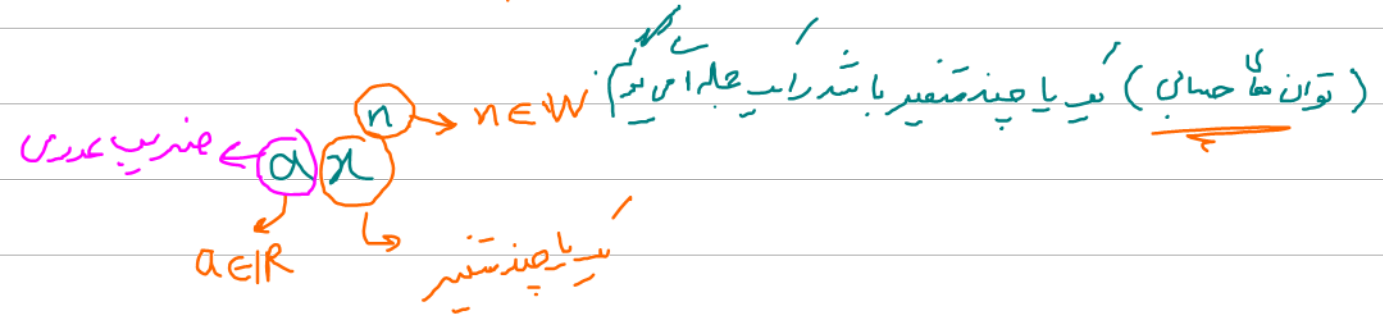


تک جمله‌ای (تک جمله‌ای) : هر عبارتی به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفی



$$5x^1 = 5$$

$$1x^0 = 1 \times 1 = 1$$

عبارت زیر، یک جمله‌ای است:

$$2x, -3x^3, 1, \sqrt{3}a^5, -\sqrt{5}x^2y^3z, \frac{xy^2}{4}, \pi a^2b$$

$$\frac{1}{4} \times xy^2$$

$$-\sqrt{7} \rightarrow \text{زیرا} \rightarrow -\sqrt{7}x^0 = -\sqrt{7}$$

$$-3 \rightarrow \text{زیرا} \rightarrow -3x^0 = -3$$

نتیجه: هر عدد ثابت، یک جمله‌ای محسوب می‌شود.

عبارت‌ها به شرایط فوق را نداشته باشند یک جمله‌ای نیستند.

نظیر ضابطه، در شرایط زیر عبارات یک جمله‌ای نیستند.

۱- متغیر در مخرج باشد یا توان منفی باشد.

$$\frac{5}{x^2} = 5x^{-2}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

یادآور

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

توان کمتر

$$5a^{\frac{1}{4}}$$

توان اعشاری

۲- متغیر زیر بار توان باشد یا توان کمتر یا اعشاری باشد.

۳- تغییر به عنوان توان در نظر گرفته شود

x^5

۴- تغییر با فل قدر مطلق باشد

$$|x| \quad | -4xy | \quad | xyz^3 |$$

توجه: $|x^2| = x^2$
 توجه: x^2 عواره

۵- بین ازیج جمله ناسته باشد یعنی عبارت $+ یا -$ از هم جدا شده باشند

$$3x^4 + 7x^2 \rightarrow \text{جمله ۲}$$

مثال: داسب از عبارات زیر یک جمله ان هستند و باقیمانده نیستند. دریب جمله ان ها ضرب عددی را مشخص کنید و دلیل سب جمله ان بنون عبارات را بیان کنید

(۱) $x^3 \sqrt{\quad}$ ← ضرب عددی = ۱

(۲) $\sqrt{5} \sqrt[3]{x}$ (اعداد ثابت یک جمله ان هستند) $\sqrt[3]{x} = 5\sqrt[3]{x}$ ← عدد $\sqrt[3]{x}$

(۳) $\sqrt{\frac{-\sqrt[3]{ab}}{4}}$ ← ضرب عددی: $\frac{-\sqrt[3]{ab}}{4}$

(۴) $x \sqrt[3]{a}$ (تغییر زیر را فعال)

