

نام آزمون: شرق دخترانه حسابی ۱ شهریور

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۰۱

زمان برگزاری: ۶۰ دقیقه

کد اجرا: ۷۶۷۷۱۳۶

نام و نام خانوادگی:



دبیرستان دخترانه علوی واحد

شرق

۱ درون 2 kg آب 40°C مقداری یخ 5°C می‌اندازیم. اگر این آب 294 kJ گرما از دست بدهد تا سیستم به دمای تعادل برسد، جرم یخ چند گرم بوده است؟ $(L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, C_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, C_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}})$

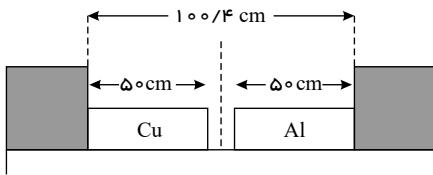
۱۲۰۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۲ دو میله مسی و آلومینیومی بین دو دیواره ثابت قرار دارند. دمای دو میله را چند کلوین بالا ببریم تا دو میله به یکدیگر برسند؟ $(\alpha_{\text{مس}} = 1,7 \times 10^{-5} 1/\text{K}$ و $\alpha_{\text{Al}} = 2,3 \times 10^{-5} 1/\text{K}$)



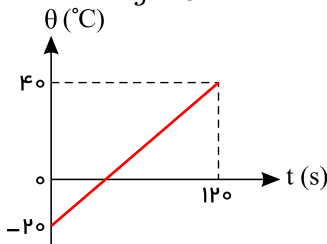
۳۴۷ (۲)

۴۷۰ (۱)

۲۰۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۳ نمودار تغییرات دمای جسم جامدی به جرم ۱۰۰ گرم، برحسب زمان مطابق شکل است. اگر گرمای ویژه جسم $400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot^\circ\text{C}}$ باشد، جسم در هر ثانیه چند ژول گرما گرفته است؟



۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۲۰ (۳)

۲۴ (۴)

۴ یک دماسنج که روش مدرج کردن آن معلوم نیست، دمای 20°C را 56 درجه نشان می‌دهد. اگر در ازای هر 6 درجه افزایش دما در دماسنج سلسیوس، دمای این دماسنج 10 درجه افزایش یابد، در چه دمایی این دماسنج و دماسنج سلسیوس یک دما را نشان می‌دهند؟ (رابطه دمای دو دماسنج خطی است.)

-۳۳٫۵ (۴)

۳۳٫۵ (۳)

-۳۴ (۲)

۳۴ (۱)

۵ دو کره فلزی هم‌جنس در نظر بگیرید که شعاع‌های مساوی دارند ولی درون یکی از آنها حفره‌ای خالی وجود دارد. اگر به دو کره انرژی گرمایی مساوی بدهیم، شعاع آنها در مقایسه با هم چگونه تغییر می‌کند؟

۱ برای هر دو کره افزایش شعاع برابر است.

۲ برای کره‌ای که حفره دارد افزایش شعاع کمتر است.

۳ برای کره‌ای که حفره دارد افزایش شعاع بیشتر است.

۴ بستگی به محل و شعاع حفره ممکن است افزایش شعاع کره حفره‌دار بیشتر یا کمتر از کره توپر باشد.

۶ دمای یک میله فلزی از θ_1 به θ_2 می‌رسد. اگر طول آن $1/3$ درصد افزایش یابد، چگالی آن تقریباً.....

۱ $1/3$ درصد کاهش می‌یابد. (۲) $3/3$ درصد کاهش می‌یابد. (۳) $1/3$ درصد افزایش می‌یابد. (۴) $3/3$ درصد افزایش می‌یابد.

۷ مقداری آب را که در فشار یک اتمسفر قرار دارد، به تدریج سرد می‌کنیم و هم‌زمان فشار محیط را افزایش می‌دهیم. در این صورت، آب در دمای درجه سلسیوس منجمد می‌شود.

