

آزمون آزمایشی تابستانه ۲

جمعه ۱۴۰۱/۰۶/۱۸

ویژه مدارس هماهنگ

دوره‌ای دوازدهم ریاضی - تابستانه ۲

# آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی

دفترچه شماره ۱

مدت پاسخ‌گویی: ۶۷ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

| ردیف | مواد امتحانی  | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره | مدت پاسخ‌گویی |
|------|---------------|------------|----------|----------|---------------|
| ۱    | حسابان        | ۲۰         | ۱        | ۲۰       | ۳۰ دقیقه      |
| ۲    | هندسه         | ۱۴         | ۲۱       | ۳۴       | ۲۰ دقیقه      |
| ۳    | ریاضیات گسسته | ۱۱         | ۳۵       | ۴۵       | ۱۷ دقیقه      |

## طراحان، بازیبنان و ناظران علمی:

| بازین نهایی      | ویراستار علمی  | طراح           | درس           |
|------------------|----------------|----------------|---------------|
| محمد رضا میرزایی | محدثه کارگرفرد | سیروس نصیری    | حسابان        |
| مهدی یاقوتی      | محدثه کارگرفرد | سیروس نصیری    | هندسه         |
| مهدی یاقوتی      | محدثه کارگرفرد | هایده جواهری   | ریاضیات گسسته |
| وحید تونوچی      | پریرسا شکارسری | نصرالله افاضل  | فیزیک         |
| نوذر نوذری نژاد  | محمدصادق کمالی | فرزاد میرعباسی | شیمی          |

## گروه فنی و تولید:

|              |                    |
|--------------|--------------------|
| مدیر تولید   | نکیسا رحمانی       |
| مسئول دفترچه | مهدیه کیمیایی پناه |
| حروف نگاران  | مهناز احراری       |
| صفحه آرای    | مهدیه کیمیایی پناه |

تولید: واحد آزمون سازی مؤسسه علمی آموزشی علوی  
نظارت: شورای عالی آموزش مؤسسه علمی آموزشی علوی

حسابان (بایه دهم (فصل ۴) - پایه یازدهم (فصل ۱ (درس ۲ تا ۴) / فصل ۲ (درس ۲ نایع جزء صحیح + رسم نمودارها و خواص آن و حل معادلات جزء صحیح) / فصل ۳ (درس ۱ تا ۳))

۱- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x(2x-1) = 2m$  و رابطه  $\alpha^2 + \beta^2 = 2(\alpha + \beta)$  بین ریشه‌ها برقرار باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{3}{8}$  (۴) ۳

۲- اگر معادله  $x(x-m) = 1-m$  دو ریشه متمایز مثبت داشته باشد، حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(1, +\infty)$  (۲)  $(0, +\infty)$  (۳)  $(1, 2) \cup (2, +\infty)$  (۴)  $(1, 3) \cup (3, +\infty)$

۳- عکس ریشه منفی معادله  $x^2 = 4x + 1$  برابر عدد گنگ  $A - \sqrt{B}$  است. مقدار  $A + B$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) -۳ (۴) -۴

۴- اگر  $4 \leq \left| \frac{x-1}{3} \right|$  باشد، حاصل  $\left[ \frac{x}{13} \right]$  چند مقدار دارد؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - (m+1)x + n^2 + mn + n = 0$  و مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها به ترتیب ۵ و  $-\frac{12}{5}$  باشد، مقدار  $n$  چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) -۵ (۳) -۹ (۴) ۵

۶- اگر در بازه  $(a, b)$  تابع  $f(x) = 2|x+1|$  باین تر از تابع  $g(x) = |x-3|$  قرار گیرد، بیشترین مقدار  $b-a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{8}{3}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)  $\frac{14}{3}$  (۴)  $\frac{16}{3}$

۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - x - 2 = 0$  باشند، مقدار عددی  $A = [2\alpha^2 - \alpha] + \left[ \frac{\beta+2}{2\beta^2} \right]$  چقدر است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۸- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\frac{(\delta-x)^2}{9-x^2}}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

۹- اگر  $f(x) = 3x - 1$  و  $\frac{x}{(fog)(x)} = \frac{1}{x}$  باشد، مقدار  $g(\sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۰- در صورتی که  $x^2 + x = 0$  باشد،  $\left[ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \right]$  چند مقدار دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱- نمودار تابع  $y = [|x|] - [x]$  در بازه کدام  $(-1, 1)$  است؟



