

ریشه‌گیری

مقدمه ۱) بچه‌ها من به شما عدد می‌دم شما اون عدد رو به توان ۲ برسونید و حاصلش رو بگید.

$$-3 \longrightarrow (-3)^2 = 9$$

$$3 \longrightarrow (3)^2 = 9$$

$$\frac{-1}{7} \longrightarrow \left(\frac{-1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$$

$$\frac{1}{7} \longrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$$

راستی بچه‌ها در ریاضی به توان ۲ رسوندن به نام **مربع کامل کردن** و **مجذور کردن** معروف است.

حالا به سوال برعکس دارم.

چه عددی رو به توان ۲ رسوندم حاصلش ۹ شد؟

(جواب)

چه عددی رو به توان ۲ رسوندم حاصلش $\frac{1}{49}$ شد؟

(جواب)

نتیجه: به طور کلی وقتی من می‌پرسم چه عددی رو به توان ۲ رسوندم حاصلش b شد؟ شما جواب میدید:

$$\boxed{?}^2 = b \longrightarrow ? = \sqrt{b} \quad \text{و} \quad -\sqrt{b}$$

به این کار میگن ریشه دوم b را مساب کردیم

مثال: ریشه دوم ۲۵ را مساب کنید.

$$x^2 = 25 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25}, x = -\sqrt{25}$$

مثال: ریشه دوم ۲۱ را مساب کنید.

مثال: ریشه دوم ۱۶- را مساب کنید.

مثال: ریشه دوم ۰ را مساب کنید.

نکته خیلی خیلی مهم:

یادتون باشه ریشه دوم b ، \sqrt{b} فرق داره وقتی من میگم ریشه دوم b منظورم عددی است که به توان ۲ برسه و حاصلش b بشه که جواب دوتا ست

$$\sqrt{b}, -\sqrt{b}$$

اما در مسئله اگر نوشتم \sqrt{b} منظورم فقط عدد مثبت است دیگر با منفی کاری نداریم.

۱ (نمونه) ریشه دوم ۱۶ $\rightarrow \sqrt{16}, -\sqrt{16} \rightarrow 4, -4$

$$\sqrt{16} = 4$$

۲ (نمونه) ریشه دوم ۷ $\rightarrow \sqrt{7}, -\sqrt{7}$

$$\sqrt{7} = \sqrt{7}$$

۳ (نمونه) ریشه دوم ۸۱ $\rightarrow \sqrt{81}, -\sqrt{81} \rightarrow 9, -9$

$$\sqrt{81} = 9$$

مقدمه ۲) من به شما عدد میدم شما به توان ۳ برسونید و حاصلش رو بگید.

توان ۳ $\rightarrow (-3)^3 = -27$

توان ۳ $\rightarrow (+3)^3 = +27$

توان ۳ $\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

توان ۳ $\rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$

همونجور که می‌بینید توان فرد است و منفی‌ها سر جای خودشان می‌مانند یعنی مثل مقدمه ۱ منفی‌ها در توان ۲ از بین نمی‌روند.

مثلاً به سوال برعکس داریم.

چه عددی رو به توان ۳ برسونیم حاصلش ۲۷ بشه؟

جواب)

چه عددی رو به توان ۳ برسونیم حاصلش ۲۷- بشه؟

جواب)

چه عددی رو به توان ۳ برسونیم حاصلش $\frac{1}{8}$ بشه

جواب)

نتیجه: به طور کلی وقتی من می‌پرسم چه عددی رو به توان ۳ رسونیم حاصلش b شد؟

شما جواب میدید

$$\boxed{?}^3 = b \rightarrow ? = \sqrt[3]{b}, -\sqrt[3]{b}$$

به این کار می‌گن ریشه سوم b را حساب کردیم.

مثال: ریشه سوم ۱۲۵ را حساب کنید.

نکته فیلوی فیلوی مهم:

یادتون باشه ریشه سوم b با $\sqrt[3]{b}$ یکسان است.

$$b \text{ ریشه سوم} = \sqrt[3]{b}$$

$$۲ = \text{ریشه سوم } ۸ \text{ (نمونه)}$$

$$\sqrt[3]{۸} = ۲$$

$$-۲ = \text{ریشه سوم } -۸$$

$$\sqrt[3]{-۸} = -۲$$

به طور کلی

$$\text{زوج} \quad x = b \rightarrow x = \sqrt[2]{b} \text{ زوج}, -\sqrt[2]{b} \text{ زوج}$$

$$\text{فرد} \quad x = b \rightarrow x = \sqrt[3]{b} \text{ فرد}$$

$$x^4 = ۱۶ \rightarrow x = \sqrt[4]{۱۶} = ۲, x = -\sqrt[4]{۱۶} = -۲$$

$$x^5 = -۳۲ \rightarrow x = \sqrt[5]{-۳۲} = -۲$$

$$x^5 = ۳۲ \rightarrow x = \sqrt[5]{۳۲} = ۲$$

مثال: حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بیابید.

$$\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{\varepsilon^2} =$$

$$\sqrt{(-\varepsilon)^2} =$$

ریشه دوم 81 =

ریشه دوم 4^2 =

ریشه دوم $(-4)^2$ =

ریشه سوم $\frac{127}{125}$ =

ریشه سوم 6^3 =

ریشه سوم -1 =

ریشه سوم $\frac{-8}{1000}$ =

نتیجه جالب

$$\sqrt[n]{n} = |n|$$

$$\sqrt[n]{n^{\text{فرد}}} = n$$

$$\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$$

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

$$\sqrt{(-6)^2} =$$

$$\sqrt{(-\frac{2}{3})^2} =$$

$$\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2} =$$

$$\sqrt{(2 - 9)^2} =$$

$$\sqrt{(1 - \frac{1}{3})^2} =$$



مثال: حاصل $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$ را در هر یک از حالات زیر بیابید.

الف) هر دو مثبت $y, x (x > 0, y > 0)$

ب) x مثبت و y منفی $(x > 0, y < 0)$

پ) x منفی و y مثبت $(x < 0, y > 0)$

د) هر دو منفی $y, x (x < 0, y < 0)$

