

فصل دوم (اعداد حقیقی)

اعداد یویا ✓
 ① کسری باشد (بتوان بصورت کسری نوشت)
 ② صورت و مخرج آن عدد صحیح باشد
 ③ مخرج مخالف صفر باشد

مثال: $\frac{3}{2}$ و $\frac{52}{100}$ و $\frac{-\sqrt{9}}{5}$
 ← $\frac{3}{2}$ و $\frac{52}{100}$ صحیح است
 ← $\frac{-\sqrt{9}}{5}$ صحیح است

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

اعداد گند (اصم): اعدادی هستند که یویا نباشند. $(Q^c \text{ یا } Q')$

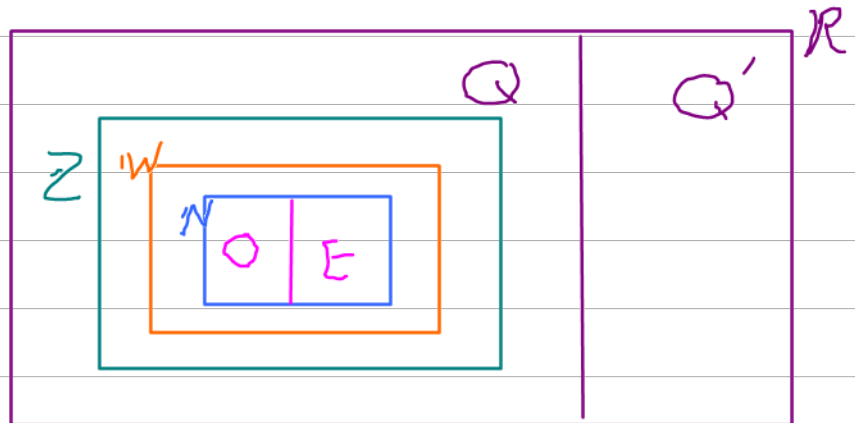
مثال: $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ و π و ...

توجه: $\frac{عدد}{0}$ بی معنی و تعریف نشده است! بنابراین از یویا است نه گند.

اعداد حقیقی: به اجتماع مجموعه اعداد یویا و گند، اعداد حقیقی می‌گویند. (\mathbb{R})

$$Q \cap Q' = \emptyset$$

$$Q \cup Q' = \mathbb{R}$$



نکات:

(۱) $Q \cap Q' = \emptyset$ ، بنابراین اعداد بدست آمده یوایرند (اصم) تقسیم می شوند.

(۲) $\frac{0}{عدد \neq 0} = 0$ و عددهای یوایرند اما $\frac{عدد}{0}$ تعریف نشده در معنی است.

یعنی اصلاً عدد یوایرند نیست.

(۳) مجموع، تفاضل و حاصل ضرب در عدد یوایرند، یوایرند اما تقسیم هر عدد یوایرند

بر عدد غیر صفر یوایرند است.

تعریف شده: $\frac{1}{\frac{1}{2}}$

(۴) معکوس هر عدد یوایرند، عددی یوایرند است.

یوایرند $\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}}$ یوایرند

(۵) مجموع و تفاضل و ضرب و تقسیم در عدد یوایرند، ممکن است یوایرند نباشد.

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ یوایرند

$\Rightarrow a - b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ یوایرند

$\Rightarrow a \times b = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ یوایرند

$\Rightarrow a \div b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ یوایرند

$a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2} + 3 \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + (-\sqrt{2} + 3) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 3 = 3$ یوایرند

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{8} \Rightarrow a \times b = \sqrt{16} = 4$ یوایرند

$\Rightarrow b \div a = \sqrt{8} \div \sqrt{2} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$ یوایرند

$a = \sqrt{2}, b = \sqrt{2} \Rightarrow a - b = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ یوایرند

(6) مجموع متضام بر عدد لند ریب عدد یویا، عددی لند است.

لند $\rightarrow \sqrt{2} + \frac{1}{3}$

(7) حاصل ضرب هر عدد یویای غیر صفر در هر عدد لند، عددی لند است.

لند $2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ یویا $0 \times \sqrt{5} = 0$

(8) حاصل تدریم عدد لند و عدد یویای غیر صفر، عددی لند است.