۱۲- در صورتی که  $\frac{2^x + 3^x + 4^x}{\sqrt{2^x} + \sqrt{3^x}} = 12$  باشد، حاصل  $\log(15x+10)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۳- اگر  $\log_2(x^2 + x + 1) + \log_2(x-1) = 2$  باشد حاصل  $\log_2(2^{x^3} + 4)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۴- نیمه عمر یک ماده هسته‌ای ۳۰ سال است. نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی‌گرم جرم دارد. جرمی که پس از ۳۰۰ سال باقی می‌ماند چقدر است؟

۰/۱۲۵ (۴)

۰/۲۵۶ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۳۷۵ (۱)

۱۵- جواب نامعادله  $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$  کدام است؟

 $x > -8$  (۴) $x > -2$  (۳) $x > -7$  (۲) $x > -6$  (۱)

۱۶- مجموع ریشه‌های معادله  $\log_2 x = [x] + [-x]$  کدام است؟

 $\frac{5}{2}$  (۴)

۱ (۳)

 $\frac{1}{2}$  (۲) $\frac{3}{2}$  (۱)

۱۷- مساحت بین دو تابع  $\begin{cases} y = |x| + |x-2| \\ y = \frac{2}{3}x + 2 \end{cases}$  کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۸- معادله  $\frac{2-x}{|x-3|} = 1$  چند جواب دارد؟

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

صفر (۱)

۱۹- معادله  $\frac{p}{2-p} + \frac{2}{p} = \frac{-3}{2}$  چند جواب دارد؟

هیچ (۴)

سه (۳)

دو (۲)

یک (۱)

۲۰- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{5}{\sqrt{x+2}} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x-2}}$  کدام است؟

۶ (۴)

۸ (۳)

۹ (۲)

صفر (۱)

هندسه (پایه دوازدهم (فصل ۱))

۲۱- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 2x \\ x \end{bmatrix} = 0$ ، عدد غیر صفر  $x$ ، کدام است؟

 $-\frac{5}{4}$  (۴) $-\frac{4}{5}$  (۳) $\frac{4}{5}$  (۲) $\frac{5}{4}$  (۱)

۲۲- اگر برای دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ b+1 & a-1 \end{bmatrix}$  تساوی  $B^2 - A^2 = (A+B)(A-B)$  برقرار باشد،  $a+b$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

-۵ (۱)

۲۳- اگر  $\begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 0 \\ y+x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x+2 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، مقدار  $y$  کدام است؟

-۱۴ (۴)

۱۴ (۳)

-۱۳ (۲)

۱۳ (۱)

۲۴- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3y+2x & x^2+x \\ x^2+3x+2 & 2z+3x \end{bmatrix}$  همانی است، مقدار  $yz$  چقدر است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

-۳ (۱)

۲۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 \sin \alpha & -2 \cos \alpha \\ 2 \cos \alpha & 2 \sin \alpha \end{bmatrix}$ ، آنگاه حاصل  $(|A^3| + 12|A^{-1}|)$  کدام است؟

۱۶۹ (۴)

۲۱۸ (۳)

۱۶۴ (۲)

۲۶۳ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۶- اگر به درایه‌های سطر اول ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، ۳ واحد اضافه شود، به دترمینان آن چند واحد اضافه می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۵

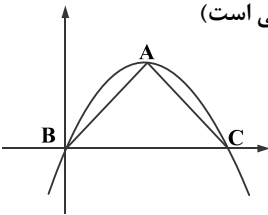
۲۷- در صورتی که  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 3$  باشد، دترمینان ماتریس  $|A|$  چقدر است؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۶۲ (۳) ۳۸ (۴) ۹۲

۲۸- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} \frac{x}{2} & \sqrt{x-1}-1 \\ 1-\log_{\frac{1}{3}} y & 10y \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، حاصل  $|A^{-1}|$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۹- اگر معادله سهمی زیر  $f(x) = m(4x - x^2)$  و مساحت مثلث  $ABC$  برابر ۱۶ باشد،  $f(5)$  کدام است؟ (A رأس سهمی است)



- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) -۸ (۴) -۷

۳۰- اگر هر دو دستگاه  $\begin{cases} mx + ny = m + 1 \\ 6x + 2y = 7 \end{cases}$ ،  $\begin{cases} mx + 4y = 3m - 5 \\ 6x + 4y = 13 \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشد، آنگاه مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & 1 & 0 \\ 1 & \sin \alpha & -1 \\ 0 & 1 & \sin \alpha \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $\frac{A}{1 - \cos^2 \alpha}$  کدام است؟ ( $\sin \alpha \neq 0$ )

- (۱)  $\sin \alpha$  (۲)  $-\sin \alpha$  (۳)  $\cos \alpha$  (۴)  $-\cos \alpha$

