امتحان حسابان یک

فتحی

۱) روی محیط دایره‌ای ۱۵ نقطه متمایز قرار دارد، تعداد کل وترهای تشکیل شده با این نقاط چند تاست. (یک نمره)

۲) در ۴۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره‌های فرد ۲۷۰ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۵۰ می‌باشد، جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید. (دو نمره)

۳) در یک دنباله حسابی، مجموع نسبت جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟ (دو نمره)

۱) ۳۲ ۲) ۳۶ ۳) ۳۴ ۴) ۳۸

۴) برای محافظت از تابش خطرناک مواد رادیواکتیو لایه‌های محافظ شدت تابش را نصف می‌کند، حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش حداقل ۹۷ درصد کاهش یابد؟ (دو نمره)

Scanned with CamScanner

۵- حاصل $\frac{t^{11}+t^{10}+\dots+t+1}{t^9+t^4+t^2+1}$ به ازای $t=\frac{\sqrt{13}-1}{2}$ کدام است؟ (دوبخره)

۱) $\frac{13}{4}$ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

۶- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 2^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را جمع کنیم تا مجموع آن‌ها برابر ۲۵۵ شود؟ (دوبخره)

۷- در معادله $x^2-3x+1=0$ حاصل عبارت زیر را بیابید (دوبخره)

۱) $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}+\frac{1}{\sqrt{\beta}}$

۲) $\frac{\alpha^2}{\beta+1}+\frac{\beta^2}{\alpha+1}$

۳) $\alpha^2+1+3\beta$

۸- در معادله $x^2-8x+m=0$ یک ریشه از نصف ریشه دیگر ۵ واحد بیشتر است m کدام است؟ (دوبخره)

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

Scanned with CamScanner

CamScanner

۹- برازای چه مقدار از m معادله درجه دوم $x^2-2(m-2)x+14-m=0$ دارای دو ریشه مثبت است؟ (دو نمره)

۱۰- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\frac{2-\sqrt{5}}{3}$ و $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$ باشد. (یک نمره)

۱۱- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن یک واحد بیشتر از معکوس ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2-3x-4=0$ باشد. (دو نمره)

موفق باشید

Scanned with CamScanner

CamScanner

subject: date: / /

سوال ۷:

$x^3 - 3x + 1 = 0 \quad S = 3 \quad P = 1$

۱) $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \rightarrow \frac{\sqrt{\beta} + \sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{A^2}{\beta + \alpha + 2\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{A^2}{3 + 2\sqrt{1}} = \frac{A}{\sqrt{\Delta}} = \sqrt{\Delta}$

۲) $\frac{\alpha^2}{\beta+1} + \frac{\beta^2}{\alpha+1} \rightarrow \frac{\alpha^3 + \alpha^2 + \beta^3 + \beta^2}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(\alpha^3 + \beta^3) + (\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{S^3 - 3PS + S^2 - 2P}{S + P + 1}$

$= \frac{27 - 9 + 9 - 2}{1 + 3 + 1} = \frac{25}{5} = 5$

۳) $\alpha^2 + 1 + 3\beta \overset{\text{چون } \alpha \text{ ریشه معادله}}{\xrightarrow{\alpha}} \alpha^2 - 3\alpha + 1 \rightarrow \alpha^2 + 1 = 3\alpha \rightarrow 3\alpha + 3\beta \rightarrow 3(\alpha + \beta) = 3(S) = 9$

سوال ۸: $\alpha, \beta, \alpha + \frac{\beta}{2}, \beta + 2$ تشکیل تصاعد

$\overbrace{\frac{\beta}{2} + \alpha + \frac{2\beta}{2}} = 18 \rightarrow \frac{3\beta}{2} = 3 \rightarrow \beta = 2 \quad \alpha = 6$

$\beta = \alpha + 2 \rightarrow 2 = 6 - 14 + m \rightarrow 2 = -14 + m \rightarrow m = 12$

سوال ۹:

$x^2 + (-2m + 4)x + 14 - m$

دو ریشه مثبت $\rightarrow$ ① $\Delta > 0 \quad 4m^2 + 14 - 14m - 56 + 4m$

$\Rightarrow 4m^2 - 12m - 40 > 0 \rightarrow m^2 - 3m - 10 > 0 \xrightarrow{\sqrt{\Delta} = \pm 7} m_1 = \frac{3-7}{2} = -2 \quad m_2 = \frac{3+7}{2} = 5$

