فصل دوم (اعداد حقیقی)

اعداد گویا:

① کسری باشد (بتوان بصورت کسر نوشت)

② صورت و مخرج آن عدد صحیح باشد.

③ مخرج مخالف صفر باشد

مثال: $\frac{3}{2}$ ، $-\dots$ ، $0/52 \to \frac{52}{100}$ ، $\frac{-\sqrt{9}}{5} \to \frac{-3}{5}$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a,b \in Z,\ b \neq 0 \right\}$$

اعداد گنگ (اصم): اعدادی هستند که گویا نباشند. (Q^c یا Q')

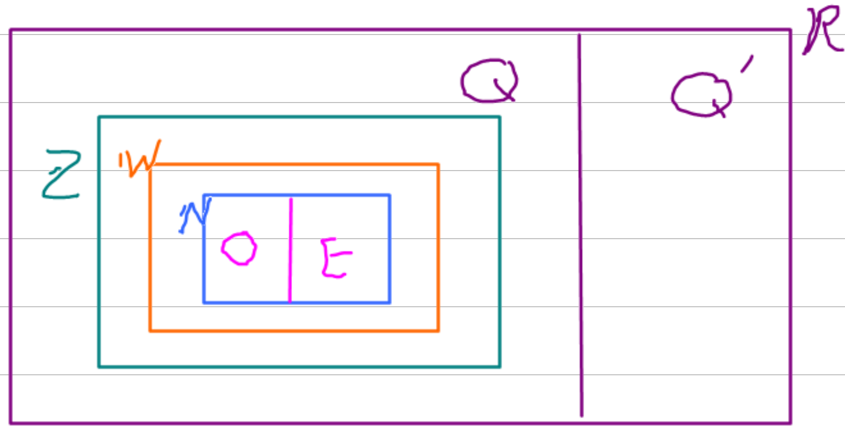
مثال: $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ ، π ، ...

توجه: $\frac{\text{عدد}}{0}$ بی معنی و تعریف نشده است با این نه گویا است نه گنگ.

اعداد حقیقی: به اجتماع مجموعه اعداد گویا و گنگ، اعداد حقیقی می‌گوییم. (IR)

$$Q \cap Q' = \varnothing$$

$$Q \cup Q' = IR$$



نکات :

۱) $Q \cap Q' = \phi$ ، بنابراین اعداد به دو دسته‌ی گویا و گنگ (اصم) تقسیم می‌شوند.

۲) $\dfrac{۰}{\text{عدد} \neq ۰} = ۰$ و عددی گویاست اما $\dfrac{\text{عدد}}{۰}$ تعریف نشده، بی معنی است.

یعنی اصلاً عدد گویا و گنگ نیست.

۳) مجموع، تفاضل و حاصل ضرب دو عدد گویا، گویاست اما تقسیم هر عدد گویا بر عدد غیرصفر گویا است.

$\dfrac{\frac{1}{۲}}{۰}$: تعریف نشده

۴) معکوس هر عدد گنگ، عددی گنگ است.

$$\text{گنگ } \sqrt{۳} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{۳}} \text{ گنگ}$$

۵) مجموع و تفاضل و ضرب و تقسیم دو عدد گنگ، ممکن است گنگ یا گویا شود.

$$a=\sqrt{۲},\ b=\sqrt{۳} \Rightarrow a+b=\sqrt{۲}+\sqrt{۳} \quad \text{گنگ}$$

$$\Rightarrow a-b=\sqrt{۲}-\sqrt{۳} \quad \text{گنگ}$$

$$\Rightarrow a\times b=\sqrt{۲}\times\sqrt{۳}=\sqrt{۶} \quad \text{گنگ}$$

$$\Rightarrow a\div b=\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \quad \text{گنگ}$$

$$a=\sqrt{۲},\ b=-\sqrt{۲}+۳ \Rightarrow a+b=\sqrt{۲}+(-\sqrt{۲}+۳)=\cancel{\sqrt{۲}}\cancel{-\sqrt{۲}}+۳=۳ \quad \text{گویا}$$

$$a=\sqrt{۲},\ b=\sqrt{۸} \Rightarrow a\times b=\sqrt{۱۶}=۴ \quad \text{گویا}$$

$$\Rightarrow b\div a=\sqrt{۸}\div\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۸}}{\sqrt{۲}}=\sqrt{\frac{۸}{۲}}=\sqrt{۴}=۲ \quad \text{گویا}$$

$$a=\sqrt{۲},\ b=\sqrt{۲} \Rightarrow a-b=\sqrt{۲}-\sqrt{۲}=۰ \quad \text{گویا}$$

۶) مجموع و تفاضل یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است.

