

نتیجه: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

سؤال: $\sqrt{3^2} = 3^{\frac{2}{2}} = 3^1 = 3$
 $\sqrt{5^1} = 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}}$

توجه: زمانی که از بیج است

$\sqrt[4]{(-3)^4} = |(-3)^{\frac{4}{4}}| = 9$

مقدار مثبت بیرون می آید.

5 $\sqrt{5^2} = 5^{\frac{2}{2}} = 5^1 = 5$

6 $\sqrt[4]{(-2)^4} = |(-2)^{\frac{4}{4}}| = |(-2)^1| = 2 = 1$

7 $\sqrt{(-2)^2} = (-2)^1 = +2$

8 $\sqrt[5]{(-3)^5} = (-3)^{\frac{5}{5}} = (-3)^1 = -3^1 = -3$

نتیجه: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ توجه: اگر از بیج باشد باید علامت باشد.
 مثلاً $(\sqrt[4]{-3})^2$ بی بیج است.

$(\sqrt{2})^4 = \sqrt{2^4}$

9 $(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3]{4}$

10 $(\sqrt[5]{-3})^4 = \sqrt[5]{(-3)^4} = \sqrt[5]{81}$

11 $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{45}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2 \times 45}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = \sqrt{9} = 3$

نتیجه: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

12

$$\sqrt[3]{-v} = \sqrt[3]{-v}$$

13

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a}$$

مثال:

$$124000 = 1/24 \times 10^5 \quad 170000000 = 1/7 \times 10^9$$

$$1393 = 1/393 \times 10^3 \quad 9204000 = 9/204 \times 10^6$$

$$125/39 = 1/2539 \times 10^2$$

قطر متوسط یک یاخته (سلول) گویچه^۱ (گلبول) قرمز $7/000000$ میلی متر است. همانند عددهای بزرگ، عددهای کوچک مانند $7/000000$ را هم می توان به صورت نماد علمی نمایش داد؛ یعنی:

$$7/000000 = 7 \times 10^{-6}$$

ضخامت یک برگه کاغذ حدود $16/00$ سانتی متر است که با نماد علمی، آن را به صورت $1/6 \times 10^{-3}$ نمایش می دهیم.

به طور کلی نماد علمی هر عدد اعشاری مثبت به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و n عددی صحیح است.

مثال:

$$1275000 = 1/275 \times 10^{-5} \quad 123 = 1/23 \times 10^2$$

$$13700 = 1/37 \times 10^{-2} \quad 290000 = 2/9 \times 10^4$$

کار در کلاس

۱- هر یک از عددهای داده شده را با نماد علمی نمایش دهید:

$$2450000 = 245 \times 10^5$$

$$150000000 = 15 \times 10^8$$

$$0/0005 = 5 \times 10^{-3}$$

$$0/000061 = 61 \times 10^{-8}$$

$$1404 = 1404 \times 10^0$$

$$0/1275 = 1275 \times 10^{-1}$$

۲- نمایش اعشاری عددهای زیر را بنویسید:

$$5/2 \times 10^{-2} = 0.052$$

$$7/304 \times 10^{-5} = 0.00007304$$

$$2/28 \times 10^4 = 2280000$$

$$9/4612 \times 10^9 = 9461200000$$

$$6/02 \times 10^{-2} = 0.062$$

$$1/1 \times 10^4 = 11000$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{-5} \times 25 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-5} \times 5^2 = 7^5 \times 5^2 = 7^3 \times 7^2 \times 5^2 = 7^3 \times 1^2 = 7^3 \times 1^2 = 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

تمرین $(7 \times 5)^2 = 1^2$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}}$

ب) $\frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} = \frac{1 \times 4^2}{2^4 \times \frac{1}{8}} = \frac{(2^2)^2}{2^4 \times \frac{1}{8}} = \frac{2^4}{2^4 \times \frac{1}{8}} = \frac{2^4}{2^4} \times 8 = 1 \times 8 = 8$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$1/0.2 \times 10^{-5} = 0.00000102$ ✗

$5/9 \times 10^{-1} = 0.59$ ✓

$4/3 \times 10^2 = 4300$ ✓

$7/0.04 \times 10^{-2} = 0.7004$ ✗

$6/18 \times 10^7 = 61800000$ ✓

$8/2570 \times 10^4 = 82570$ ✓

۳- شعاع خورشید تقریباً ۶۹۵۰۰۰ کیلومتر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۴- اندازه یک باکتری ۰/۰۰۰۰۰۰۵ متر است؛ این عدد را با نماد علمی نمایش دهید.

