

اعاد صيرى : ايرد عبارت صيرى به نوشتان باشند به ازان هر مقدار بران متغير هاسان ،

حاصل نسيان داشته باشند ، برابر صيرى حاصل ازانها را اعاد صيرى كنيم .

تفاوت اعاد و معادله : اعاد صيرى ساده صيرى است به ازان تمام متغيرها برقرار است اما معادله صيرى

ساده صيرى است به ازان بعضى متغيرها (هيع ، تب يا چند مقدار) بران متغيرها برقرار است .

مثال : ديك ازان ساده ها زير اعاد است ؟

$$a^2 + a = 1 \quad \text{ب)}$$

$$a^2 + a = 0 \quad \text{الف)}$$

$$a^2 + a = a^3 \quad \text{د)}$$

$$a^2 + a = a(a+1) \quad \text{ج)}$$

مثال : ساده $2x^2 + 3x - m^2 = (2x - m)(x + m)$ يك اعاد است . m را بر دست آوريم .

$$(2x - m)(x + m) = 2x^2 + \underline{2mx} - \underline{mx} - m^2$$

$$2x^2 + (2m - m)x - m^2 = 2x^2 + mx - m^2$$

$$2x^2 + \textcircled{m}x - m^2 = 2x^2 + \textcircled{3}x - m^2 \Rightarrow \boxed{m = 3}$$

اعاد مربع دو جمله اى :

$$\textcircled{1} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اوله

دوم

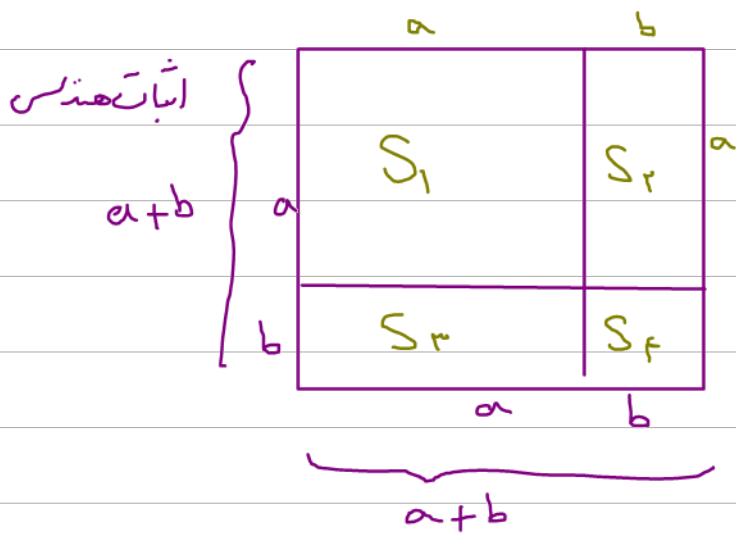
اوله

دو برابر اوله درزيه

دوم به توان 2

اعاد مربع مجموع دو جمله اى

اثبات صبری : $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$$S = (a+b)^2$$

$$S_1 = a^2$$

$$S_2 = ab$$

$$S_3 = ab$$

$$S_4 = b^2$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ایجاد مربع تفاضل دو جمله ای :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

درس برکنار آجا
در برابر اولی در دومی
اولی به توان ۲ در می
جا می آید

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ایجاد مربع دو جمله ای

مثال : حاصل عبارات زیر را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

الف) $(x+2)^2 = x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

ب) $(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$

ج) $(y^2 - \frac{1}{3})^2 = (y^2)^2 - 2(y^2)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2 = y^4 - \frac{2}{3}y^2 + \frac{1}{9}$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

← اتحاد عکس ۱

$$\text{ه) } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

← اتحاد عکس ۲

مسئله: اگر $x + \frac{1}{x} = 4$ ، حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

(الف) $x^2 + \frac{1}{x^2}$
به کمک اتحاد عکس ۱

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

مسئله: حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$98^2 = (100 - 2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$$

$$10003^2 = (10000 + 3)^2 = 100000000 + 60000 + 9 = 100060009$$

سؤال: ابر. $(a-b)^2 = 1$ و $a^2 + b^2 = 14$ ، ab کا قیاس کیا ہے؟

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$1 = 14 - 2ab$$

$$1 - 14 = -2ab$$

$$-13 = -2ab \Rightarrow ab = \frac{13}{2} \Rightarrow 2ab = 13 = 10$$

مثال: عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید۔

$$(1) (2a+3b)^2 - 4a(a+3b)$$

$$\cancel{4a^2} + 12ab + 9b^2 - \cancel{4a^2} - 12ab = 9b^2$$

$$(2) (2 + \sqrt{3})^2 - (1 + 2\sqrt{3})^2$$

$$(4 + 4\sqrt{3} + 3) - (1 + 4\sqrt{3} + 12)$$

$$= (7 + 4\sqrt{3}) - (13 + 4\sqrt{3}) = 7 + 4\sqrt{3} - 13 - 4\sqrt{3} = -6$$

المكعب مربع من عبارات

$$(a+b+c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{\text{مجموعه} +} + \underbrace{2ab + 2ac + 2bc}_{\text{این 3 علامت بهتره علامت عبارات دارد}}$$

