

## فصل دوم (اعداد حقیقی)

اعداد یویا ✓  
 ① کسری باشد (بتوان بصورت کسری نوشت)  
 ② صورت و مخرج آن عدد صحیح باشد  
 ③ مخرج مخالف صفر باشد

مثال:  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{52}{100}$  و  $\frac{-\sqrt{9}}{5}$   
 ←  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{52}{100}$  صحیح است  
 ←  $\frac{-\sqrt{9}}{5}$  صحیح است

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

اعداد گند (اصم): اعدادی هستند که یویا نباشند.  $(Q^c \text{ یا } Q')$

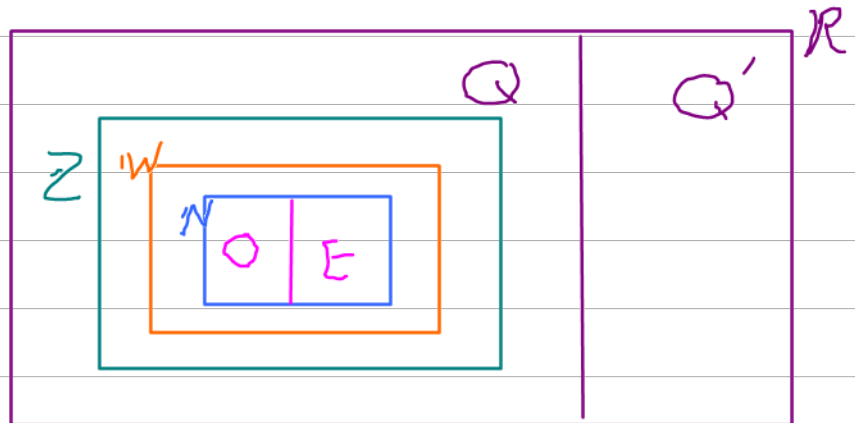
مثال:  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$  و  $\pi$  و ...

توجه:  $\frac{عدد}{0}$  بی معنی و تعریف نشده است! بنابراین از یویا است نه گند.

اعداد حقیقی: به اجتماع مجموعه اعداد یویا و گند، اعداد حقیقی می‌گویند.  $(\mathbb{R})$

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

$$Q \cup Q' = \mathbb{R}$$



نکات:

(۱)  $Q \cap Q' = \emptyset$  ، بنابراین اعداد بدست آمده یو یا رند (اصغر) تقسیم می شوند.

(۲)  $\frac{0}{عدد \neq 0} = 0$  و عددهای یو یا رند اما  $\frac{عدد}{0}$  تعریف نشده در معنی است.

یعنی اصلاً عدد یو یا رند نیست.

(۳) مجموع، تفاضل و حاصل ضرب در عدد یو یا رند، یو یا رند اما تقسیم هر دو یو یا

بر عدد غیر صفر یو یا رند است.

تعریف شده:  $\frac{\frac{1}{2}}{0}$

(۴) معکوس هر عدد رند، عددهای رند است.

رند  $\frac{1}{\sqrt{3}}$   $\Rightarrow$  رند  $\sqrt{3}$

(۵) مجموع و تفاضل و ضرب و تقسیم در عدد رند، ممکن است یو یا رند شود.

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  رند  
 $\Rightarrow a - b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  رند  
 $\Rightarrow a \times b = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$  رند  
 $\Rightarrow a \div b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  رند

$a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2} + 3 \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + (-\sqrt{2} + 3) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 3 = 3$  یو یا رند

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{8} \Rightarrow a \times b = \sqrt{16} = 4$  یو یا رند

$\Rightarrow b \div a = \sqrt{8} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$  یو یا رند

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2} \Rightarrow a - b = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$  یو یا رند

(6) مجموع متضاد بر عدد لند ریب عدد یویا، عددی لند است.

لند  $\rightarrow \sqrt{2} + \frac{1}{3}$

(7) حاصل ضرب هر عدد یویای غیر صفر در هر عدد لند، عددی لند است.

