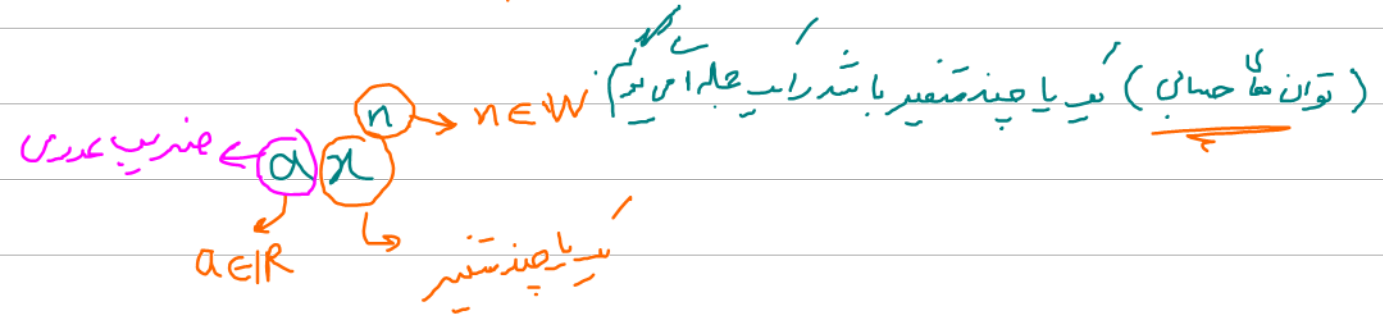


تک جمله‌ای (تک جمله‌ای): هر عبارتی به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفی



$$5x^1 = 5$$

$$1x^0 = 1 \times 1 = 1$$

عبارت زیر، یک جمله‌ای است:

$$2x, -3x^3, 1, \sqrt{3}a^5, -\sqrt{5}x^2y^3z, \frac{xy^2}{4}, \pi a^2b$$

$$\frac{1}{4} \times xy^2$$

$$-\sqrt{7} \xrightarrow{\text{زیرا}} -\sqrt{7}x^0 = -\sqrt{7}$$

$$-3 \xrightarrow{\text{زیرا}} -3x^0 = -3$$

نتیجه: هر عدد ثابت، یک جمله‌ای محسوب می‌شود.

عبارت‌ها به شرایط فوق را نداشته باشند یک جمله‌ای نیستند.

نظیر ضامه، در شرایط زیر عبارات یک جمله‌ای نیستند.

۱- متغیر در مخرج باشد یا توان منفی باشد.

$$\frac{5}{x^2} = 5x^{-2}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

یادآور

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

توان کسری

$$5a^{\frac{1}{4}}$$

توان اعشاری

۲- متغیر زیر رادیکال باشد یا توان کسری یا اعشاری باشد.

۳- تغییر به عنوان توان در نظر گرفته شود

x^5

۴- تغییر با فل قدر مطلق باشد

$$|x| \quad | -4xy | \quad | xyz^3 | \quad | a |$$

توجه: $|x^2| = x^2$
 توجه: x^2 عواره

۵- بین ازیج جمله ناسته باشد یعنی عبارت $|a| + |b|$ - از هم جدا شده باشند

$$3x^4 + 7x^2 \rightarrow \text{جمله ۲}$$

مثال: دایب از عبارات زیر یک جمله ان هستند و بامید نیستند. دریب جمله ان ها ضرب عددی
را مشخص کنید و دلیل یب جمله ان بنون عبارات را بیان کنید.

(۱) $x^3 \sqrt{a}$ ← ضرب عددی = ۱

(۲) $\sqrt{5} \sqrt[3]{x}$ (اعداد ثابت یک جمله ان هستند) $\sqrt[3]{x} = 5\sqrt[3]{x}$ ← عدد $\sqrt[3]{x}$

(۳) $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{ab}}{4}}$ ← ضرب عددی: $\frac{\sqrt[3]{ab}}{4}$
 $-\frac{\sqrt[3]{ab}}{4} x$

(۴) $x \sqrt[3]{a}$ (تغییر زیر را فعال)

