقعر رو به بالا.

ابتدا فاصله قائم دو نقطه A و B و پس از آن طول سطح شیب‌دار از A تا B را یافته، سپس با استفاده از انرژی مکانیکی نقاط، مقدار انرژی مکانیکی کاهش یافته که همان کار نیروی اصطکاک باشد را محاسبه می‌کنیم و در نهایت نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳**

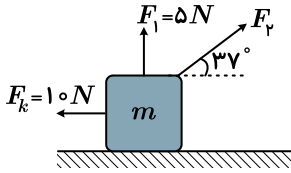
$$|\Delta h| = 12m, \quad |\Delta h| = AB \sin 53^\circ \Rightarrow 12 = AB \times 0.8 \Rightarrow AB = 15m \Rightarrow d = AB = 15m$$

$$E_A - E_B = W_f \Rightarrow (U_A + K_A) - (U_B + K_B) = fd \cos 18^\circ$$

$$(U_A - U_B) + (K_A - K_B) = f \times d \times (-1)$$

$$mg\Delta h + 5 = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow 0.1 \times 10 \times (-12) + 5 = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow f = \frac{7}{15}N$$

روش اول: کار انجام شده توسط هر نیرو را جداگانه محاسبه می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۴)



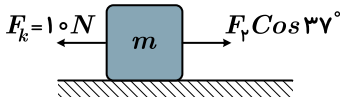
$$W_{F_1} = F_1 d \cos 90^\circ \Rightarrow W_{F_1} = 0$$

$$W_{F_v} = F_v d \cos 37^\circ = F_v \times 5 \times \frac{4}{5} = 4F_v (J)$$

$$W_{f_K} = f_K d \cos 180^\circ = 10 \times 5 \times (-1) = -50 (J)$$

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_v} + W_{f_K} \Rightarrow 110 = 0 + 4F_v - 50 \Rightarrow F_v = 40 N$$

روش دوم: کار کل نیروها از رابطه به دست می‌آید که منظور از F_t ، برآیند نیروها در راستای جابه‌جایی است.



$$W_t = F_t d \Rightarrow 110 = \left(\frac{4}{5} F_v - 10 \right) \times 5 \Rightarrow \frac{4}{5} F_v - 10 = 22 \Rightarrow F_v = 40 N$$

می‌دانیم در حرکت با سرعت ثابت، جابه‌جایی از رابطه $d = v \cdot t$ محاسبه می‌گردد، بنابراین جابه‌جایی جسم مورد نظر برابر است با: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۵)

$$d = \left(72 \times \frac{10}{36} m/s \right) \times (0.5 \times 60 s) = 600 m$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta \rightarrow W = 10 \times 600 \times \cos 0 = 6000 J = 6 kJ$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