۳۲- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $X$ ، جواب معادله  $AX = 2A^{-1}$  باشد. مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۳۳- اگر  $A = [2i + 3j]_{2 \times 2}$  و  $AX = -AX - I$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $12X$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) صفر

۳۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  حاصل  $|2A| (2A)^{-1}$  برابر  $2^n$  است. مقدار  $n$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

ریاضیات گسسته (پایه یازدهم (فصل ۲))

۳۵- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند به طوری که  $P(A) > P(B)$  و احتمال این که دو پیشامد  $A$  و  $B$  رخ دهند  $\frac{1}{13}$  و احتمال این که

نه  $A$  و نه  $B$  رخ دهد  $\frac{1}{4}$  باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۲)  $P(B) = \frac{1}{12}$ ،  $P(A) = 1$

(۱)  $P(B) = \frac{1}{3}$ ،  $P(A) = \frac{1}{4}$

(۴)  $P(B) = \frac{1}{4}$ ،  $P(A) = \frac{1}{3}$

(۳)  $P(B) = \frac{1}{6}$ ،  $P(A) = \frac{1}{3}$

۳۶- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد دلخواه و  $P(B) = 0/4$  و  $P(A') = 0/3$  و  $P(A \cap B') = 0/5$  باشد، آنگاه  $P(B | A \cup B')$  کدام است؟

$$\frac{2}{5} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۴)}$$

۳۷- اگر پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  دوهو مستقل باشند و  $P(C) > 0$  و  $P(A \cap B \cap C) = 0$  باشد، آنگاه  $P(A' \cap B' | C)$  کدام است؟

$$P(A) - P(B') \text{ (۱)} \quad P(A') + P(B') \text{ (۲)} \quad P(A') - P(B') \text{ (۳)} \quad P(A') - P(B) \text{ (۴)}$$

۳۸-  $A$  و  $B$  دو پیشامد از یک آزمایش تصادفی هستند و  $P(A) > 0$  و  $P(B) < 1$  اگر  $P(B') > P(A')$  باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$$P(A \cap B') < P(A' \cap B) \text{ (۱)} \quad P(A \cap B') = P(A' \cap B) \text{ (۲)} \\ P(B | A) < P(A | B) \text{ (۳)} \quad P(B | A) > P(A | B) \text{ (۴)}$$

۳۹- برای دو پیشامد  $A$  و  $B$ ، اگر  $P(A) = P(A | B) = \frac{1}{4}$  و  $P(B | A) = \frac{1}{3}$  باشد، آنگاه کدام گزینه زیر نادرست است؟

$$A \text{ و } B \text{ مستقل اند (۱)} \quad P(A' | B) = \frac{3}{4} \text{ (۲)} \quad P(B' | A') = \frac{1}{2} \text{ (۳)} \quad \text{هیچ کدام (۴)}$$

۴۰- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد تصادفی باشند، به طوری که  $P(A) = 0/3$  و  $P(B) = 0/25$  و  $P(A \cap B) = 0/2$ ، آنگاه مقدار  $P((A' | B'))$  کدام است؟

$$\frac{2}{15} \text{ (۱)} \quad \frac{11}{15} \text{ (۲)} \quad \frac{13}{15} \text{ (۳)} \quad \frac{14}{15} \text{ (۴)}$$

۴۱- کیسه‌ای شامل ۴ گوی سفید و ۶ گوی سیاه است. یک گوی به تصادف از کیسه خارج کرده و رنگ آن را مشاهده می‌کنیم، سپس این گوی با دو گوی دیگر با همین رنگ به کیسه برگردانده می‌شود. اگر یک گوی به طور تصادفی از کیسه خارج کنیم احتمال این که سفید باشد چقدر است؟

$$\frac{3}{4} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{3}{10} \text{ (۴)}$$

۴۲- کیفی شامل ۲ توپ سبز و ۵ توپ آبی است. یک توپ به تصادف از کیف خارج می‌کنیم، اگر توپ بیرون آمده سبز باشد، یک توپ آبی به کیف اضافه می‌کنیم و اگر توپ بیرون آمده آبی باشد، یک توپ سبز به کیف اضافه می‌کنیم، تویی که بیرون آوردیم به کیف برگردانده نمی‌شود، سپس دومین توپ را به طور تصادفی از کیسه خارج می‌کنیم، احتمال این که دومین توپ آبی باشد کدام است؟

$$\frac{32}{49} \text{ (۱)} \quad \frac{27}{49} \text{ (۲)} \quad \frac{21}{49} \text{ (۳)} \quad \frac{26}{49} \text{ (۴)}$$

