

مضرب ۴: توان ورسته

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ بار}} = a^n$$

باید درستی:

$a$ : پایه و  $n$ : توان

مثال:  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5 = 243$

$$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^6 = +64$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right) \left(-\frac{1}{5}\right) \left(-\frac{1}{5}\right) \left(-\frac{1}{5}\right) = \left(-\frac{1}{5}\right)^4 = +\frac{1}{625}$$

نکات:

① عددی که توان ندارد، توان آن ۱ است.  $a = a^1$

② هر عدد غیر صفر، به توان صفر، مساوی ۱ است.  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ )

③ صفر به توان هر عددی غیر از صفر، برابر با صفر است.  $0^n = 0$  ( $n \neq 0$ )

④ عدد ۱ به توان هر عدد دلخواه برابر با ۱ است.  $1^a = 1$

⑤ اگر عدد منفی به توان یک عدد فرد برسد، حاصل عددی منفی و اگر به توان عدد زوج برسد،

حاصل مثبت است.

$(-a)^n \begin{cases} \rightarrow -a^n & \text{اگر } n \text{ فرد} \\ \rightarrow +a^n & \text{اگر } n \text{ زوج} \end{cases}$

توان منفی: حاصل هر عدد غیر صفر به توان یک عدد منفی، برابر است با معکوس همان عدد

به توان مثبت.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad (a \neq 0, n \in \mathbb{N})$$

معکوس

(البته  $n$  می تواند سرگام هم باشد. اما در این فصل در مورد توان ها کلی صحبت شده است).

در حالت کلی:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

یا معکوس می شود.

مثال: حاصل عبارات زیر را بیابید.

$$① 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$② (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = -\frac{1}{125}$$

$$③ \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = (4)^3 = 64$$

یا:  $\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{64}} = 64$

$$④ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(-\frac{3}{2}\right)^4 = +\frac{81}{16}$$

$$⑤ -\sqrt{2}^{-2} = -\frac{1}{\sqrt{2}^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\textcircled{7} \quad r r^{-1} + r^{-r} = \frac{1}{r r} + \frac{1}{r^r} = \frac{1}{r r} + \frac{1 \times r}{r r \times r} = \frac{1+r}{r r}$$

$$= \frac{r}{r r}$$

$$\textcircled{v} \quad \left(-\frac{r}{r}\right)^{-r} + \left(-\frac{r}{r}\right)^r = \left(-\frac{r}{r}\right)^r + \left(-\frac{r}{r}\right)^r$$

$$= + \frac{r \times r}{r \times r} \frac{1}{r r} = \frac{1 r - 1}{r r} = \frac{r}{r r}$$

$$\textcircled{\wedge} \quad \left(\frac{r}{r}\right)^r + \left(\frac{r}{r}\right)^{-r} = \underbrace{\left(\frac{r}{r}\right)^r + \left(\frac{r}{r}\right)^r}_{\substack{\text{L: } r \times \left(\frac{r}{r}\right)^r = \frac{1}{r} \times r = \frac{r}{r} = 1}} = \frac{r}{r r} + \frac{r}{r r} = \frac{1 r}{r r}$$

$$= \frac{r}{r r}$$

$$\textcircled{9} \quad -\frac{1}{(-9)^{-r}} + \frac{r}{(-8)^{-r}} = -1 \times (-9)^r + r(-8)^r =$$

$$-11 + r \times 20 = -11 + 20 = 9$$

$$(-9)^{-r} = \frac{1}{(-9)^r} \Rightarrow -\frac{1}{(-9)^{-r}} = -\frac{1}{\frac{1}{(-9)^r}} = -\frac{1 \times (-9)^r}{1 \times 1} = -(-9)^r$$

$$\frac{r}{(-8)^{-r}} = \frac{r}{\frac{1}{(-8)^r}} = \frac{r \times (-8)^r}{1 \times 1} = r \times (-8)^r$$

قوانین محاسبه عملیات بین اعداد توان دار:

نتیجه: این قوانین برای توان های منفی هم برقرارند.

\* ضرب اعداد توان دار:

① ضرب اعداد توان دار با پایه های یکسان: پایه ها را با نوشتن توان که را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (a \neq 0)$$

② ضرب اعداد توان دار با توان های یکسان: توان ها را با نوشتن و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

مثال: حاصل عبارات زیر را بصورت یک عدد توان دار با توان مثبت بنویسید.

$$\textcircled{1} 3^2 \times 3^7 = 3^{2+7} = 3^9$$

$$\textcircled{2} \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{1}\right)^9 = \left(\frac{3}{1}\right)^5 \times \left(\frac{3}{1}\right)^9 = \left(\frac{3}{1}\right)^{14}$$

$$\textcircled{3} (-9)^{-3} \times (-9)^{-5} = (-9)^{(-3)+(-5)} = (-9)^{-8} = \left(-\frac{1}{9}\right)^8 = \frac{1}{9^8}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{2}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{2}{5}\right)^{-1} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{(-4)+(-1)} = \left(-\frac{2}{5}\right)^{-5} = \left(-\frac{5}{2}\right)^5 = \left(\frac{5}{2}\right)^5$$

$$\textcircled{5} a^{-3} \times a^{+3} = a^{(-3)+(+3)} = a^0 = 1$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$\text{مثال: } (2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$$

نتیجه: توان یک توان

\* با  $a^{m \cdot n}$  ضرب در

$$\textcircled{6} \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times 27^{-2} \times 9^5 = 3^1 \times (3^3)^{-2} \times (3^2)^5$$

$$= 3^1 \times 3^{-12} \times 3^{10} = 3^{1-12+10} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{7} \left(\frac{3}{21}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \left(\frac{21}{3}\right)^5 \times \left(\frac{3}{7}\right)^5 = \left(\frac{21}{3} \times \frac{3}{7}\right)^5$$

$$= 3^5$$

\* تقسیم اعداد توان دار:

① تقسیم اعداد توان دار با پایه ها<sup>ی</sup> بیان: پایه ساده را نوشته و توان دوم را از اولی کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

② تقسیم اعداد توان دار با توان ها<sup>ی</sup> مساوی: توان ساده را نوشته و پایه اول را بر پایه دوم

$$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad (b \neq 0)$$