(۵) $\sqrt{a^{-1} x^4 a^2}$ ← ضرب عددی: $\frac{1}{a} = a^{-1}$

(۶) $4a^{-2} x$ (توان تغییر منفی است)

$$\frac{1}{x^{-2}} = \sqrt{x^2}$$

(۷) $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ ← ضرب عددی = ۱

$$|a^2| = a^2 \text{ همواره}$$

ضرب عددها = 1

$$\sqrt{|a^2|} = a$$

$$\frac{-3\sqrt{5}}{y} = -3\sqrt{5} y^{-1}$$

$$(9) \times \frac{-3\sqrt{5}}{y} \text{ (متغیر در فرج یا توان منفی)}$$

$$(4a^{\frac{1}{3}})^9 = 4^9 a^3$$

$$(10) \sqrt[4]{(4a^{\frac{1}{3}})^9} \text{ ضرب عددها} = 4^{\frac{9}{4}}$$

$$(11) 3\omega x^3 + 4x \text{ (+ دارد)}$$

* نت جمله‌ها مساوی: هرگاه قوت هر ضلع (تسویه) دو یا چند یک جمله‌ها، دقیقاً بیان باشند، به آن‌ها نت جمله‌ها مساوی می‌گویند.

مثال: $-\frac{1}{3}a^2b$ و $4a^2b$ و $\frac{5ba^2}{4}$ مساوی هستند.

مثال: $4x^2y$ و $-3xy^2$ مساوی نیستند.

مثال: یک جمله‌ها مساوی را حذف کنید.

$\frac{-3x^2y}{4}$, yx^2 , $3xy^2$, $-\sqrt{41}x^2y$, $\frac{1}{3}yx^2$, $-7x^2y^2$ و $-7xy^2$

$\frac{1}{3}x^2y$

جمع و تفریق یک جمله‌ها: دو یا چند یک جمله‌ها مساوی را می‌توان با هم جمع یا تفریق کرد.

فقط ضرایب عددها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

چند جمله‌ها: جمع یا تفریق تعدادی یک جمله‌ها غیرمساوی، چند جمله‌ها می‌دهند.

مثال: $7x^2 + 4xy - 3$ جمله‌ها

مثال: عبارات زیر را تا حد ممکن ساده کنید.

الف) $(-4x^2yz)(5z^2y^3xt^2) = -20x^3y^4z^3t^2 \rightarrow$ یک جمله ای

ب) $3x^5y^2 - 5y^2x^5 + 5x^2y^5 = -2x^5y^2 + 5x^2y^5 \rightarrow$ دو جمله ای

ج) $(3x-y)(4x+y) = 12x^2 + 3xy - 4x^2y - y^2 \rightarrow$ چهار جمله ای

درجه

$\begin{matrix} 3 \\ \text{ج} \end{matrix} \rightarrow$ درجه ۳

① یک جمله ای ها \leftarrow دارای یک متغیر \leftarrow درجه: توان متغیر

چند متغیر \leftarrow درجه نسبت به هر متغیر بجز یکی از آن ها \leftarrow توان متغیر
 درجه نسبت به چند متغیر \leftarrow جمع درجه هر آن متغیرها

مثال: $-4x^2y^3z^{10}$

- $2 : x$ درجه نسبت به x
- $3 : y$ " " "
- $10 : z$ " " "
- $2+3=5 : x$ و y " " "
- $3+10=13 : z$ و y " " "
- $2+10=12 : z$ و x " " "
- درجه یک جمله ای (درجه نسبت به هر متغیر): $2+3+10=15$

② چند جمله ای ها

درجه نسبت به یک متغیر: بزرگترین توان آن متغیر

مثال: $9x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$ درجه نسبت به x : ۷

درجه نسبت به y : ۴

$\begin{matrix} x: 4 & y: 3 & x: 3 \\ y: 0 & y: 3 & y: 4 \end{matrix}$

درجه نسبت به چند متغیر: درجه نبرترین جمله در صفر

مثال: $4x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$ ← درجه نسبت به x در (y, z) : ۱۰

\downarrow \downarrow \downarrow
 ۴ ۱۰ ۷

مثال: درجه موارد خواسته شده را بیاید.

