

**توان:** اگر عددی چند بار در خودش ضرب شود برای خلاصه نویسی از توان استفاده می شود.

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

توان  
پایه

$$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n = a^n$$

مانند:

**ضرب اعداد توان دار:** الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

**تقسیم اعداد توان دار:** الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{9^5}{9^3} = 9^2$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$20^8 \div 4^8 = 5^8$$

مانند:

**نکته:** اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می کنیم.

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

... n

$$9^5 + 9^5 + 9^5 = 3 \times 9^5 = 3 \times (3^2)^5 = 3^{11}$$

تجزیه

**مانند:**

تجزیه

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

**توان منفی:** برای به دست آوردن توان منفی عدد پایه را معکوس کرده تا به توان مثبت تبدیل شود.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a, b \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

**نکته:** تمام قواعد اعداد توان دار برای اعداد با توان منفی صدق می کند.

**نکته:** اگر عدد صحیحی (غیر از صفر) از صورت به مخرج و یا از مخرج به صورت انتقال داده شود توان آن قرینه می شود.

**نکته:** هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر باشد حاصل **عدد یک** است.

حاصل هر عبارت را به صورت توان طبیعی (توان مثبت) بنویسید.

$$5^{-6}$$

$$3^{-4} \times 3^2 \div 27 =$$

$$\frac{4^7 \times 3^{-6}}{3^3 \times 4^{-2}}$$

$$\frac{20^{-6}}{5^2 \times 4^{-6}} =$$

$$3^2 + 5^0 - 2^{-2} =$$

حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.

$$\left(\frac{4}{7}\right)^5 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-5} =$$

$$\frac{120 \times (2^3)^2 \times 1^{12}}{2^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} =$$

---

حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$4^{-2} + 3 - 2^2 =$$

$$\frac{3^{-2} + 3^{-1}}{2^{-3}} =$$

**\*نکته:** برای مقایسه ی اعداد تواندار ( با توان عدد طبیعی ) یکی از دو کار زیر را انجام دهیم تا راحت تر بتوانیم آنها را مقایسه کنیم .

**الف** ) پایه ها برابر شوند . هر عددی با پایه ی بزرگتر از یک که توان بیشتری باشد، بزرگتر است .

اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.  $۸$  و  $(۲^۲)^۳$  و  $۲^{۲^۳}$  و  $۴^۲$  و  $۲^۲$

**\*نکته:** اگر توانها برابر باشند و پایه عددی بین صفر و یک باشد . هر چه عدد به صفر نزدیکتر باشد حاصل عبارت کوچکتر است .

$$0/2^5 = 0/00032 < \left(\frac{5}{10}\right)^5 = 0/03125 < \left(\frac{8}{10}\right)^5 = 0/32768$$

**ب)** توان ها برابر شوند . هر عدد ( با پایه ی بزرگتر از یک ) که پایه ی بزرگتری داشته باشد . بزرگتر است .

$$(8^2)^{15} \quad (6^3)^{15} \quad (2^4)^{15}$$

## معادلات توانی

**\*\*** در حل اینگونه معادلات باید یکی از دو کار زیر را انجام داد :

- اگر مجهول مساله در توان قرار بگیرد ، برای بدست آوردن مقدار مجهول ؛ ابتدا باید دو طرف تساوی را به صورت یک عدد تواندار بنویسیم که **دو حالت** به وجود می آید .

$$3^{24x} = 3^4 \quad (3^8)^{3x} = 81$$

- الف ( پایه ها مساوی باشند که توانها نیز با هم برابر خواهند شد و

$$24x = 4 \quad x = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

با حل یک معادله ی معمولی به جواب می رسیم .

- ب) پایه ها مساوی نباشند که در این حالت باید توانها را برابر جداگانه صفر قرار دهیم .

$$5^{2a-4} = 3^{5b+15} \quad 2a - 4 = 0 \rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$$

$$5b + 15 = 0 \rightarrow 5b = -15 \rightarrow b = -\frac{15}{5} = -3$$



**نکته:** اگر دو طرف تساوی پایه ها یکسان بود توان ها برابرند

$$\text{الف) } 9^x \times 9^{-7} = 9^5$$

$$\text{ب) } 5^4 \div 5^x = 5^{-6}$$

$$\text{ج) } x^{-2} \div 3^{-2} = 4^{-2}$$

**\*نکته:** ترتیب انجام عملیات های ریاضی در محاسبات توانی :

(۴) جمع یا تفریق

(۳) ضرب یا تقسیم

(۲) توان یا جذر

(۱) پرانتز یا گروه

$$27 \left[ \left( \frac{15}{36} \times \frac{12}{18} \right)^2 \div \left( \frac{5}{6} \right)^2 \right]^2$$