بین ۴ درجه و صفر (۴)

پایین‌تر از صفر (۳)

۴ (۲)

صفر (۱)



۸ طول تیر آهنی در دمای صفر درجه سلسیوس، ۱۲ متر است. اگر دمای آن از صفر درجه سلسیوس به ۵۰ درجه سلسیوس برسد، طول آن چند میلی متر افزایش می یابد؟

$$\left(\alpha_{\text{آهن}} = 1,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}\right)$$

- ۱ ۷,۲ ۲ ۷۲ ۳ $7,2 \times 10^{-1}$ ۴ $7,2 \times 10^{-2}$

۹ ۱ kg یخ -1°C را در فشار یک جو در 5kg آب 20°C می اندازیم. پس از برقراری تعادل حرارتی، چه خواهیم داشت؟

$$\left(L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}, c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}, c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}}\right)$$

- ۱ 6kg یخ 0°C ۲ 6kg آب 0°C ۳ 6kg آب $3,75^\circ\text{C}$ ۴ 6kg آب $2,5^\circ\text{C}$

۱۰ درون یک کیلوگرم آب با دمای 30°C درجه سلسیوس، چند گرم یخ صفر درجه سلسیوس بیاندازیم، تا پس از تعادل گرمایی، آب با دمای

$$20^\circ\text{C}$$

درجه سلسیوس حاصل شود؟ $(C_{H_2O} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}, L_F = 336 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}})$ ، تبادل گرمایی فقط بین آب و یخ انجام می شود.

- ۱ ۱۰۰ ۲ ۲۰۰ ۳ ۱۲۵ ۴ ۱۷۵

۱۱ گرمای Q ، دمای ۳ گرم از ماده A را 5°C درجه سلسیوس و دمای ۲ گرم از ماده B را 3°C درجه سلسیوس بالا می برد. گرمای ویژه ماده A چند برابر گرمای ویژه ماده B است؟

- ۱ ۰,۴ ۲ ۰,۵ ۳ ۱,۵ ۴ ۲,۵

۱۲ تبدیل بخار به مایع، جامد به بخار و مایع به بخار را به ترتیب چه می نامند؟

- ۱ تصعید، چگالش و تبخیر ۲ میعان، چگالش و تصعید ۳ تصعید، تبخیر و میعان ۴ میعان، تصعید و تبخیر

۱۳ از بین عبارات زیر چند مورد صحیح است؟

- ۱ تابش گرمایی در دماهای زیر حدود 500°C عمدتاً به صورت تابش فرابنفش است.
- ۲ تفسنج تابشی به عنوان دماسنج معیار برای اندازه گیری دماهای بالای 1100°C انتخاب شده است.
- ۳ تغییر کمیت دماسنجی، اساس کار دماسنج ها است.
- ۴ در دماسنج جیوه ای و الکلی، کمیت دماسنجی، ارتفاع مایع درون لوله دماسنج است.
- ۵ گستره دماسنجی دماسنج ترموکوپل به جنس سیم های آن بستگی دارد.
- ۶ دماسنج ترموکوپل جزو دماسنج های معیار است.
- ۷ نیروی بین مولکولی کوتاه برد بوده و این نیرو در مولکول های آب به صورت هم چسبی است.

- ۱ ۳ مورد ۲ ۴ مورد ۳ ۵ مورد ۴ ۶ مورد

۱۴ یک قطعه یخ با دمای -20°C درجه سلسیوس را درون 250g گرم آب با دمای 20°C درجه سلسیوس می اندازیم. اگر بعد از برقراری تعادل گرمایی، 50g گرم یخ ذوب نشده باقی مانده باشد، جرم قطعه یخ اولیه چند گرم بوده است؟

$$\left(c_{\text{آب}} = 4,2 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}, c_{\text{یخ}} = 2,1 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}, L_F = 336 \frac{\text{J}}{\text{g}}\right)$$

و تبادل گرما فقط بین آب و یخ بوده است.

- ۱ ۵۰ ۲ ۱۰۰ ۳ ۲۵۰ ۴ ۳۰۰

۱۵ کدام عبارت درباره تبخیر سطحی یک مایع، نادرست است؟

- ۱ تبخیر سطحی مایع در هر دمایی اتفاق می افتد. ۲ با افزایش دما، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می یابد. ۳ با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی افزایش می یابد. ۴ با افزایش سطح آزاد مایع، تبخیر سطحی آن نیز افزایش می یابد.