الف) $\frac{3}{5}x^9y^{11}z^8$

درجه نسبت به x : ۹
 درجه نسبت به y : ۱۱
 درجه نسبت به z : ۸

$9+11=20$: y, z
 $11+8=19$: z, y
 $9+8=17$: z, x

$9+11+8=28$: درجه نسبت به همه

ب) $\sqrt{5}x^1y^4z^5 + 7x^3y^4z^3 - 3x^{11}y^3z^7$

$x: 1, y: 4, z: 5$ $x: 3, y: 4, z: 3$ $x: 11, y: 3, z: 7$
 $x: 1, y: 4, z: 5$ $x: 3, y: 4, z: 3$ $x: 11, y: 3, z: 7$

درجه نسبت به x : ۱۱
 درجه نسبت به y : ۴
 درجه نسبت به z : ۷

$11+4=15$: y, z
 $11+7=18$: z, x
 $15+7=22$: y, z, x

درجه چند جمله‌ای (نسبت به همه متغیرها): ۲۱

مثال: اگر دو جمله اول یک جمله اول
 $x^2 - 5$ و $2m - 2$ نسبت به هم اول از متغیر x در y

برابر 4 باشد، m چیست؟

$$2m - 2 = 4$$

$$2m = 6$$

$$m = 3$$

$$m^2 - 5 = 4$$

$$m^2 = 9$$

$$m = 3 \text{ و } -3$$

مقدار $m = 3$ قابل قبول است.

$$x^2 = a \Rightarrow x = +\sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

$$m^2 = 16 \Rightarrow m = 4, -4$$

$$m^2 = 18 \Rightarrow m = \sqrt{18}, -\sqrt{18}$$

مثال: در یک جمله اول $-\frac{3}{5}x^{a-1}y^{b+1}z^c$

اگر دو جمله اول یک جمله اول باشد، $a+b+c$ چیست؟

$$a+1+b+1+c=7 \Rightarrow a+b+c=7$$

نسبت تمام متغیر

ب) اگر دو جمله اول نسبت به x در y برابر باشد، $a+b+c$ چیست؟

$$\hookrightarrow a(a+b)$$

$$a+1+b+1=0 \Rightarrow a+b=0 \xrightarrow{x^a} a(a+b) = 0$$

اتحاد جبری: اگر دو عبارت جبری به توانها باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهاشان

حاصل یکنان دانسته باشند، برابرین جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می نامیم.

تفاوت اتحاد و عبارات: اتحاد یک سادس جبری است که به ازای همی معادله برقرار است

اما معادله یک سادس جبری است که به ازای بعضی معادله (صیح، یک یا چند مقدار) برای متغیرها برقرار است

مثال: تناسب از سادگی حاصل زیریبت امتدادات؟

$a=1 \rightarrow 1+1=2 \neq 1$
 $a^2+a=1$ (ب)

$a=0 \rightarrow 0-1 \checkmark$
 $a^2+a=0$ (الف)
 $a=2 \rightarrow 2^2+2=6 \neq 0 \times$

$a^2+a=a^3$ (د)

$a^2+a=a(a+1)$ (ج \checkmark)

$a=3 \rightarrow 3^2+3=9+3=12$
 $a^3=27 \quad 12 \neq 27$

مثال: بسازید $(2x-m)(x+m) = 2x^2 + 3x - m^2$ m چیست؟

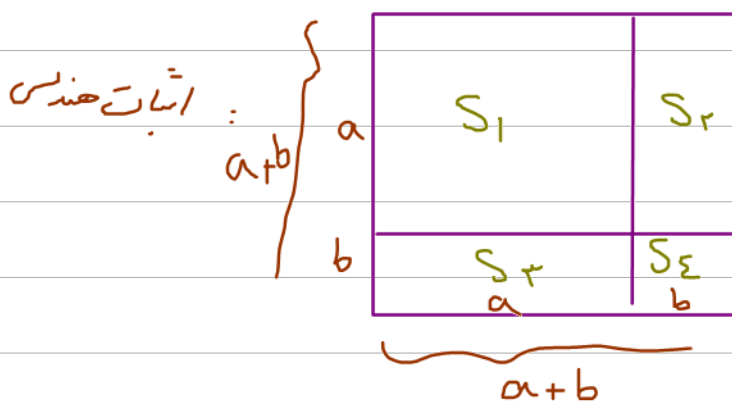
$(2x-m)(x+m) = 2x^2 + 2mx - mx - m^2 = 2x^2 + mx - m^2$

$2x^2 + mx - m^2 = 2x^2 + 3x - m^2$
 $m=3$

۱- اتحاد مربع دو جمله‌ای:

اتحاد مربع دو جمله‌ای
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اثبات صوری: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$S = (a+b)^2$
 $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$
 $S_1 = a^2$
 $S_2 = ab$
 $S_3 = ab$
 $S_4 = b^2$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

التي درجتها ناقص
لصحة ان

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

احد مربع
دو علم ان

$$(x+2)^2 = x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

فعالیت

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، تک جمله ای^۱ (یک جمله ای) می نامیم.
عبارت های زیر همگی تک جمله ای هستند.

$$7, x, 5x^3, -\sqrt{3}a^3x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{v}$$

و عبارت های زیر تک جمله ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند تک جمله ای یکسان باشند، به آنها تک جمله ای های متشابه گفته می شود؛ به عنوان مثال تک جمله ای های $4x^2y$ و $\frac{5}{4}x^2y$ و $-3x^2y$ متشابه اند، اما تک جمله ای های $3x^2$ و $3x$ متشابه نیستند.