لند $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sqrt{2}}{3} \\ \frac{0}{\sqrt{3}} = 0 \end{array} \right.$ استثناء

* محلیات روی اعداد یویا

① جمع و تفریق: هم ضرب کنیم

② ضرب و تقسیم: ضرب

صورت در صورت، مخرج در مخرج

تقسیم: تبدیل علامت به ضرب و معکوس کردن کسرها

ساده سازی
صورت در صورت، مخرج در مخرج

سؤال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

① $\left(\frac{1 \times 2}{1 \times 2} - \frac{1 \times 2}{2 \times 2} + \frac{3}{4} \right) \div \left(\frac{5 \times 2}{10 \times 2} - \frac{3 \times 5}{4 \times 5} - \frac{1 \times 1}{2 \times 1} \right) \times \frac{3}{8}$

$$\left(\frac{\cancel{x} - \cancel{x} + x}{x} \right) \div \left(\frac{\cancel{x} - 10 - \cancel{x}}{x_0} \right) \times \frac{x}{x}$$

$$= \frac{x}{x} \div \left(-\frac{10}{x_0} \right) \times \frac{x}{x} = \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}} \times \left(-\frac{\cancel{x_0}}{10} \right) \times \frac{x}{x} = -\frac{x}{10}$$

2

سریسلسل

$$x - \frac{1}{x-1} = x - \frac{1}{x-\frac{1}{x}} = x - \frac{1}{\frac{x^2-1}{x}} = x - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}$$

$$= \frac{x-\frac{1}{x}}{1} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{x^2-1}{x}$$

$$= \frac{Vx}{x_0}$$

سریسلسل:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{b-a}{a \times b} &= \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \\ \frac{a+b}{a \times b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \end{aligned} \right.$$

3

$$\frac{a}{x_0 \times x_0} + \frac{a}{x_0 \times x_0} + \frac{a}{x_0 \times x_0} + \dots + \frac{a}{x_0 \times 100}$$

$$\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_0} + \dots + \frac{1}{x_0} - \frac{1}{100} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{100}$$

$$\frac{x-1}{100} = \frac{x}{100}$$

4

$$x \times \left(\frac{1}{x \times a} + \frac{1}{a \times x} + \dots + \frac{1}{x_1 \times x_1} \right) \div x$$

$$= \left(\frac{2}{2 \times 0} + \frac{2}{0 \times 1} + \dots + \frac{2}{21 \times 22} \right) \div 2$$

$$\left(\frac{1 \times 11}{22 \times 11} - \frac{1}{22} \right) \div 2 = \left(\frac{10}{22} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{5}{11}$$

تعداد اعداد = $\frac{\text{عدد آخر} - \text{عدد اول}}{\text{فاصله بین اعداد}} + 1$

مجموع اعداد = $\frac{(\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}) \times \text{تعداد}}{2}$

نقطه: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{19}{20} \right)$

$\frac{2}{3} = 1$ $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $\frac{1+2+\dots+19}{20} = \frac{19 \times 10}{20} = \frac{19}{2}$

$= \frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{19}{2}$

① در 6: $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{19}{2} = \frac{1+2+3+\dots+19}{2} = \frac{19 \times 10}{2} = \frac{190}{2} = 95$

② در 6: $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} + \dots + \frac{19}{2}$

$\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ $1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

* $\frac{1+2+3+\dots+19}{20} = \frac{19 \times 10}{20} = \frac{19 \times 10}{2 \times 10} = \frac{19}{2}$

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{\frac{19}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} + 1 = \frac{18}{\frac{1}{2}} + 1 = 18 + 1 = 19$$

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{(\frac{1}{2} + \frac{19}{2}) \times 19}{2} = \frac{10 \times 19}{1} = 5 \times 19 = 95$$

$$\textcircled{7} \quad \left(1 - \frac{1}{23}\right) \left(1 - \frac{2}{23}\right) \left(1 - \frac{3}{23}\right) \dots \left(1 - \frac{22}{23}\right) = 0$$

$\left(1 - \frac{22}{23}\right) = 1 - 1 = 0$

اعداد یونانی گویا ناپذیر: اعداد یونانی در ب.م.م صورت دهمیج آنها است را محول ناپذیر نامیم.
(اعداد یونانی که در صورت دهمیج آنها اعان ساده شدن باصم ندارند)

مثل: $\frac{7}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{25}{2}$

انواع اعداد اعشاری:

① مختوم یا متناهی: تعداد ارقام برابر صفر آنها متناهی است.