۱۶ دمای یک قرص فلزی را ۲۵۰ درجه سلسیوس افزایش می‌دهیم، در نتیجه مساحت آن یک درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط خطی فلز در SI کدام است؟

- ۱ 2×10^{-5} ۲ 4×10^{-5} ۳ 2×10^{-6} ۴ 4×10^{-6}

۱۷ «ترموکوپل» چیست؟

- ۱ وسیله‌ای برای سنجش رسانایی حرارتی اجسام است.
 ۲ دماسنجی است که در آن تغییر دما باعث تغییر شدت جریان الکتریکی می‌شود.
 ۳ دماسنجی است که در آن تغییر دما باعث تغییر حجم گاز یا مایع می‌شود.
 ۴ وسیله‌ای برای ثابت نگه داشتن دمای داخل ساختمان است.

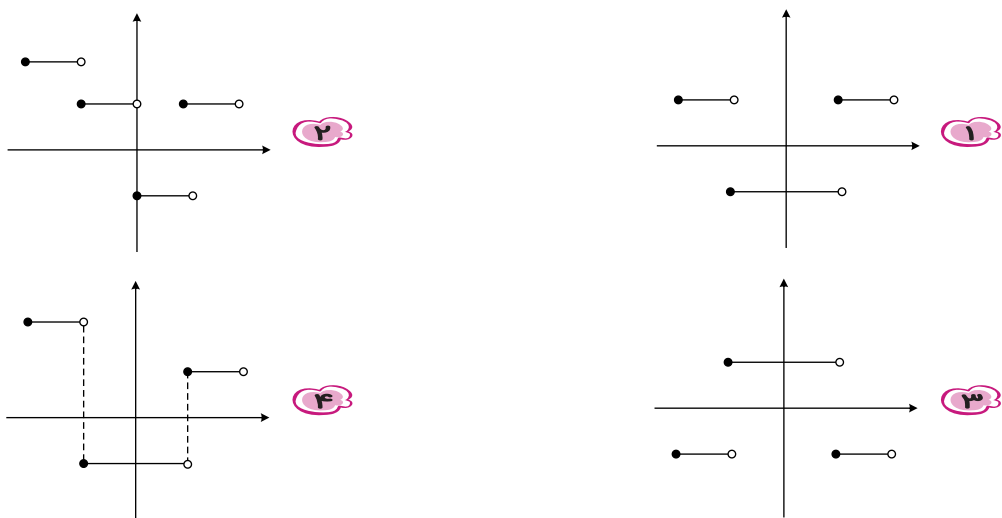
۱۸ اگر جزء صحیح $(x^2 + x)$ برابر -1 باشد، آن گاه $[x^2]$ کدام است؟

- ۱ -1 ۲ 0 ۳ 1 ۴ 2

۱۹ مجموعه جواب معادله $y = 3$ شامل چند عدد صحیح است؟ $\left[\frac{2x}{3} \right] - \left[-\frac{2x}{3} \right]$

- ۱ 1 ۲ 2 ۳ 3 ۴ صفر

۲۰ نمودار تابع $y = 2|3x| - 1$ به ازای $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$ کدام است؟



۲۱ اگر $0 < 2 + 5x + 3x^2$ باشد، حاصل $[3x] + \frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}}$ کدام است؟

- ۱ $\frac{8}{3}$ ۲ $-\frac{1}{3}$ ۳ 0 ۴ 1

۲۲ برد تابع $f(x) = [\sin x] + [\cos x]$ شامل چند عضو است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

- ۱ 2 ۲ 1 ۳ 3 ۴ 4

۲۳ اگر $[x + 2[x]] = 4$ ، مقدار x کدام است؟

- ۱ $\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$ ۲ $0 \leq x < 1$ ۳ $1 \leq x \leq 2$ ۴ جواب ندارد

۲۴ حاصل $A = [\sin 1^\circ] + [\sin 2^\circ] + [\sin 3^\circ] + \dots + [\sin 36^\circ]$ کدام است؟

-۱۷۸ (۴)

-۱۸۹ (۳)

-۱۷۹ (۲)

صفر (۱)

۲۵ مجموعه جواب نامعادله $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

$(-\infty, 1) - \{-1\}$ (۴)

$(-\infty, -1)$ (۳)

$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (۲)

$(-\infty, 1)$ (۱)

۲۶ مجموع جواب‌های معادله $3|x + 6| - \sqrt{4 - 4x + x^2} = 0$ کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۰ (۳)

-۱۴ (۲)

-۱۰ (۱)

۲۷ معادله $2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{[x] + [-x]}$ چند جواب دارد؟

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۳ ابتدا دمای نهایی آب را به دست می آوریم.