$\sqrt{۲}+\frac{۱}{۳} \rightarrow$ گنگ

۷) حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر در هر عدد گنگ، عددی گنگ است.

$۲\times\sqrt{۳}=۲\sqrt{۳}$ گنگ $\qquad ۰\times\sqrt{۵}=۰$ گویا

۸) حاصل تقسیم عدد گنگ و عدد گویای غیر صفر، عددی گنگ است.

$\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ($\sqrt{۲} \leftarrow$ گنگ، $۳ \leftarrow$ گویا) $\rightarrow$ گنگ

استثناء: $\frac{\sqrt{۳}}{۰}$: تعریف نشده $\qquad \frac{۰}{\sqrt{۳}}=۰$ گویا

* عملیات روی اعداد گویا

۱) جمع و تفریق: هم مخرج کنیم.

۲) ضرب و تقسیم:

ضرب: ساده سازی / صورت در صورت، مخرج در مخرج

تقسیم: تبدیل علامت ÷ به ضرب و معکوس کردن لازم / ساده سازی / صورت در صورت، مخرج در مخرج

مثال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

۱) $\left(\frac{۱\times۴}{۱\times۴}-\frac{۱\times۲}{۲\times۲}+\frac{۳}{۴}\right)\div\left(\frac{۵\times۲}{۱۰\times۲}-\frac{۳\times۵}{۴\times۵}-\frac{۱\times۱۰}{۲\times۱۰}\right)\times\frac{۳}{۸}$

$$\left(\frac{۴-۲+۳}{۴}\right) \div \left(\frac{\cancel{۲۰}-۱۵-\cancel{۲۰}}{۲۰}\right) \times \frac{۳}{۸}$$

$$= \frac{۵}{۴} \div \left(-\frac{۱۵}{۲۰}\right) \times \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{\cancel{۴}_{۱}} \times \left(-\frac{\cancel{۲۰}^{۵}}{\cancel{۱۵}}\right) \times \frac{\cancel{۳}}{۸} = -\frac{۵}{۸}$$

۲) کسر مسلسل

$$۴-\cfrac{۱}{۳-\cfrac{۱}{۳+\cfrac{۱}{۱-\cfrac{۳}{۴}}}}$$

$$۱-\frac{۳}{۴} \to \frac{۱}{۴} \to ۴ \to ۷$$

$$= ۴-\frac{۱}{۳-\frac{۱}{۷}} = ۴-\frac{۱}{\frac{۲۱-۱}{۷}} = ۴-\frac{۱}{\frac{۲۰}{۷}}$$

$$= \frac{۴}{۱}-\frac{۷}{۲۰} = \frac{۸۰-۷}{۲۰} = \frac{۷۳}{۲۰}$$

کسر تلسکوپی:

$$\frac{b-a}{a\times b} = \frac{۱}{a}-\frac{۱}{b}$$

$$\frac{a+b}{a\times b} = \frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}$$

۳) $$\frac{۵}{۲۵\times۳۰}+\frac{۵}{۳۰\times۳۵}+\frac{۵}{۳۵\times۴۰}+\dots+\frac{۵}{۹۵\times۱۰۰}$$

$$۵ \to ۳۰-۲۵$$

$$\frac{۱}{۲۵}-\cancel{\frac{۱}{۳۰}}+\cancel{\frac{۱}{۳۰}}-\cancel{\frac{۱}{۳۵}}+\cancel{\frac{۱}{۳۵}}-\cancel{\frac{۱}{۴۰}}+\cancel{\dots}+\cancel{\frac{۱}{۹۵}}-\frac{۱}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲۵}-\frac{۱}{۱۰۰}$$