۱- حاصل عبارت  $3^{-1} + 4^{-1}$  برابر کدام گزینه است؟ ( آذربایجان غربی )

۲- حاصل عبارت روبرو را بدست آورید. ( یزد )

$$2^{-3} + 4^{-1}$$

$$2^{-1} \dots 2^{-2}$$

$$5^2 \dots (0/2)^{-2}$$

۳- در جای خالی علامت ( $< = >$ ) قرار دهید. (ایلام)

۴) حاصل عبارت زیر را بنویسید. (تهران)

$$\frac{2^0}{3} - 3^{-2} =$$

$$4^{-2} = \frac{1}{\quad} =$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^{-2} = \frac{1}{\quad} =$$

$$(-1/3)^{-2} =$$

$$(-6)^{-2} =$$

۱) حاصل عبارات زیر را به صورت عددی تواندار با توان مثبت بنویسید .

$$(5^2)^{-3} \times 125^4 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} \times \left(\frac{3}{2}\right)^6 =$$

$$\frac{\mu^F \times q^F}{\mu^{-F}} =$$

$$\frac{1\mu^{-F} \times \mu^{-1}}{1^{-F} \times \mu^F} =$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-r} \times \left(\frac{1}{x}\right)^r =$$

$$x^r \times \left(\frac{1}{x}\right)^{-r} =$$

$$\frac{10^r \div 10^{-r}}{x^y \times x} =$$

**مثال:** جرم یک اتم حدود  $10^{-36}$  گرم است. جرم یک وزنه ی ۱۰۰۰ کیلو گرمی چند برابر جرم این اتم است؟

**جواب:** هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است یعنی:  $1000 = 10^3$  پس:  $10^3 \times 10^3 = 10^6$

$$10^6 \div 10^{-36} = 10^{6 - (-36)} = 10^{42}$$

**نماد علمی:** برای محاسبه ساده تر اعداد خیلی بزرگ و اعداد خیلی کوچک آن ها را به صورت توانی از عدد ۱۰ می نویسیم.

**نکته:** به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت  $a \times 10^n$  است که در آن  $1 \leq a < 10$  و  $n$  عدد صحیحی است.

**الف) نماد علمی اعداد خیلی بزرگ (توان مثبت):** ابتدا یک رقم از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم های بعد از ممیز توانی از عدد ۱۰ می نویسیم.

رقم ۸

$$34100000 = 341 \times 10^8$$

رقم ۴

$$14752/93 = 14752 \times 10^{-4} / 93$$

**مانند:**

**ب) نماد علمی اعداد خیلی کوچک (توان منفی):** ابتدا یک رقم مخالف صفر از سمت چپ جدا کرده سپس به تعداد رقم های قبل از ممیز توانی از عدد ۱۰ می نویسیم.

رقم ۶

$$0.0000037 = 37 \times 10^{-6}$$

$$0.00678 = 678 \times 10^{-3}$$

**مانند:**



**مثال:** حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی بنویسید.

$$\frac{2258}{\dots\dots\dots}$$

دوازده رقم

$$530000 \times \frac{\dots\dots\dots}{27} =$$

$$\frac{\dots\dots\dots}{36} =$$

$$270000 \times 10^{-4} =$$

$$240000 \times \frac{\dots\dots\dots}{273} =$$



(۱) شعاع خورشید  $695000$  کیلو متر است. این عدد را با نماد علمی بنویسید. (قم ۹۸)

(۲) فاصله ی مریخ تا زمین  $97100000$  کیلومتر است. این عدد را با نماد علمی بنویسید. (تهران ۹۸)

(۳) قطر خورشید  $10^9 \times 1/4$  متر و قطر زمین حدوداً  $10^7 \times 1/3$  متر است. قطر خورشید چند برابر قطر زمین است؟

۴) نمایش اعداد زیر را با نماد علمی بنویسید .

$$۷۸۴۰۰۰۰۰ = ۷/۸$$

$$۱۳۹۸/۰۳۰۱ = ۱/۳$$

$$۹۸۰۰۰۰۰۰۰ = ۹/۸$$

$$۵۳۵۳۵۳ \times ۱۰^{-۷} =$$