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow -294000 = 2 \times 4200 \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = -35^\circ C$$

$$\theta - 40 = -35 \rightarrow \theta = 5^\circ C$$

یعنی در نهایت آب $5^\circ C$ خواهیم داشت.

آب $40^\circ C \leftarrow 5^\circ C$ آب $5^\circ C \rightarrow 0^\circ C$ یخ $0^\circ C \rightarrow 5^\circ C$ یخ $5^\circ C \rightarrow 0^\circ C$

$$m'c_i\Delta\theta + m' L_F + m'c\Delta\theta + mc\Delta\theta = 0$$

$$\Rightarrow m' \times 2100(5) + m'(336000) + m'(4200)(5) - 294000 = 0 \Rightarrow m' = 0.8 \text{ kg} = 800 \text{ g}$$

۲ گزینه ۳

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Cu} + (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Al}$$

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 100.4 \text{ cm} - 2(50 \text{ cm}) = 0.4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Cu} + (\ell_1 \alpha \Delta\theta)_{Al} = 0.4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow (50 \text{ cm} \times 1.7 \times 10^{-5} \times \Delta\theta) + (50 \text{ cm} \times 2.3 \times 10^{-5} \times \Delta\theta) = 0.4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow (85 + 115)(10^{-5} \times \Delta\theta) = 0.4 \text{ cm} \rightarrow \Delta\theta = \frac{0.4 \text{ cm}}{0.002 \text{ cm}} = 200^\circ C$$

$$\Delta T = \Delta\theta \rightarrow \boxed{\Delta T = 200 \text{ K}}$$

۳ گزینه ۳

$$Q = mc\Delta\theta = 0.1 \times 400 \times (40 - (-20)) = 2400 \text{ J}$$

$$\text{گرمایی که جسم در هر ثانیه گرفته} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{2400}{120} = 20 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

۴ چون رابطه دمای دو دماسنج خطی است. ۲ گزینه ۲

دماسنج سلسیوس (C)	20		θ_1		θ_2		...
دماسنج مجهول	56		θ'_1		θ'_2		...

$$\rightarrow \frac{20 - \theta_2}{56 - \theta'_2} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta'_1 - \theta'_2}$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 6^\circ C \\ \Delta\theta' = \theta'_1 - \theta'_2 = 10^\circ C \\ \text{به فرض} \\ \rightarrow \theta_2 = \theta'_2 = x = ? \end{cases} \Rightarrow \frac{20 - x}{56 - x} = \frac{6}{10} \rightarrow \frac{20 - x}{56 - x} = \frac{3}{5} \rightarrow 3 \times 56 - 3x = 100 - 5x \rightarrow 2x = 100 - 168 = -68 \rightarrow \boxed{x = -34^\circ C}$$

۵ گزینه ۳

$$Q = mc(\Delta\theta) \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc}$$

هر دو کره هم جنس اند، بنابراین c ها برابر است.

کره تو خالی دارای جرم کمتری است بنابراین تغییرات دما برای آن بیشتر است.

$$\Delta V = V_1 \times 3\alpha \times \Delta\theta$$

با توجه به فرمول بالا تغییر حجم وابسته به تغییر دماست، بنابراین تغییر حجم کره تو خالی بیشتر است و در نتیجه افزایش شعاع برای کره تو خالی بیشتر می باشد.

۶ گزینه ۲ برای حل، ابتدا تغییر حجم میله را محاسبه می کنیم:



$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \alpha \Delta \theta = \frac{\Delta L}{L_1} = \underbrace{0,001}_{\text{اره درصد}}$$

$$\Delta V = V_1 \times (3\alpha) \Delta \theta = 3V_1 \times \underbrace{0,001}_{\text{اره درصد}} \Delta \theta = 0,003V_1 \Rightarrow V_2 = V_1 + \Delta V = 1,003V_1 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1,003$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{1,003} \approx 0,997 \Rightarrow \text{چگالی تقریباً ۰,۳ درصد کاهش می‌یابد.}$$

روش دوم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \rightarrow \alpha(\Delta \theta) = \frac{\Delta L}{L_1} = 0,001$$

$$\Delta \rho = -\rho_1 (3\alpha) \Delta \theta$$

$$\rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} \times 100 = -3\alpha(\Delta \theta) = -0,003$$

$$\rightarrow \% \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -0,3\%$$

با افزایش فشار نقطه ذوب یخ کاهش می‌یابد، همچنین نقطه انجماد هم کاهش می‌یابد. گزینه ۳