$$\frac{۴-۱}{۱۰۰} = \frac{۳}{۱۰۰}$$

۴) $$۲\times\left(\frac{۱}{۳\times۵}+\frac{۱}{۵\times۷}+\dots+\frac{۱}{۳۱\times۳۳}\right) \div ۲$$

$$=\left(\frac{۲}{۳\times۵}+\frac{۲}{۵\times۷}+\cdots+\frac{۲}{۳۱\times۳۳}\right)\div ۲$$

$$\left(\frac{۱\times۱۱}{۳\times۱۱}-\frac{۱}{۳۳}\right)\div ۲=\left(\frac{\cancel{۱۰}^{\,۵}}{۳۳}\right)\times\frac{۱}{\cancel{۲}_{۱}}=\frac{۵}{۳۳}$$

جمع اعداد با فاصله یکسان ؛ $\text{تعداد اعداد}=\dfrac{\text{عدد آخر}-\text{عدد اول}}{\text{فاصله بین اعداد}}+۱$

$$\text{مجموع اعداد}=\frac{\text{تعداد}\times(\text{عدد اول}+\text{عدد آخر})}{۲}$$

نتیجه : $۱+۲+۳+۴+\cdots+n=\dfrac{n(n+۱)}{۲}$

۵ $$\frac{۱}{۲}+\underbrace{\left(\frac{۱}{۳}+\frac{۲}{۳}\right)}_{\frac{۳}{۳}=۱}+\underbrace{\left(\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۴}+\frac{۳}{۴}\right)}_{\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}}+\cdots+\overbrace{\left(\frac{۱}{۲۰}+\frac{۲}{۲۰}+\cdots+\frac{۱۹}{۲۰}\right)}^{*}$$

$$\frac{۱+۲+۳+\cdots+۱۹}{۲۰}=\frac{\frac{۱۹\times\cancel{۲۰}}{۲}}{\cancel{۲۰}}=\frac{۱۹}{۲}$$

$$=\frac{۱}{۲}+۱+\frac{۳}{۲}+\cdots+\frac{۱۹}{۲}$$

۱ دیدگاه : $\dfrac{۱}{۲}+\dfrac{۲}{۲}+\dfrac{۳}{۲}+\dfrac{۴}{۲}+\cdots+\dfrac{۱۹}{۲}=\dfrac{۱+۲+۳+\cdots+۱۹}{۲}=\dfrac{\frac{۱۹\times۲۰}{۲}}{\frac{۲}{۱}}$

$$=\frac{۱۹\times\cancel{۲۰}^{\,۵}}{\cancel{۲\times۲}}=۱۹\times۵=۹۵$$

۲ دیدگاه : $\dfrac{۱}{۲}+۱+\dfrac{۳}{۲}+\cdots+\dfrac{۱۹}{۲}$

$+\frac{۱}{۲}$ $+\frac{۱}{۲}$

$*$: $\dfrac{۱+۲+۳+\cdots+۱۹}{۲۰}=\dfrac{\frac{۱۹\times۲۰}{۲}}{\frac{۲۰}{۱}}=\dfrac{۱۹\times\cancel{۲۰}}{۲\times\cancel{۲۰}}=\dfrac{۱۹}{۲}$

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{\frac{19}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} + 1 = \frac{\frac{18}{2}}{\frac{1}{2}} + 1 = 18 + 1 = \boxed{19}$$

$$\text{مجموع اعداد} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{19}{2}\right) \times 19}{2} = \frac{\cancel{10}^{5} \times 19}{\cancel{2}} = 5 \times 19 = 95$$

⑥ $$\left(1 - \frac{1}{23}\right)\left(1 - \frac{2}{23}\right)\left(1 - \frac{3}{23}\right) \underbrace{\cdots}_{\left(1 - \frac{23}{23}\right) = 1 - 1 = 0} \left(1 - \frac{50}{23}\right) = 0$$

اعداد گویای تحویل ناپذیر: اعداد گویایی که ب.م.م صورت و مخرج آنها ۱ است را تحویل ناپذیر نامیم.