اثبات: $(a+b+c)^2 = ((\underbrace{a+b}_{\text{اولی}}) + \underbrace{c}_{\text{ثانی}})^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$

سؤال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $(x+y-2z)^2 = x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy - 4xz - 4yz$

ب) $(3x-2y-z)^2 = 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy - 6xz + 4yz$

تجزیه: تبدیل عبارات معین به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت معین.
 $ab+ac+ad = a(b+c+d)$ ① فاکتورگیری
② اتحاد تجزیه عبارات معین

تجزیه اتحاد مربع دو عبارت:

$$\underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{\checkmark} = \underbrace{(a+b)^2}_{?}$$

① سه علامت + است.
 ② وجود دو عبارت با عدد مربع کامل مثبت.
 ③ وجود 2 برابر حاصل ضرب غیر مثبت آن عبارت.
 سمانها

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

سؤال : عبارات زیر را تجزیه کنید .

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $2xy$ is $x \times y + x \times y$, and y^2 is $y \times y$.

$$\textcircled{2} \quad x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $6x$ is $x \times 3 + x \times 3$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{3} \quad a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$$

Handwritten notes: a^2 is $a \times a$, $-2a$ is $a \times (-1) + a \times (-1)$, and 1 is 1×1 .

$$\textcircled{4} \quad 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

Handwritten notes: $4x^2$ is $2x \times 2x$, $-12x$ is $2x \times (-3) + 2x \times (-3)$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{5} \quad m^2n^2 - 7mn + 9 = (mn-3)^2$$

Handwritten notes: m^2n^2 is $mn \times mn$, $-7mn$ is $mn \times (-3) + mn \times (-3)$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{6} \quad 3x^3 - 7x^2 + 3x = 3x(x^2 - 2x + 1) = 3x(x-1)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $-2x$ is $x \times (-1) + x \times (-1)$, and 1 is 1×1 .

$$\textcircled{7} \quad 9x^3 - 12x^2y + 4y^2x = x(9x^2 - 12xy + 4y^2) = x(3x-2y)^2$$

Handwritten notes: $9x^2$ is $3x \times 3x$, $-12xy$ is $3x \times (-2y) + 3x \times (-2y)$, and $4y^2$ is $2y \times 2y$.

$$\textcircled{8} \quad (x+1)^2 + 3(x+1) = (x+1)(x+1+3) = (x+1)(x+4)$$

Handwritten note: $(x+1)^2$ is $(x+1)(x+1)$.



ب) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = \dots$

ج) $n^2 - 10n + 25 = (n - 5)^2 = \dots$

د) $\lambda ax^2 + 2\lambda axy + \lambda ay^2 = \lambda (ax + ay)^2 = \dots$

$2a(x^2 + 2xy + 9y^2) = 2a(x + 3y)^2$

مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید.

① $(2,7)^2 + 2(2,7)(1,4) + (1,4)^2$
 $= (2,7 + 1,4)^2 = (4)^2 = 16$

② $(4,8)^2 - 2(4,8)(1,8) + (1,8)^2$
 $= (4,8 - 1,8)^2 = 3^2 = 9$

تجزیه هر دو اتحاد

اتحاد مزدوج

اثبات قیصر

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$



مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

① $(x + 3y)(x - 3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

$$\textcircled{2} (x - 7y)(x + 7y) = x^2 - (7y)^2 = x^2 - 49y^2$$

$$\textcircled{3} (-a - 3b)(-3b + a) =$$

$$\begin{array}{c} (-3b - a)(-3b + a) = (-3b)^2 - (a)^2 = 9b^2 - a^2 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \text{دوسری} \quad \text{دوسری} \end{array}$$

$$\textcircled{4} (a - 2b + 1)(a + 2b - 1)$$

$$\begin{array}{c} (a - (2b - 1))(a + 2b - 1) = a^2 - (2b - 1)^2 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \text{دوسری} \quad \text{دوسری} \quad \text{دوسری} \quad \text{دوسری} \end{array}$$

$$= a^2 - (4b^2 - 4b + 1) = a^2 - 4b^2 + 4b - 1$$

طریقہ اولیٰ سے ۱۷، ۱۶