با توجه به رابطه $\Delta L = L_0 \alpha \Delta \theta$ داریم: گزینه ۱

$$\Delta L = 12 \times 1,2 \times 10^{-5} \times (50 - 0) = 7,2 \times 10^{-3} = 7,2 \text{ mm}$$

گزینه ۴

گرمایی که آب ۲۰ می‌دهد = گرمایی که یخ $10^\circ C$ می‌گیرد

$$(آب \theta \rightarrow 20^\circ C) = (آب \theta \rightarrow 0^\circ C) + (آب 0^\circ C \rightarrow 20^\circ C)$$

$$m c_{\text{آب}}(0 + 10) + m L_F + m c_{\text{آب}}(\theta - 0) = m c_{\text{آب}}(20 - \theta)$$

$$\Rightarrow 1 \times 2100(10) + 1 \times 336000 + 1 \times 4200(\theta) = 5 \times 4200(20 - \theta)$$

$$21000 + 336000 + 4200\theta = 21000(20 - \theta) \Rightarrow 21 + 336 + 4,2\theta = 420 - 21\theta \Rightarrow \theta = 2,5^\circ C$$

گزینه ۱

$$30^\circ C \text{ آب} \xleftarrow{Q_3} 20^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_2} 0^\circ C \text{ آب} \xrightarrow{Q_1} 0^\circ C \text{ یخ}$$

بنابر اصل پایستگی انرژی داریم:

$$\sum Q = 0 \Rightarrow m_{\text{آب}} L_F + m_{\text{آب}} c(20 - 0) + m_{\text{آب}} c(20 - 30) = 0$$

$$\Rightarrow m(336) + m \times 4,2 \times 20 + 1 \times 4,2 \times (-10) = 0$$

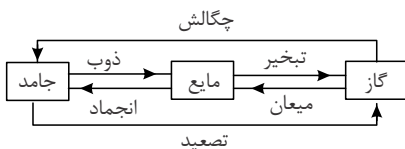
$$\Rightarrow 336m + 84m - 42 = 0 \Rightarrow 420m = 42 \Rightarrow m = \frac{1}{10} \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

گزینه ۱

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta \theta_A = m_B c_B \Delta \theta_B \rightarrow 3c_A \times 5 = 2c_B \times 3 \rightarrow 15c_A = 6c_B \rightarrow \frac{c_A}{c_B} = \frac{6}{15} = 0,4$$

گزینه ۴

گذارهای فازی بین جامد، مایع و گاز به صورت زیر است:



گزینه ۲ موارد (۱)، (۲) و (۶) نادرست بوده و باقی موارد درست هستند. بنابراین ۴ مورد صحیح است، یعنی گزینه ۲ درست است.

دلیل نادرستی مورد ۱: نوع تابش فروسرخ است نه فرابنفش.

دلیل نادرستی مورد ۲: تفسنج نوری به عنوان دماسنج معیار انتخاب شده است نه نوع تابشی.

دلیل نادرستی مورد ۶: دماسنج‌های معیار عبارتند از: گازی، مقاومت پلاتینی و تفسنج نوری.

۱۴ گزینه ۲ وقتی گفته می شود که بخشی از یخ آب نمی شود بدین معناست که دمای تعادل صفر درجه سانتی گراد است.

$$(m) - 20^{\circ}C \text{ یخ صفر درجه} \rightarrow (m - 50) \leftarrow 20^{\circ}C \text{ آب}, m' = 250g$$

$$Q_1 + Q_2 = |Q_3|$$

↓ ↓ ↓
گرمای افزایش گرمای ذوب گرمای تبدیل

آب 20° به آب 0° قسمتی از یخ دمای یخ از 20° به 0°

$$m \times 2,1 \times 20 + (m - 50) \times 336 = 250 \times 4,2 \times 20$$

توجه شود که 50 گرم یخ ذوب نشده باقی می ماند.

$$42 \times m + 336m - 16800 = 21000$$

$$378m = 37800 \Rightarrow m = 100g$$

۱۵ گزینه ۳ با افزایش فشار هوا آهنگ تبخیر سطحی کاهش می یابد، بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