۱- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه به دست آورید:



۱) $2(-4x \times 7x^2) = 2(-28x^3) = -56x^3$

۲) $(\frac{2}{3}x^2y)^3 = (\frac{2}{3})^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$

۳) $(-3x^3)^2(\frac{1}{3}x^2)^3 =$

۴) $(\frac{1}{2}a^2b)(ab)(\frac{-2}{v}a^2c^5) =$

۵) $2(5xy^4)^2(-2x^5y^2) =$

۶) $(2x^2y)(3x^2y^2) + xy^2(-5x^2y) =$

در تک جمله ای $5a^2x^2y$ ، توان متغیر a برابر با ۲ است؛ بنابراین درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر a ، برابر با ۲ است؛ به همین ترتیب درجه نسبت به x ، ۳ و درجه نسبت به y ، ۱ است. درجه نسبت به دو متغیر x و y را برابر با $1+3=4$ تعریف می کنیم.

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.



تک جمله ای	متغیرها	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x و y
$\sqrt{3}a^3x^2y^4$	a, x, y	۲	۴	۲+۴=۶
$5x^4y^7z^1$				
$-12x^2u$				
$\frac{3}{5}$				

تک جمله ای های $3x^2y^3$ و $5x^2y^2$ را که متشابه نیستند، تک جمله ای های غیرمتشابه می گوئیم. چنانچه تعدادی تک جمله ای را با یکدیگر جمع جبری (جمع یا تفریق) کنیم، حاصل، چند جمله ای است. چند جمله ای می تواند تک جمله ای یا جمع جبری چند تک جمله ای غیرمتشابه باشد؛ مانند:

$$4x^2 - 4x + 1, \quad x^2 - 2x, \quad \frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{2}axy^2 - axy, \quad 3x^4$$

در هر چند جمله ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می کنیم؛ برای مثال در چند جمله ای $-2xy^2 + x^2y - 1$ ، درجه نسبت به x برابر با ۲ و درجه نسبت به y برابر با ۳ است. همچنین درجه نسبت به چند متغیر را، بزرگ ترین درجه تک جمله ای های آن نسبت به متغیرهای موردنظر تعریف می کنیم. در این مثال درجه نسبت به x و y برابر با ۴ است. معمولاً در چند جمله ای ها، جملات را نسبت به توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می کنند.

۳- چند جمله ای های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر x مرتب کنید:



الف) $3x^2 + 5 - 2x + 2x^2 = 2x^2 + 3x^2 - 2x + 5$

ب) $-3bxy^2 + ax^2y - 4bx^2y^2$

ج) $\frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^3 + 3x^3y - 4$



کار در کلاس

عبارت های جبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید.

الف) $-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2)$



ب) $-5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)]$

ج) $(4x + 5x^2)(x^2 - x + 1) =$

د) $(x + x^2)(x^2 + x^2 + 1) =$

هـ) $(x^2 - 2x + 1)(x^2 + x^2 - 2) =$

فعالیت

۱- به ازای مقادیر داده شده برای x ، جدول زیر را کامل کنید :

x	x^2	$6x$	$x^2 + 6x + 9$	$(x+3)^2$
۰				
۵				
$\frac{3}{2}$				

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟

حاصل عبارت‌های جدول را برای چند مقدار دیگر x ادامه دهید.

با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟

حاصل عبارت جبری $(x+3)^2$ را به دست آورید و آن را با عبارت جبری $x^2 + 6x + 9$ مقایسه کنید.

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل

یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم.

بنابراین برابری $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$ یک اتحاد است.

برابری $3x - 3 = x + 1$ را در نظر بگیرید. مقدار دو طرف تساوی را به ازای $x=2$ ، به دست آورید.

آیا این برابری یک اتحاد است؟ برقراری این تساوی را به ازای چند مقدار دیگر برای x بررسی کنید.