② $P > 0 \Rightarrow 14 - m > 0 \rightarrow 14 > m \quad (2)$

③ $S > 0 \Rightarrow 2(m-2) > 0 \rightarrow m - 2 > 0 \rightarrow m > 2 \quad (3)$

m	-2		5	
$\Delta > 0$	$+$	0	$-$	0 $+$

(1) $m < -2, \; m > 5$

(1), (2), (3) $\rightarrow 5 < m < 14$

سوال ۱۰: $\alpha = \frac{2 + \sqrt{5}}{3} \quad \beta = \frac{2 - \sqrt{5}}{3} \quad S = \frac{4}{3} \quad P = \frac{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}{9} = \frac{4-5}{9} = -\frac{1}{9}$

$x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{1}{9} = 0 \rightarrow \boxed{9x^2 - 4m - 1 = 0}$

$x^2 - Sx + P = 0$

سوال ۱۱: $2x^2 - 3x - 4 = 0 \quad S = \frac{3}{2} \quad P = -2$

ریشه های معادله جدید $\rightarrow \left\{\frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1\right\}$

$S' = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 \rightarrow \frac{\frac{3}{4}}{-2} + 2 \rightarrow -\frac{3}{4} + \frac{8}{4} = \frac{5}{4} = S'$

$P' = \left(\frac{1+\alpha}{\alpha}\right)\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right) \rightarrow \frac{1 + \alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta} \rightarrow \frac{1 - 2 + 1/5}{-2} \rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{-2} \rightarrow -\frac{1}{4} = P'$

$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0$

MAYNOTE

CamScanner

subject: پاسخنامه آزمون حسابان ۲ ۰۲/۰۵/۲۹ date: / /

سوال ۱: $C_{15} = \binom{15}{2} = \frac{15 \times 14}{2} = 15 \times 7 = 105$

سوال ۲:

$$\begin{cases} d+d+d+\dots+d = 120 \\ 40d = -120 \Rightarrow d = -6 \end{cases}$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$$

$$\begin{cases} a_2+a_4+a_6+\dots+a_{40} = 130 \\ -(a_1+a_3+a_5+\dots+a_{39} = 270) \end{cases}$$

$$S_{40} = 130 + 270 \rightarrow S_{40} = 400$$

$$\frac{40}{2}[2a+(39)(-6)] = 400 \rightarrow a = 127.5$$

سوال ۳: گزینه ۳

$$S_{20} = 3S_{12}$$

$$10[2a+19d] = 3 \times 6[2a+11d]$$

$$20a+190d = 36a+198d \Rightarrow 16a+8d = 0 \Rightarrow 2a+d = 0$$

$$a_3 = 6 \rightarrow a_3 = a+2d \Rightarrow \begin{cases} -3a = 6 \\ 6 = a+2d \end{cases}$$

$$\underline{a = -2}$$

$$2d = 6+2 \rightarrow \underline{d = 4}$$

سوال ۴:

$$a_{10} = -2+36 = 34$$

$$\frac{97}{100} < \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{1}{2^n}-1}{\frac{1}{2}-1}\right) \Rightarrow \frac{97}{100} < \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{1}{2^n}-1}{-\frac{1}{2}}\right)^{-1} \rightarrow -\frac{97}{100} > \frac{1}{2^n} - 1$$

$$\frac{3}{100} > \frac{1}{2^n} \rightarrow 2^n > \frac{100}{3} \Rightarrow 2^n > 33.3 \quad n > 5.\dots$$

حداقل ۶ لایه $\quad n > 6$

سوال ۵: گزینه دوم

$$\frac{1\left(\frac{t^{12}-1}{t-1}\right)}{1\left(\frac{(t^4)^4-1}{t^4-1}\right)} \Rightarrow \frac{t^4-1}{t-1} = t^2+1+t \xrightarrow{t=\frac{\sqrt{3}-1}{2}} \frac{13+1-2\sqrt{3}}{4} + \frac{4}{4} + \frac{2\sqrt{3}-2}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{18-2}{4} \rightarrow \frac{16}{4} = 4$$

سوال ۶:

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 2 \quad a_3 = 4$$

$$1, \underset{\times 2}{2}, \underset{\times 2}{4}, \dots$$

$$254 = 1\left(\frac{2^n-1}{2-1}\right) \rightarrow 254+1 = 2^n \rightarrow 2^n = 255$$

$$n = 8$$