۱۶ گزینه ۱

$$\Delta A = A_1 (r\alpha) \Delta \theta \Rightarrow \frac{1}{100} A_1 = A_1 (r\alpha) (250) \Rightarrow \alpha = \frac{1}{5 \times 10^4} \Rightarrow \alpha = 2 \times 10^{-5} \left(\frac{1}{k}\right)$$

۱۷ گزینه ۲

۱۸ گزینه ۲

$$[x^2 + x] = -1 \Rightarrow -1 \leq x^2 + x < 0 \begin{cases} x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -1 < x < 0 \\ -1 \leq x^2 + x \Rightarrow x^2 + x + 1 \geq 0 \xrightarrow{\text{همواره مثبت}} x \in R \end{cases}$$

اشتراک

$$\longrightarrow -1 < x < 0$$

$$-1 < x < 0 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

۱۹ گزینه ۱

با فرض $\frac{2x}{3} = t$ داریم:

$$[t] - [-t] = 3$$

$$t \in \mathbb{Z} \Rightarrow t - (-t) = 3 \Rightarrow 2t = 3 \rightarrow t = \frac{3}{2} \notin \mathbb{Z} \rightarrow \text{غیر قابل قبول}$$

$$t \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [t] - (-1 - [t]) = 3 \rightarrow [t] + 1 + [t] = 3$$

$$\Rightarrow 2[t] = 2 \rightarrow [t] = 1 \xrightarrow{t \notin \mathbb{Z}} 1 < t < 2 \text{ جواب}$$

$$1 < \frac{2x}{3} < 2 \xrightarrow{\times 3} 3 < 2x < 6 \Rightarrow \frac{3}{2} < x < 3 \Rightarrow \text{اعداد صحیح} = 2$$

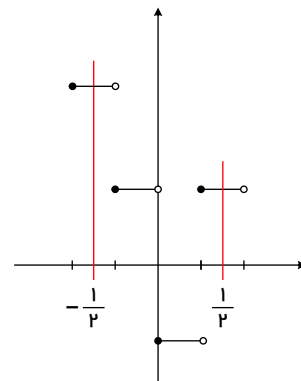
۲۰ گزینه ۲ روش اول: چون داخل براکت $3x$ داریم طول پله ها $\frac{1}{3}$ است تابع را در بازی $-\frac{2}{3} \leq x < \frac{2}{3}$ رسم می کنیم که بازه سؤال را شامل می شود.

$$\text{اگر } -\frac{2}{3} \leq x < -\frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = -2 \Rightarrow y = 3$$

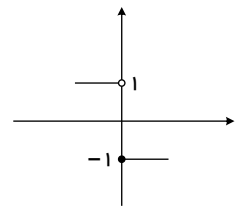
$$\text{اگر } -\frac{1}{3} \leq x < 0 \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$$

$$\text{اگر } 0 \leq x < \frac{1}{3} \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$\text{اگر } \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \Rightarrow [3x] = 1 \Rightarrow y = 1$$



روش دوم: کافی است در حوالی صفر تابع را بررسی کنیم:



فقط در گزینه ۲ تابع در نقطه $x = 0$ ناپیوسته است.

گزینه ۳ ۲۱

$$if: x \rightarrow 0^+ \Rightarrow [3x] = 0 \Rightarrow y = -1$$

$$if: x \rightarrow 0^- \Rightarrow [3x] = -1 \Rightarrow y = 1$$

تعیین علامت

$$3x^2 + 5x + 2 < 0 \rightarrow -1 < x < -\frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} x \notin \mathbb{Z} \rightarrow [x] + [-x] = -1 \rightarrow [-x] = -[x] - 1 \\ -1 < x < -\frac{2}{3} \rightarrow -3 < 3x < -2 \rightarrow [3x] = -3 \end{cases}$$

پس:

$$\frac{3^{-[x]}}{3^{[-x]}} + [3x] = \frac{3^{-[x]}}{3^{-[x]-1}} - 3 = 3 - 3 = 0$$

گزینه ۴ ۲۲

$$y = [\sin x] + [\cos x]$$

$$0 < x < \frac{\pi}{2} : 0 < \sin x < 1, 0 < \cos x < 1 \Rightarrow y = 0 + 0 = 0$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi : 0 < \sin x < 1, -1 < \cos x < 0 \Rightarrow y = 0 + (-1) = -1$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} : -1 < \sin x < 0, -1 < \cos x < 0 \Rightarrow y = -1 + (-1) = -2$$

$$\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi : -1 < \sin x < 0, 0 < \cos x < 1 \Rightarrow y = -1 + 0 = -1$$

$$x = 0 : y = 0 + 1 = 1, x = \frac{\pi}{2} : y = 1 + 0 = 1, x = \pi : y = 0 + (-1) = -1$$

$$x = \frac{3\pi}{2} : y = -1 + 0 = -1, x = 2\pi : y = 1 \Rightarrow \text{برد تابع: } R_f = \{0, -1, -2, 1\}$$