۵- قطر خورشید حدود $1/4 \times 10^9$ متر و قطر زمین حدود $1/3 \times 10^7$ متر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

$\frac{1/4 \times 10^9}{1/3 \times 10^7} = \frac{14 \times 10^1}{13 \times 10^0} = \frac{14}{13} \times 10^1 = 1.07 \times 10^1 = 10.7$

۶- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید و به صورت نماد علمی نمایش دهید:

$2 \times 10^{-7} \times 4 \times 10^4 = 8 \times 10^{-3}$

$\frac{12/5 \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-19}} = \frac{125 \times 10^{-1} \times 10^{-2}}{25 \times 10^{-19}} = 5 \times \frac{10^{-3}}{10^{-19}} = 5 \times 10^{16}$

۷- فاصله مریخ از زمین $9/17 \times 10^7$ کیلومتر و فاصله کیوان از زمین $6/287 \times 10^8$ کیلومتر است. با مقایسه این دو عدد مشخص کنید کدام سیاره به زمین نزدیک تر است؟

۸- در جاهای خالی حداقل ۳ عدد صحیح مختلف قرار دهید تا نامساوی درست باشد.

$2/7 \times 10^0 > 0.2$ $0.3 > 0.03 \times 10^1$ $0.3 > 0.03$

۹- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید: $1/5 \times 10^{-2}$, $1/2 \times 10^6$, $5/35 \times 10^{-3}$, $3/7 \times 10^{-2}$

0.02 , 1200000 , 0.142857 , 0.428571

$(1) < (2) < (3) < (4)$

۲- در تساوی‌های زیر جاهای خالی را کامل کنید :

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{\quad} =$$

$$3\sqrt[3]{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt[3]{-8} = \quad$$

$$\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{\quad} = 4\sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{20} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\sqrt{-54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt{\frac{-54}{2}} = \sqrt{-27} = -3$$

تمرین

۱- ریشه‌های دوم عددهای زیر را بیابید :

Handwritten notes for exercise 1:

- $\sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$
- $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$
- $\sqrt{15}$ and $-\sqrt{15}$
- $\sqrt{12}$ and $-\sqrt{12}$
- $\sqrt{216} = 6$
- $\sqrt{216} = 6$
- $\sqrt{10}$ and $-\sqrt{10}$
- $\sqrt{-5}$
- $\sqrt{1}$
- $\sqrt{216} = 6$
- $\sqrt{7^2} = 7$
- $\sqrt{-5}$
- $\sqrt{\frac{1}{216}}$
- $\sqrt{1}$

۲- ریشه سوم عددهای زیر را به دست آورید :

Handwritten notes for exercise 2:

- $\sqrt[3]{18} = 3\sqrt[3]{2}$
- $-\sqrt[3]{18} = -3\sqrt[3]{2}$
- $\sqrt[3]{-\frac{1}{216}} = -\frac{1}{6}$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

Handwritten notes for exercise 3:

- $1 = |-1| = \sqrt{(-1)^2} = -1$ (Incorrect)
- $\sqrt[3]{(-1)^3} = -1$ (Correct)
- $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$ (Correct)
- $\sqrt{(-5)} = -5$ (Incorrect)
- $-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16}$ (Correct)
- $\sqrt{1/44} = 1/2$ (Incorrect)
- $(\sqrt{-1})^2 = 1$ (Incorrect)
- $\sqrt{-64} = -4$ (Correct)
- $\sqrt{144} = \sqrt{\frac{144}{1}} = \frac{12}{1}$ (Correct)
- $\sqrt{(-1)^2} = 1$ (Correct)
- $\sqrt{-13} = 1$ (Incorrect)

۴- حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید :

Handwritten notes for exercise 4:

- $\sqrt{125} \times \sqrt{36} = 5 \times 6 = 30$
- $\sqrt{-1} \times \sqrt{11} = -1 \times 9 = -9$
- $\sqrt{\frac{81}{3}} = \sqrt{27} = 3$
- $\sqrt{-25} \times \sqrt{5} = \sqrt{-25 \times 5} = \sqrt{-125} = -5$

۵- حداقل سه عدد صحیح مختلف مثال بزنید که اگر به جای a قرار دهیم، نامساوی زیر درست

باشد:

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt{4}$$

Handwritten notes in purple:

- $a = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{1} = 1$
- $a = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{0} = 0$
- $a = -1 \Rightarrow \sqrt[3]{-1} = -1$

۶- رابطه $\sqrt{(-x)^2} = x$ به چه شرطی درست است؟ مثال بزنید.

۷- اگر مساحت کل یک مکعب $96a^2$ باشد، حجم آن را بر حسب a به دست آورید.

۸- اگر $x > 0$ و $y < 0$ باشد، حاصل $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$ را ساده کنید و بدون قدرمطلق بنویسید.

۹- عبارت‌های زیر را مانند نمونه ساده کنید: $\sqrt{9^0} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{1^0} = 3\sqrt{1^0}$

$$\sqrt{15^0}, \quad \sqrt{8^0}, \quad \sqrt{24}, \quad \sqrt[3]{125^2}$$

۱۰- آیا تساوی‌های زیر درست است؟

$$(\sqrt[3]{-2})^3 = -2$$

$$\sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$$

۱۱- حاصل را به دست آورید:

$$2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4} =$$

$$\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{1^0}} =$$

$$\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{6^0}}{\sqrt[3]{5}} =$$