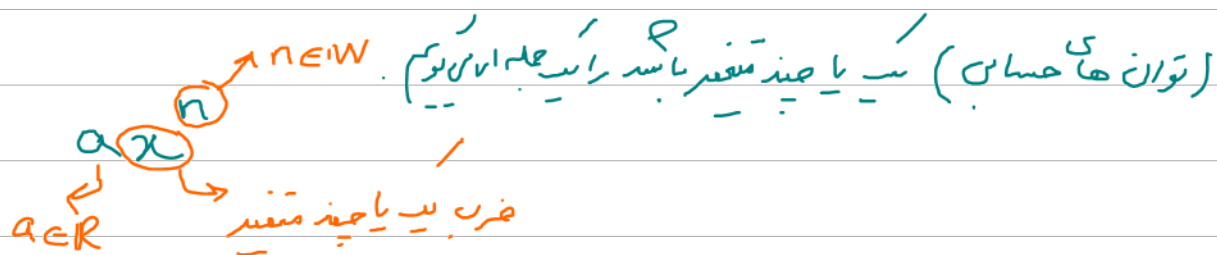


مفصل ۵

تبدیل جمله‌ها (یک جمله‌ها) : هر عبارت به صورت حاصل ضرب یک عدد صحیح در توان‌ها می‌تواند نمایش داده شود.



عبارات زیر یک جمله‌ها هستند :

x^3 و $-4x^3$ و 1 و $\sqrt{3} a^5$ و $-\sqrt{5} x^2 y^3 z$ و $\frac{x^2 y^2}{k}$ و $\pi a^2 b^3$

\leftarrow ضرب عددی
 $\rightarrow 1x^0 = 1$
 $\rightarrow \frac{1}{k} x x y^2$

نکته : هر عدد ثابت، یک جمله‌ها محسوب می‌شود.

$-3 \xrightarrow{\text{زیرا}} -3x^0 = -3$

$-\sqrt{7} \xrightarrow{\text{زیرا}} -\sqrt{7}x^0 = -\sqrt{7}$

عباراتی که شرایط فوق را نداشته باشند، یک جمله‌ها نیستند.

بعضی ضرایب، در شرایط زیر، عبارت یک جمله‌ها نیستند :

$\frac{5}{x^2} = 5x^{-2}$

۱- متغیر در مخرج باشد یا توان منفی باشد.

$* \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} = x^{0.5}$

۲- متغیر زیر رادیکال باشد یا توان کسری اعشاری باشد.

a^x

۳- متغیر به عنوان توان در نظر گرفته شود.

$|x|$

۴- متغیر داخل قدر مطلق باشد.

$|2x^3|$

۵- بیس از بیس جمله داشته باشد. یعنی صحت با + یا - از هم جدا شده باشد.

$$3x^4 + 7y$$

مثال: کدام از عبارات زیر بیس جمله آن هستند و کدام بیس نیستند؟ در بیس جمله آن‌ها ضرایب عددی

را مشخص کنید و دلیل بیس جمله آن نبودن عبارات را بنویسید.

(۱) $x^3 \sqrt{\quad}$ ← ضریب عددی = ۱

(۲) $\sqrt{3} \omega$ (عدد ثابت بیس جمله آن هست) $\sqrt{3} \omega \leftarrow$ ضریب عددی = ۳

(۳) $\sqrt{\frac{3a^3b}{4}}$ ← ضریب عددی = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\frac{\sqrt{3}}{4} \times a^3b$

(۴) $\sqrt{a^{-1}x^4a^2}$ ← ضریب عددی = $a^{-1} = \frac{1}{a}$

(۵) $\sqrt[3]{a} - x$ ← متغیر زیر رادیکال است.

(۶) $\sqrt[4]{a^2} - x$ ← توان منفی است.

(۷) $\frac{\sqrt{v}}{x^{-2}}$ ← ضریب عددی = \sqrt{v} $\frac{\sqrt{v}}{x^{-2}} = \sqrt{v} x^2$

(۸) $\sqrt{|a^2|}$ ← ضریب عددی = ۱ $\sqrt{|a^2|} = a^2$

(۹) $\frac{-\sqrt[3]{5}}{y}$ ← متغیر در مخرج است.

$$(4a^{\frac{1}{3}})^9 = 4^9 \times (a^{\frac{1}{3}})^9 = 4^9 a^3$$

ضرب عدد = 4^9

$$(11) \quad \sqrt{x^4 - 3x} \leftarrow x \leftarrow \text{درجہ}$$

تک عملوں کے ساتھ: ہر گاہ مثبت کے حروفی (منفی کے) دریا چنید تک عملوں کے ساتھ کیا جائے۔
 بائیں سے آگے تک عملوں کے ساتھ کیا جائے۔

مثلاً: $\frac{7}{3}a^2$ یا $4a^2b$ یا $\frac{5}{4}ba^2$ سے جائے۔

مثال: تک عملوں کے ساتھ واضح کیا جائے۔

$$\frac{-3x^2y}{4}, \quad yx^2, \quad \frac{3xy^2}{4}, \quad -\sqrt{4}x^2y, \quad \frac{7}{4}y^2x$$