همان طور که می‌دانید، به چنین برابری‌هایی معادله گفته می‌شود.

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

$$\text{الف) } (a+4)^2 = (a+4)(a+4) = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16$$

$$\text{ب) } (5x+2)^2 = (\quad + \quad)(\quad + \quad) = \quad + \quad + \quad = 25x^2 + 20x + 4$$

$$\text{ج) } (a+b)^2 = (\quad + \quad)(\quad + \quad) = \quad + \quad + \quad = a^2 + 2ab + b^2$$

۳- با دقت در برابری $(5x+2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ ، که در فعالیت ۲ به دست آمده است، به

سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

– جمله اول سمت راست برابری؛ یعنی $25x^2$ ، چه رابطه‌ای با $5x$ دارد؟

– جمله دوم سمت راست برابری؛ یعنی $20x$ ، چه رابطه‌ای با $5x$ و 2 دارد؟

– جمله سوم سمت راست برابری؛ یعنی 4 ، چه رابطه‌ای با 2 دارد؟

عبارت جبری $5x+2$ دو جمله‌ای و $(5x+2)^2$ را مربع دو جمله‌ای می‌نامیم. برای سرعت بخشیدن

به عملیات جبری می‌توان مربع دو جمله‌ای را به صورت زیر محاسبه کرد :

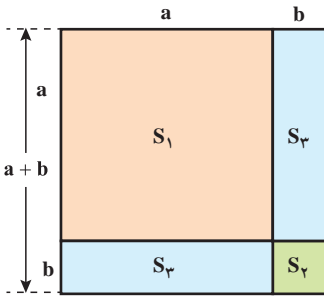
$$(5x + 2)^2 = (5x)^2 + \underbrace{2 \times 5x \times 2}_{\text{دو برابر حاصل ضرب دو جمله}} + 2^2$$

↙ ↘ ↙ ↘ ↙ ↘

جمله اول جمله دوم مربع دو جمله مربع جمله دوم

برای هر دو عدد مثبت a و b ، به کمک مساحت‌های مشخص شده در شکل زیر، درستی اتحاد

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{مقابل را نشان دهید.}$$



$$\text{مساحت کل شکل} = (a+b)^2 = s_1 + 2s_2 + s_4$$

۴- مانند سؤال ۲ فعالیت، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف) $(5x-2)^2 = (5x-2)(5x-2) =$

ب) $(3-5x)^2 =$

ج) $(a-b)^2 =$

ارتباط بین جملات به دست آمده در طرف راست تساوی‌های بالا و جملات عبارت داده شده

در سمت چپ آنها را بیان کنید.



اتحاد مربع دو جمله‌ای :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید.

الف) $(2x+1)^2 =$

ب) $(4a+3b)^2 =$

ج) $(x^2 - \frac{1}{4})^2 =$

د) $(2xy - \frac{1}{4}x^3)^2 =$

هـ) $(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 =$

و) $(5 - 2\sqrt{2})^2 =$

۲- جاهای خالی را با توجه به نمونه پُر کنید.

$$(\dots + 3b^2)^2 = 4a^2 + \dots + 9b^4$$

مربع جمله دوم دو برابر مربع حاصل ضرب جمله اول
 مربع جمله دوم دو برابر مربع حاصل ضرب جمله اول
 مربع جمله دوم دو برابر مربع حاصل ضرب جمله اول
 مربع جمله دوم دو برابر مربع حاصل ضرب جمله اول
 مربع جمله دوم دو برابر مربع حاصل ضرب جمله اول

$$2a = \text{جمله اول} \Rightarrow (2a)^2 = 4a^2 = \text{مربع جمله اول}$$

$$12ab^2 = 2(2a)(3b^2) = \text{دو برابر حاصل ضرب جمله ها}$$

$$(2a+3b^2)^2 = 4a^2 + 12ab^2 + 9b^4$$

در نتیجه داریم :

الف) $(1+b)^2 = 1 + \dots + b^2$

ب) $(xy - \frac{1}{4})^2 = \dots - \dots + \frac{1}{4}$

ج) $(\dots - \dots)^2 = x^4 - \dots + \frac{1}{x^4} (x \neq 0)$ د) $(\dots - \dots)^2 = 36x^2 - 12xy + \dots$

فعالیت

در سال گذشته خاصیت بخشی عمل ضرب نسبت به عمل جمع را در چند جمله‌ای‌ها خوانده‌اید.

حاصل ضرب

$$a(b+c) = ab+ac$$