لند  $2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$       یویا  $0 \times \sqrt{5} = 0$

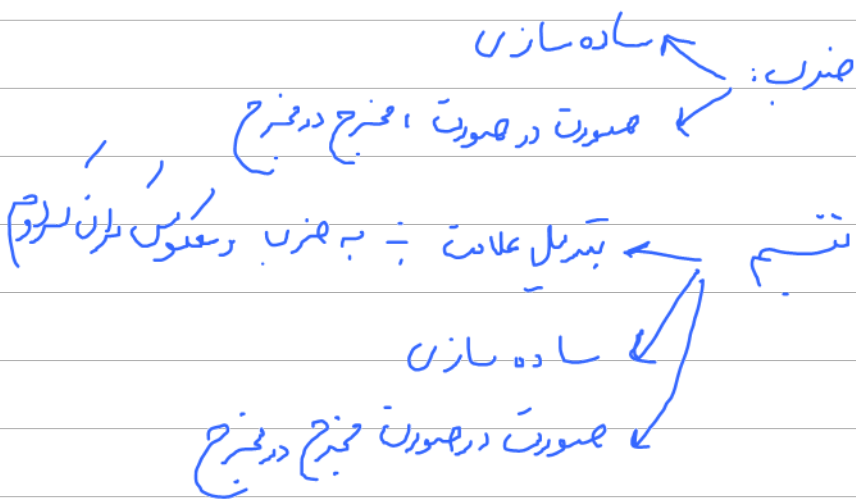
(8) حاصل تدریم عدد لند و عدد یویای غیر صفر، عددی لند است.

لند  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{0}{\sqrt{3}} = 0 \end{array} \right.$  استثناء

\* محلیات روی اعداد یویا

① جمع و تفریق: هم فخرج کنیم.

② ضرب و تقسیم:



سؤال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

①  $\left( \frac{1 \times 2}{1 \times 2} - \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4} \right) \div \left( \frac{5 \times 2}{10 \times 2} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 1}{2 \times 1} \right) \times \frac{3}{8}$

$$\left( \frac{\cancel{x} - \cancel{x} + x}{x} \right) \div \left( \frac{\cancel{x} - 10 - \cancel{x}}{x_0} \right) \times \frac{x}{x}$$

$$= \frac{x}{x} \div \left( -\frac{10}{x_0} \right) \times \frac{x}{x} = \frac{x}{x} \times \left( -\frac{x_0}{10} \right) \times \frac{x}{x} = -\frac{x}{10}$$

2

سریسلسل

$$x - \frac{1}{x-1} = x - \frac{1}{x-\frac{1}{x}} = x - \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} = x - \frac{x}{x^2-1}$$

$$= \frac{x(x^2-1) - x}{x^2-1} = \frac{x^3 - x - x}{x^2-1} = \frac{x^3 - 2x}{x^2-1}$$

$$= \frac{x(x^2-2)}{x^2-1}$$

سریسلسلوی:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{b-a}{a \times b} &= \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \\ \frac{a+b}{a \times b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned} \right.$$

3

$$\frac{a}{x_0 \times x_0} + \frac{a}{x_0 \times x_0} + \frac{a}{x_0 \times x_0} + \dots + \frac{a}{x_0 \times 100}$$

$$\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \dots + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{100} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{x_0 - 1}{100} = \frac{x}{100}$$

4

$$x \times \left( \frac{1}{x \times a} + \frac{1}{a \times x} + \dots + \frac{1}{x_1 \times x_1} \right) \div x$$

$$= \left( \frac{2}{2 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \dots + \frac{2}{31 \times 33} \right) \div 2$$

$$\left( \frac{1 \times 11}{3 \times 11} - \frac{1}{33} \right) \div 2 = \left( \frac{10}{33} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{33}$$

تعداد اعداد =  $\frac{\text{عدد آخر} - \text{عدد اول}}{\text{فاصله بین اعداد}} + 1$

مجموع اعداد =  $\frac{(\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}) \times \text{تعداد}}{2}$

نقطه :  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

5)  $\frac{1}{2} + \left( \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left( \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) + \dots + \left( \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{19}{20} \right)$

$\frac{1+2}{3} = 1$        $\frac{1+2+3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$        $\frac{1+2+3+\dots+19}{20} = \frac{19 \times 5}{2} = \frac{19}{2}$

$= \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{19}{2}$

1)  $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2}$

2) :