(اعداد گویایی که دیگر صورت و مخرج آنها امکان ساده شدن با هم ندارند)

مثل: $\frac{7}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{25}{2}$

انواع اعداد اعشاری:

① مختوم یا متناهی: تعداد ارقام بعد از ممیز آنها متناهی است.

$0/5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $0/25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$0/523 = \frac{523}{100}$ $\qquad$ $0/75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

* هر عدد اعشاری مختوم، یک عدد گویاست. زیرا برای آن را به صورت کسر با صورت و مخرج صحیح (و مخرج مخالف صفر) می‌نویسیم.

* روش شناسایی کسرهایی با نمایش اعشاری مختوم: کسرهای تحویل ناپذیری که عوامل اول مخرج آنها فقط ۲ یا ۵ یا هردو باشند.

$$\frac{25}{2} \rightarrow 2 \qquad \frac{9}{50} \rightarrow 5^2 \times 2$$

$$\frac{55}{22} = \frac{5}{2} \qquad \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

(۲) متناوب: تکرار ارقام بعد از ممیز آنها انتها ندارد و به صورت متناوب تکرار می‌شوند.

اعداد بعد از ممیز

شامل ۲ دسته هستند.

۱) متناوب ساده: تمام اعداد بعد از ممیز تکرار می‌شوند.

$$\frac{2}{3} = 0.666\ldots = 0.\overline{6}$$

$$\frac{25}{33} = 0.757575\ldots = 0.\overline{75} \qquad 33 \rightarrow 3 \times 11$$

روش شناسایی کسرهایی با نمایش اعشاری متناوب ساده: کسرهای تحویل ناپذیری که عوامل مخرج آنها هر عدد اول بجز ۲ و ۵ باشد. (اصلاً عوامل ۲ و ۵ نبینیم)

۲) متناوب مرکب: همه‌ی ارقام بعد از ممیز آنها متناوباً تکرار نمی‌شود. (حداقل یک رقم بعد از ممیز هست که متناوباً تکرار نمی‌شود)

$$\frac{5}{66} = 0.07575\ldots = 0.0\overline{75} \qquad 66 \rightarrow 2 \times 3 \times 11$$

$$\frac{7}{6} = 1.1666\ldots = 1.1\overline{6} \qquad 6 \rightarrow 2 \times 3$$

روش شناسایی کسرهای با نمایش اعشاری متناوب مرکب : کسرهای تحویل ناپذیری که علاوه بر عوامل ۲ یا ۵ ، حتماً عوامل دیگری بجز ۲ و ۵ نیز داشته باشند.

مثال : نمایش اعشاری هر یک از کسرهای زیر را بنویسید و نوع آنها را با ذکر دلیل (از روی کسر) مشخص کنید.

① مختوم $\frac{14}{35} = \frac{2}{5} = 0/4$ ، $5 \rightarrow$ فقط ۵

② $\frac{2}{24} = \frac{1}{12} = 0/08\overline{3}$ ، $12 \rightarrow 2^2 \times 3$ متناوب مرکب

③ $\frac{6}{22} = \frac{3}{11} = 0/\overline{27}$ ، $11 \rightarrow$ فقط ۱۱ ، متناوب ساده

④ $\frac{15}{70} = \frac{3}{14} = 0/2\overline{142857}$ ، $14 \rightarrow 2 \times 7$ متناوب مرکب

نکته : معادل هر عدد اعشاری متناوب، یک کسر با صورت و مخرج صحیح (مخرج $\neq 0$) وجود دارد. بنابراین اعداد اعشاری متناوب (ساده یا مرکب) اعدادی گویا هستند.

③ نامختوم غیرمتناوب (حتی اگر الگو داشته باشند)

$\pi = 3/1415...$ $\quad$ $4/31758...$

$3/122333...$

* دسته ۱ از اعداد اعشاری، گنگ هستند.

تبدیل اعداد اعشاری متناوب ساده به کسر:

مثال:

$0/\overline{23}$

$0/232323\ldots \xrightarrow{\times 100} 23/232323\ldots = 23/\overline{23}$

$$A = 0/\overline{23}$$

$$\times 100:\quad 100A = 23/\overline{23}$$

$$\Rightarrow 100A - A = 23/\overline{23} - 0/\overline{23}$$

$$99A = 23$$

$$A = \frac{23}{99}$$

① عدد اعشاری را مساوی A قرار می‌دهیم.