جمع و تفریق تک عملوں کے ساتھ: دریا چنید تک عملوں کے ساتھ اور صورتوں میں توان باہم جمع و تفریق کر دے۔

جدا سے جدا کیا جائے۔ (صرف ضرب کے ساتھ باہم جمع و تفریق نہیں کیا جائے۔)

چنید عملوں کے ساتھ: حاصل جمع یا تفریق کے ساتھ تک عملوں کے ساتھ، چنید عملوں کے ساتھ۔

$$34x^3 + 5x - 1 \rightarrow \text{تک عملوں کے ساتھ}$$

$$\sqrt{x-2} \rightarrow \text{درجہ تک عملوں کے ساتھ}$$

مثال: عبارات زیر را تا حد ممکن ساده کنید

① $(-4x^2yz)(5z^2y^3xt^2) = -20x^3y^4z^3t^2 \rightarrow$ یک جمله

② $3x^5y^2 - 5y^2x^5 + 5x^2y^5 = -2x^5y^2 + 5x^2y^5 \rightarrow$ دو جمله

③ $(3x - y)(4x^3 + y) = 12x^4 + 3xy - 4x^3y - y^2 \rightarrow$ چهار جمله

درجه:

۱- یک جمله‌ها:

$3y \rightarrow$ درجه ۳

دسته اول: یک متغیر \leftarrow توان متغیر

دسته دوم: چند متغیر \leftarrow درجه نسبت به یک متغیر: توان متغیر

درجه نسبت به چند متغیر با درجه هر یک: جمع توان‌های متغیرها

مثال: $-4x^2y^3z^{10}$

درجه نسبت به x : ۲

درجه نسبت به y : ۳

درجه نسبت به z : ۱۰

درجه نسبت به x و y : $2+3=5$

درجه نسبت به x و z : $2+10=12$

درجه نسبت به y و z : $3+10=13$

درجه هر سه متغیر: $2+3+10=15$

۲ - چند جمله‌ها

درجه نیت \rightarrow بند متغیر : بزرگترین توان آن متغیر

$4 : x$ ←
 $5 : y$ ←
 $3 : x$ →
 $4 : y$ →
 $7 : x$ →
 $3 : y$ →

مثال: $9x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$

\swarrow درجه نیت $x : 7$
 \searrow درجه نیت $y : 4$

درجه نیت \rightarrow چند متغیر : درجه بزرگترین جمله در عدد نیت \rightarrow متغیرها را عدد در نظر

درجه نیت \rightarrow مدل (درجه اول) : ۱۰

مثال: $9x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$

\swarrow درجه اول: ۴
 \downarrow ۱۰
 \searrow ۷

مثال: درجه دارد خوانده شده را بنویسید.

الف) $-\frac{3}{5}x^9y^{11}z^8$

نیت $x : 9$

$y : 11$

$z : 8$

$9 + 11 = 20$: x, y

$9 + 8 = 17$: z, x

$11 + 8 = 19$: z, y

$9 + 11 + 8 = 28$: درجه اول

فعالیت

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، تک جمله ای^۱ (یک جمله ای) می نامیم.
عبارت های زیر همگی تک جمله ای هستند.

$$7, x, 5x^3, -\sqrt{3}a^3x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{v}$$

و عبارت های زیر تک جمله ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند تک جمله ای یکسان باشند، به آنها تک جمله ای های مشابه گفته می شود؛ به عنوان مثال تک جمله ای های $4x^2y$ و $\frac{5}{3}x^2y$ و $-3x^2y$ مشابه اند، اما تک جمله ای های $3x^2$ و $3x$ مشابه نیستند.

۱- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه به دست آورید:

$$۱) 2(-4x \times 7x^2) = 2(-28x^3) = -56x^3$$

$$۲) \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$$

$$۳) (-3x^3)^2 \left(\frac{1}{3}x^2\right)^3 = \left(\frac{1}{3}x^2\right)^3 \cdot (-3x^3)^2 = \frac{1}{3}x^6$$

$$۴) \left(\frac{1}{3}a^2b\right)(ab)\left(\frac{-2}{v}a^2c^5\right) = \left(\frac{1}{3}a^3b^2\right)\left(-\frac{2}{v}a^2c^5\right) = -\frac{2}{3v}a^5b^2c^5$$

$$۵) 2(5xy^2)^2(-2x^5y^2) = 2(25x^2y^4)(-2x^5y^2) = -100x^7y^6$$

$$۶) (2x^2y)(3x^2y^2) + xy^2(-5x^2y) = 6x^4y^3 - 5x^3y^3$$

در تک جمله ای $5a^2x^2y$ ، توان متغیر a برابر با ۲ است؛ بنابراین درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر a ، برابر با ۲ است؛ به همین ترتیب درجه نسبت به x ، ۳ و درجه نسبت به y ، ۱ است. درجه نسبت به دو متغیر x و y را برابر با $4 = 3 + 1$ تعریف می کنیم.