$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

$$0,523 = \frac{523}{1000}$$

* هر عدد اعشاری مختوم، عدد یونانی است. زیرا بر توان آن را بصورت کسر بصورت

و دهمیج صحیح (در ضریح مخالف صفر) بنویسیم.

* روش شناسایی کسرهای با مقام اعشاری منتهی: کسرها که مخرج آن‌ها پذیرنده عوامل

اول مخرج آن‌ها فقط ۲ یا ۵ یا هر دو باشند.

$$\frac{9}{50} \rightarrow 5^2 \times 2$$

$$\frac{25}{2} \rightarrow 2$$

$$\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{55}{22} = \frac{5}{2}$$

② متناوب: تعداد ارقام بعد از ممیز آن‌ها آنها ندارد در صورت متناوب کسری شوند.
اعداد بعد از ممیز

شامل چه هستند.

۱) متناوب ساده: تمام اعداد بعد از ممیز تکرار شوند.

$$\frac{2}{3} = 0,666... = 0,6\bar{6}$$

$$\frac{25}{33} = 0,757575... = 0,75\bar{75}$$

روش شناسایی کسرهای با مقام اعشاری متناوب ساده: کسرها که مخرج آن‌ها پذیرنده عوامل مخرج

آن‌ها هر عدد اول مجزاً ۲ و ۵ باشد. (اصلاً عوامل ۳ و ۷ نیستند)

۲) متناوب مرکب: عددی از آن‌ها بعد از ممیز آن‌ها متناوباً تکرار نمی‌شود. (علاقه به ارقام

بعد از ممیز هست نه متناوباً تکرار نمی‌شود)

$$\frac{7}{6} = 1,1666... = 1,1\bar{6}$$

$$\frac{5}{66} = 0,07575... = 0,075\bar{75}$$

روش تناسبی سرطانی با نمایش اعشاری متناوب مرتب: کسرها را تحول ناپذیر به علامه بر عوامل ۲ یا ۵، همگام تحول دیگری بجز ۲ و ۵ نیز داشته باشند.

مثال: نمایش اعشاری مرتب از کسرها زیرا بنویسید و نوع آنرا با زیر دلیلی (از روی سر) مشخص کنید.

مثال ۱: $\frac{14}{35} = \frac{2}{5} = 0.4$
 مخرج ۵
 مخرج ۵

مثال ۲: $\frac{2}{24} = \frac{1}{12} = 0.08\overline{3}$
 متناوب مرتب $2^2 \times 3$

مثال ۳: $\frac{7}{22} = \frac{3}{11} = 0.6\overline{3}$
 متناوب 11
 متناوب ساده

مثال ۴: $\frac{15}{76} = \frac{3}{14} = 0.214\overline{2857}$
 متناوب مرتب 2×7

نتیجه: معادله هر عدد اعشاری متناوب، یک سر با بصورت و منبرج جمع (دمنبرج $\neq 0$) وجود دارد. بنابراین اعداد اعشاری متناوب (ساده یا مرتب) اعدادی توانا هستند.

مثال ۳۰: نامشروع غیرمتناوب (غیر ابر الیوانته باشند)

$4, 31758 \dots$

$\pi = 3, 1415 \dots$

$3, 122333 \dots$

* این دسته از اعداد اعشاری، نند هستند.

$$0, \overline{23}$$

$$A = 0, \overline{23}$$

$$\times 100 \downarrow 100A = 23, \overline{23} \Rightarrow 100A - A = 23, \overline{23} - 0, \overline{23}$$

$$99A = 23$$

$$A = \frac{23}{99}$$

$$\begin{array}{r} 0, \overline{232323} \dots \\ \times 100 \downarrow \\ 23, \overline{232323} \dots \end{array} = 23, \overline{23}$$

حل بعد برس من شود . تویید