② طرفین این تساوی را در 10^n ضرب می‌کنیم که n تعداد ارقام گردش است.

③ دو معادله ایجاد شده را از هم کم می‌کنیم.

④ مقدار A را محاسبه می‌کنیم.

$1/243243243\ldots$

$1/\overline{243}$

مثال:

$$A = 1/\overline{243}$$

$$\times 10^3:\quad 1000A = 1243/\overline{243}$$

$$\Rightarrow 1000A - A = 1243/\overline{243} - 1/\overline{243}$$

$$999A = 1242$$

$$A = \frac{1242}{999}$$

تبدیل اعداد اعشاری متناوب مرکب به کسر

① عدد اعشاری را مساوی A قرار می‌دهیم.

* ② طرفین معادله ایجاد شده را در ۱۰^{p} ضرب می‌کنیم که p تعداد ارقام غیر گردش بعد از ممیز است.
(برای تبدیل به عدد اعشاری متناوب ساده)

③ طرفین معادله جدید را در ۱۰^{n} ضرب می‌کنیم که n تعداد ارقام گردش بعد از ممیز است.

④ معادله دوم و سوم را از هم کم می‌کنیم و مقدار A را به دست می‌آوریم.

مثال:

$۲/۳۱\overline{۴}$

① $A = ۲/۳۱\overline{۴}$

$\xrightarrow{\times ۱۰۰}$ $۱۰۰A = ۲۳۱/\overline{۴}$ ②

$\xrightarrow{\times ۱۰}$ $۱۰۰۰A = ۲۳۱۴/\overline{۴}$ ③

③ و ② $\Longrightarrow$ $۱۰۰۰A - ۱۰۰A = ۲۳۱۴/\overline{۴} - ۲۳۱/\overline{۴}$

$$۹۰۰A = ۲۰۸۳$$

$$A = \frac{۲۰۸۳}{۹۰۰}$$

مثال: مقایسه کنید.

$۰/\overline{۳} < ۰/۷\overline{۳} = ۰/۷۳۳۳۳$ ($۰/۳۳۳۳...$)

$۰/۶۶ < ۰/\overline{۶} = ۰/۶۶۶۶...$

$۲/۷\overline{۳} > ۲/۷۰\overline{۳}$

$۲/۷۳۳۳۳...$ $۲/۷۰۳۳۳...$

$۰/\overline{۲۴} < ۰/۲\overline{۴}$

$۰/۲۴۲۴۲۴...$ $۰/۲۴۴۴۴...$

روش مقایسه کسرها:

۱) نمایش تقریبی روی محور

۲) هم مخرج کردن (هم صورت کردن)

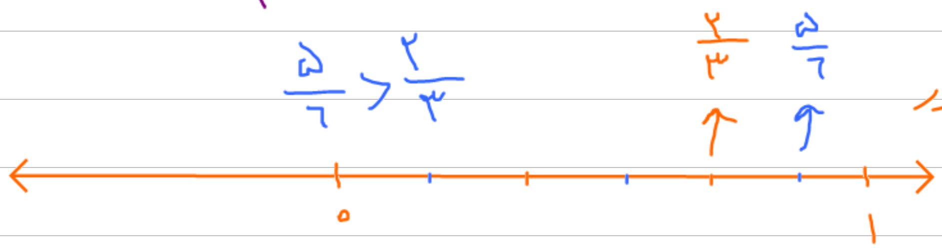
۳) نمایش اعشاری

مثال: کسرهای زیر را به هر ۳ روش مقایسه کنید.