تعریف

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

تعریف

درجه نسبت به x و y	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x	متغیرها	تک جمله ای
$2+4=6$	4	2	a, x, y	$\sqrt{3}a^3x^2y^4$
$2+2=4$	2	2	x, y, z	$5x^2y^2z^2$
$3+0=3$	0	3	x, u	$-12x^3u$
0	0	0	نادر	$\frac{3}{5}$

تک جمله ای های $3x^2y^3$ و $5x^2y^2z^2$ را که مشابه نیستند، تک جمله ای های غیرمتشابه می گوئیم. چنانچه تعدادی تک جمله ای را با یکدیگر جمع جبری (جمع یا تفریق) کنیم، حاصل، چند جمله ای است. چند جمله ای می تواند تک جمله ای یا جمع جبری چند تک جمله ای غیرمتشابه باشد؛ مانند:

$$4x^2 - 4x + 1, \quad x^2 - 2x, \quad \frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{4}axy^2 - axy, \quad 3x^4$$

در هر چند جمله ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می کنیم؛ برای مثال در چند جمله ای $-2xy^2 + x^2y - 1$ ، درجه نسبت به x برابر با 2 و درجه نسبت به y برابر با 2 است. همچنین درجه نسبت به چند متغیر را، بزرگ ترین درجه تک جمله ای های آن نسبت به متغیرهای موردنظر تعریف می کنیم. در این مثال درجه نسبت به x و y برابر با 4 است. معمولاً در چند جمله ای ها، جملات را نسبت به توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می کنند.

۳- چند جمله ای های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر x مرتب کنید:

الف) $3x^2 + 5 - 2x + 2x^2 = 2x^2 + 3x^2 - 2x + 5$

ب) $-3bxy^2 + ax^2y - 4bx^2y^2$

ج) $\frac{1}{4}x^2y^2 - 2xy^3 + 3x^3y - 4$

$-4bxy^2 + ax^2y - 3bx^2y^2$

$3x^3y + \frac{1}{4}x^2y^2 - 2xy^3 - 4$

کار در کلاس

عبارت های جبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید.

الف) $-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2)$

$-5a^2 - 3ax + x^2 - 4x^2 - 5ax + 3a^2 = -2a^2 - 8ax - 3x^2$

$$-(17ax + a^2) = -17ax - a^2$$

$$\text{ب) } -5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)] = -17ax + x^2 - 7a^2 = x^2 - 17ax - 7a^2$$

$$\text{ج) } (4x + 5x^2)(x^2 - x + 1) = 4x^3 - 4x^2 + 4x + 5x^5 - 5x^4 + 5x^3 = 5x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 4x$$

$$\text{د) } (x+x^2)(x^2+x^2+1) = x^0 + x^2 + x + x^2 + x^2 + x^2 = x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x$$

$$\text{ه) } (x^2 - 2x + 1)(x^2 + x^2 - 2) = x^4 + x^2 - 2x^2 - 2x^3 - 2x^2 + 4x + x^2 + x^2 - 2 = x^4 - x^3 - x^2 - x^2 + 4x - 2$$

فعالیت

۱- به ازای مقادیر داده شده برای x ، جدول زیر را کامل کنید :

x	x^2	$6x$	$x^2 + 6x + 9$	$(x+3)^2$
۰				
۵				
$\frac{3}{2}$				

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟

حاصل عبارت‌های جدول را برای چند مقدار دیگر x ادامه دهید.

با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟

حاصل عبارت جبری $(x+3)^2$ را به دست آورید و آن را با عبارت جبری $x^2 + 6x + 9$ مقایسه کنید.

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل

یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم.

بنابراین برابری $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ یک اتحاد است.

برابری $3x - 3 = x + 1$ را در نظر بگیرید. مقدار دو طرف تساوی را به ازای $x=2$ ، به دست آورید.

آیا این برابری یک اتحاد است؟ برقراری این تساوی را به ازای چند مقدار دیگر برای x بررسی کنید.

همان طور که می‌دانید، به چنین برابری‌هایی معادله گفته می‌شود.

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

$$\text{الف) } (a+4)^2 = (a+4)(a+4) = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16$$

$$-\sqrt{5} x^2 + \sqrt{xy} z^3$$
 (ب)

(۱۹) $x: 1, 4$ $y: 4$ $z: 3$

درجه نسبت به x و 10

4 و y " "

5 و z " "

" " 19 xy و z

" " 14 x و y

مثال: اگر درجه x و y $2m-2$ و m^2-5 نسبت به x و y از $2m-2$ است

x و y برابر باشد m چیست؟

$$2m - 2 = 4$$

$$m^2 - 5 = 4$$

$$2m = 6$$

$$m^2 = 9$$

$$m = 3$$

$$m = \pm 3$$

مغفلاً $m = 3$ قابل قبول

مثال: درجه x و y $a-1$ و $b+1$ است

(الف) اگر درجه x و y $a+b+c$ است

(ب) اگر درجه x و y $a+b+c$ است