گزینه ۴ ۲۳

$$\left[x + \frac{2}{3}[x] \right] = 4 \Rightarrow [x] + \frac{2}{3}[x] = 4 \Rightarrow \frac{5}{3}[x] = 4$$

عدد صحیح است

$$\Rightarrow [x] = \frac{12}{5} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

گزینه ۴ ۲۴

$$0 < x < 90^\circ \Rightarrow 0 < \sin x < 1, 90^\circ < x < 180^\circ \Rightarrow 0 < \sin x < 1$$

$$180^\circ < x < 270^\circ \Rightarrow -1 < \sin x < 0, 270^\circ < x < 360^\circ \Rightarrow -1 < \sin x < 0$$

در ناحیه‌ی اول و دوم سینوس عددی بین ۰ تا ۱ است پس براکت آن‌ها صفر است به جز 90° و در ناحیه‌ی سوم و چهارم سینوس عددی بین -1 تا 0 است پس براکت آن‌ها -1 است.

پس داریم:

$$A = 0 + 0 + \dots + 0 + \underbrace{[\sin 90^\circ]}_1 + 0 + \dots + 0 + \underbrace{[\sin 180^\circ]}_0 + (-1) + (-1) + \dots + (-1) + \underbrace{[\sin 360^\circ]}_0$$

$$\text{تعداد} = 359 - 181 + 1 = 179$$

$$A = 1 + 179(-1) = 1 - 179 = -178$$

ابتدا بر اساس ریشه‌ی داخل قدر مطلق که $x = 0$ است معادله را به دو بخش تبدیل می‌کنیم:

گزینه ۴ ۲۵

$$I) x \geq 0 \Rightarrow (1 - |x|)(1 + x) > 0 \Rightarrow (1 - x)(1 + x) > 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} x & & -1 & 1 \\ \hline (1-x)(1+x) & - & 0 & + & 0 & - \end{array}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ -1 < x < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \leq x < 1 \Rightarrow x \in [0, 1)$$

$$II) x < 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$(1 - |x|)(1 + x) > 0 \Rightarrow \overbrace{(1 + x)(1 + x)}^{\text{همواره مثبت}} > 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ x \in \mathbb{R} - \{-1\} \end{array} \right\} \Rightarrow x \in (-\infty, 0) - \{-1\}$$

$$I \cup II = (-\infty, 1) - \{-1\}$$

عبارت زیر رادیکال یک عبارت مربع کامل است: **گزینه ۲** **۲۶**

$$3|x + 6| - \sqrt{(2 - x)^2} = 0 \Rightarrow 3|x + 6| - |2 - x| = 0 \Rightarrow 3|x + 6| = |2 - x|$$

$$3(x + 6) = \pm(2 - x) \Rightarrow \begin{cases} 3x + 18 = 2 - x \Rightarrow 4x = -16 \Rightarrow x = -4 \\ 3x + 18 = -2 + x \Rightarrow 2x = -20 \Rightarrow x = -10 \end{cases}$$

$$\text{مجموع جوابها} = -4 + (-10) = -14$$

باید $[x] + [-x] = -1$ باشد، زیرا مخرج کسر نباید صفر شود. **گزینه ۴** **۲۷**

$$[x] + [-x] = -1 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 2x^2 - 12x + 7 = \frac{3}{-1} = -3$$

$$2x^2 - 12x + 7 = -3 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 5 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} \text{معادله جواب ندارد.}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۳
۲	۴
۳	۳
۴	۲
۵	۳
۶	۲

۷	۳
۸	۱
۹	۴
۱۰	۱
۱۱	۱
۱۲	۴

۱۳	۲
۱۴	۲
۱۵	۳
۱۶	۱
۱۷	۲
۱۸	۲

۱۹	۱
۲۰	۲
۲۱	۳
۲۲	۴
۲۳	۴
۲۴	۴

۲۵	۴
۲۶	۲
۲۷	۴