۱) $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{6}$

۱) نمایش روی محور

$\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$



۲)

$$\frac{2\times 2}{3\times 2} = \frac{4}{6} < \frac{5}{6}$$

۳) نمایش اعشاری

$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots = 0{,}\overline{6}$ کسر متناوب ساده

$\frac{5}{6} = 0{,}8\overline{3}$ کسر متناوب مرکب

$0{,}8\overline{3} > 0{,}\overline{6}$

$$\frac{16}{72} = \frac{2}{9} < \frac{3}{8} = \frac{27}{72}$$

مثال: اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{1}{2},\ 1,\ -\frac{3}{2},\ \frac{2}{9},\ \frac{3}{8},\ \frac{7}{12},\ \frac{5}{3}$$

$$-\frac{3}{2} < \frac{2}{9} < \frac{3}{8} < \frac{1}{2} < \frac{7}{12} < 1 < \frac{5}{3}$$

□ پیدا کردن اعداد گنگ یا گویا بین اعداد گنگ یا گویا :

* نوشتن چند کسر بین دو عدد

① میانگین گیری : اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد گویا باشند $\dfrac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{2}$ بین دو عدد $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ قرار می‌گیرد.

② هم مخرج کردن ← ① دو کسر را هم مخرج می‌کنیم.

② اگر امکان نوشتن اعداد نبود ، صورت و مخرج هر کسر را در عددی بیشتر از تعداد اعداد خواسته شده ضرب می‌کنیم.

□ پیدا کردن اعداد گنگ یا گویا بین اعداد گنگ یا گویا :

* نوشتن چند کسر بین دو عدد

① میانگین گیری : اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد گویا باشند $\dfrac{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}}{2}$ بین

دو عدد $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ قرار میگیرد.

② هم مخرج کردن ← ① دو کسر را هم مخرج می کنیم.

← ② اگر امکان نوشتن اعداد نبود ، صورت و مخرج هر کسر را

در عددی بیشتر از تعداد اعداد خواسته شده ضرب می کنیم.

مثال : ۳ کسر بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ بنویسید. 5

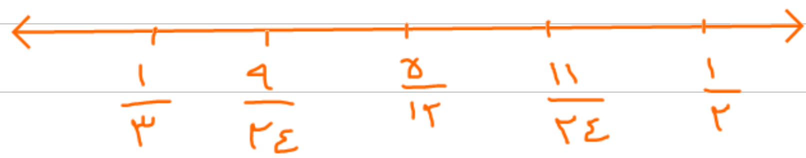
$\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

① میانگین گیری :

بین $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$: $\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{\frac{2+3}{6}}{2} = \dfrac{\frac{5}{6}}{2} = \frac{5}{12} \rightarrow$

$\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{5}{12}}{2} = \dfrac{\frac{4+5}{12}}{2} = \dfrac{\frac{9}{12}}{2} = \frac{9}{24} \rightarrow$ بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{5}{12}$

$\frac{1}{3} < \frac{9}{24} < \frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$



$\dfrac{\frac{5}{12}+\frac{1}{2}}{2} = \dfrac{\frac{5+6}{12}}{2} = \dfrac{\frac{11}{12}}{\frac{2}{1}} = \frac{11}{24} \rightarrow$ بین $\frac{5}{12}$ و $\frac{1}{2}$

۲) هم مخرج کردن

$$\frac{8}{24} = \frac{1}{3} < \frac{9}{24} < \frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2} = \frac{12}{24}$$

$$\frac{1\times 2}{3\times 2} = \frac{2\times 4}{6\times 4} = \frac{8}{24}$$

$$\frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{3\times 4}{6\times 4} = \frac{12}{24}$$

مثال: بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{10}$، شش عدد گنگ بنویسید.

$$\sqrt{2} < \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{7} < \sqrt{8} < \sqrt{8.5} < \sqrt{10}$$

مثال: بین دو عدد ۴ و ۵، سه عدد گنگ بنویسید.

$4 = \sqrt{16}$

$5 = \sqrt{25}$

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{21} < \sqrt{23} < \sqrt{25}$$

مثال: سه عدد گویا بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ بنویسید.