۴۳- سه اسب سوار  $A$  و  $B$  و  $C$  در یک مسابقه شرکت می‌کنند که فقط یک نفر برنده خواهد شد، اگر احتمال برد  $A$ ، سه برابر احتمال برد  $B$  و نصف

احتمال برد  $C$  باشد، احتمال برد  $C$  کدام است؟

$$\frac{1}{10} \text{ (۱)} \quad \frac{3}{5} \text{ (۲)} \quad \frac{2}{5} \text{ (۳)} \quad \frac{7}{10} \text{ (۴)}$$

۴۴- کیسه‌ای شامل ۵ توپ است، ولی نمی‌دانیم چه تعداد از آن‌ها سبز است، دو توپ به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم و سبز هستند، احتمال این که

هر ۵ توپ سبز باشد، چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \text{ (۱)} \quad \frac{1}{3} \text{ (۲)} \quad \frac{1}{4} \text{ (۳)} \quad \frac{1}{5} \text{ (۴)}$$

۴۵- کلمه "POSSIBILITY" را در نظر بگیرید. اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب، پیشامد دو تا  $S$  کنار هم و سه تا  $I$  کنار هم باشد، آنگاه چند تا از موارد زیر

صحیح است؟

$$P(A) = P(B) = \frac{2}{11} \text{ (الف)} \quad P(A \cap B) = \frac{2}{165} \text{ (ب)} \quad P(A \cup B) = \frac{7}{31} \text{ (پ)} \quad P(B | A) = \frac{1}{15} \text{ (ت)}$$

$$۱ \text{ (۱)} \quad ۲ \text{ (۲)} \quad ۳ \text{ (۳)} \quad ۴ \text{ (۴)}$$

# مبحث آزمون آزمایشی پیشروی ۱- پایه دوازدهم (۱۴۰۱/۰۷/۲۲)

| مباحث  | دروس                       |
|--|----------------------------|
| پایه دوازدهم: فصل ۱: درس ۱ و درس ۲ تا ابتدای تبدیل نمودار توابع (صفحه ۱۵)<br>پایه دهم: فصل‌های ۴ و ۵<br>پایه یازدهم: فصل ۱: دروس ۲ و ۳ | ریاضیات (تجربی)            |
| فصل ۱  | زمین‌شناسی                 |
| پایه دوازدهم: فصل ۱: گفتار ۱ و ۲<br>پایه دهم: فصل‌های ۱ و ۲  | زیست‌شناسی                 |
| پایه دوازدهم: فصل ۱ (دروس ۱ و ۲)<br>پایه دهم: فصل ۱ و ۲  | فیزیک (تجربی)              |
| پایه دوازدهم: فصل ۱ تا ابتدای اسیدها و بازها (صفحه ۱۳)<br>پایه دهم: فصل ۱  | شیمی                       |
| پایه دوازدهم: فصل ۱: درس ۱<br>پایه دهم: فصل ۵<br>پایه یازدهم: فصل ۲  | حسابان                     |
| پایه دوازدهم: فصل ۱: درس ۱<br>پایه دهم: فصل ۱  | هندسه                      |
| پایه دوازدهم: (ریاضیات گسسته) فصل ۱: درس ۱   | ریاضیات گسسته              |
| پایه دوازدهم: فصل ۱ (دروس ۱ تا ۳)<br>پایه دهم: فصل‌های ۱ و ۲   | فیزیک (ریاضی)              |
| پایه دوازدهم: فصل ۱: درس ۱ تا ابتدای ترکیب (صفحه ۹)<br>پایه دهم: فصل ۱   | ریاضی و آمار               |
| دروس ۱ و ۲   | اقتصاد                     |
| پایه دوازدهم: درس ۱ تا انتهای صفحه ۸<br>پایه دهم: دروس ۱ و ۲   | زبان عربی اختصاصی (انسانی) |
| پایه دوازدهم: درس ۱<br>پایه دهم: دروس ۱ و ۴ و ۷ و ۱۰   | علوم و فنون ادبی           |
| پایه دوازدهم: درس ۱<br>پایه دهم: دروس ۱ تا ۴   | جامعه‌شناسی                |
| پایه دوازدهم: درس ۱<br>پایه دهم: دروس ۱ تا ۴   | تاریخ                      |
| پایه دوازدهم: درس ۱<br>پایه دهم: دروس ۱ و ۲  | جغرافیا                    |
| پایه دوازدهم: (فلسفه ۲) دروس ۱ و ۲<br>پایه یازدهم: (فلسفه ۱) دروس ۱ و ۲<br>پایه دهم: (منطق) دروس ۱ و ۲                                 | فلسفه و منطق               |
| درس ۱  | روان‌شناسی                 |