$\sqrt{5} \simeq 2.2$

$\sqrt{10} \simeq 3.1$

$$\sqrt{5} < 2.35 < 2.7 < 3 < \sqrt{10}$$

$\sqrt{9} = 3$ ✓

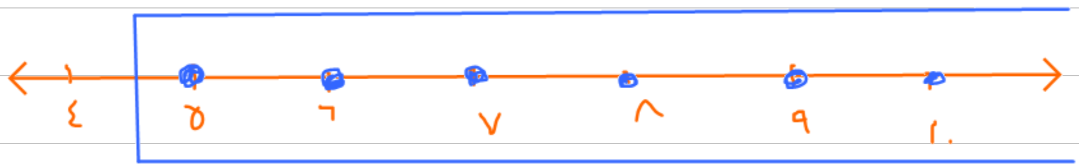
نتیجه: بین هر دو عدد گویا یا گنگ، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

□ نمایش مجموعه‌ها روی محور اعداد حقیقی :

مثال : مجموعه‌های زیر را به صورت اعضا روی محور اعداد حقیقی نمایش دهید.

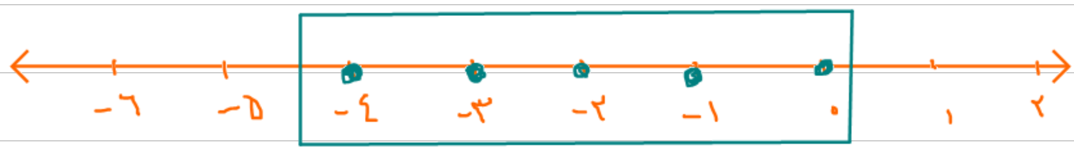
(۱) عددهای طبیعی بزرگتر یا مساوی ۵

$\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\} = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$



(۲) اعداد صحیح بین ۵- و ۱

$\{x \in \mathbb{Z} \mid -5 < x < 1\}$



(۳) اعداد حقیقی بین ۲ و ۵

$\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$

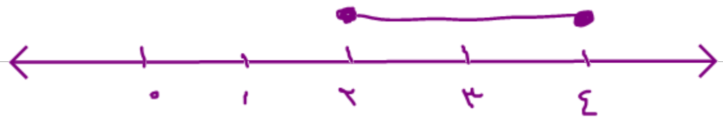
(۴) $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$

۵) $\{x \in \mathbb{Q} \mid -۵ < x < ۲\}$

نمی‌توان روی محور نشان داد. زیرا بین ۵- و ۲ بی‌شمار

عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد و قابل تفکیک شدن از هم نیستند.

۶) $\{x \in \mathbb{R} \mid ۲ \leq x \leq ۴\}$



□ نمایش اعداد گنگ روی محور اعداد حقیقی:

هر عدد گنگ متناظر با یک نقطه روی محور اعداد حقیقی است. مثلاً $\sqrt{۲} \simeq ۱/۴$ نقطه‌ای

بین ۱ و ۲ است. برای نمایش دقیق آنها از روش هندسی به شکل زیر استفاده می‌کنیم.

مثال: اعداد زیر را روی محور نمایش دهید.

(در سایت انجام شد)

$$۱ = \sqrt{۱} < \sqrt{۳} < \sqrt{۴} = ۲$$

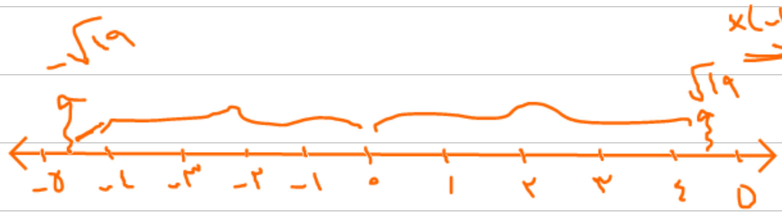
مثال: $\sqrt{۳} + ۲$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار می‌گیرد؟

$$۱ = \sqrt{۱} < \sqrt{۳} < \sqrt{۴} = ۲ \Rightarrow ۱ < \sqrt{۳} < ۲ \xrightarrow{+۲} ۱+۲ < \sqrt{۳}+۲ < ۲+۲$$

$$۳ < \sqrt{۳}+۲ < ۴$$

مثال : $\sqrt{19}-3$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟ بین -2 و -1

$$4=\sqrt{16}<\sqrt{19}<\sqrt{25}=5 \Rightarrow 4<\sqrt{19}<5$$



$$\xrightarrow{\times(-1)} -5<-\sqrt{19}<-4$$

$$\xrightarrow{+3} +3-5<+3-\sqrt{19}<+3-4$$

$$-2<3-\sqrt{19}<-1$$