(۵) $\sqrt{a^{-1} x^4 a^2}$ ← ضرب عددی: $\frac{1}{a}$

(۶) $4a^{-2}$ (توان تغییر منفی است)

$$\frac{1}{x^{-2}} = \sqrt{x^2}$$

$\sqrt{\quad}$ ضرب عددی = ۱

(۷) $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$

$$|a^2| = a^2 \text{ همواره}$$

ضرب عددها = 1

$$\sqrt{|a^2|} = a$$

$$\frac{-3\sqrt{5}}{y} = -3\sqrt{5} y^{-1}$$

$$(9) \times \frac{-3\sqrt{5}}{y} \text{ (متغیر در مخرج یا توان منفی)}$$

$$(4a^{\frac{1}{3}})^9 = 4^9 a^3$$

$$(10) \sqrt[4]{(4a^{\frac{1}{3}})^9} \text{ ضرب عددها} = 4^{\frac{9}{4}}$$

$$(11) 3\omega x^3 + 4x \text{ (+ دارد)}$$

* نت جمله‌ها مساوی: هرگاه قوت هر ضلع (تسویه) دو یا چند یک جمله‌ها، دقیقاً بیان باشند، به آن‌ها نت جمله‌ها مساوی می‌گویند.

مثال: $-\frac{7}{3}a^2b$ و $4a^2b$ و $\frac{5ba^2}{4}$ مساوی هستند.

مثال: $4x^2y$ و $-3xy^2$ مساوی نیستند.

مثال: یک جمله‌ها مساوی را حذف کنید.

$\frac{-3x^2y}{4}$, yx^2 , $3xy^2$, $-\sqrt{41}x^2y$, $\frac{7}{3}yx^2$, $-7x^2y^2$ و $-7xy^2$

$\frac{1}{3}x^3 \times (x^2y)$

جمع و تفریق یک جمله‌ها: دو یا چند یک جمله‌ها مساوی را می‌توان با هم جمع یا تفریق کرد.

فقط ضرایب عددها را با هم جمع و تفریق می‌کنیم.

چند جمله‌ها: جمع یا تفریق تعدادی یک جمله‌ها غیرمساوی، چند جمله‌ها می‌دهند.

مثال: $7x^2 + 4xy - 3$ سه جمله‌ها \rightarrow

مثال: عبارات زیر را تا حد ممکن ساده کنید.

الف) $(-4x^2yz)(5z^2y^3xt^2) = -20x^3y^4z^3t^2 \rightarrow$ یک جمله ای

ب) $3x^5y^2 - 5y^2x^5 + 5x^2y^5 = -2x^5y^2 + 5x^2y^5 \rightarrow$ دو جمله ای

ج) $(3x-y)(4x+y) = 12x^2 + 3xy - 4x^2y - y^2 \rightarrow$ چهار جمله ای

درجه

$3 \rightarrow 3$
 $3 \rightarrow 3$
 $3 \rightarrow 3$

① یک جمله ای ها \leftarrow دارای یک متغیر \leftarrow درجه: توان متغیر

چند متغیر \leftarrow درجه: نسبت به هر متغیر بجز یکی از آن به توان متغیر
 درجه: نسبت به چند متغیر \leftarrow جمع درجه هر آن متغیرها

مثال: $-4x^2y^3z^{10}$

- $2 : x$ درجه نسبت به x
- $3 : y$ " " "
- $10 : z$ " " "
- $2+3=5 : x$ و y " " "
- $3+10=13 : z$ و y " " "
- $2+10=12 : z$ و x " " "
- درجه یک جمله ای (درجه نسبت به هر متغیر): $2+3+10=15$

② چند جمله ای ها

درجه: نسبت به یک متغیر: بزرگترین توان آن متغیر

مثال: $9x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$

- $4 : x$ درجه نسبت به x
- $7 : x$ درجه نسبت به x
- $3 : x$ درجه نسبت به x
- $0 : y$
- $7 : y$
- $3 : y$
- $4 : y$

درجه نسبت به چند متغیر: درجه نبرترین جمله در صفر

مثال: $4x^4 - 11x^7y^3 + y^4x^3$ ← درجه نسبت به x در (y, z) : ۱۰

\downarrow \downarrow \downarrow
 ۴ ۱۰ ۷

مثال: درجه موارد خواسته شده را بیاید.

الف) $-\frac{3}{5}x^9y^{11}z^8$

درجه نسبت به x : ۹
 درجه نسبت به y : ۱۱
 درجه نسبت به z : ۸

$9+11=20$: y, z
 $11+8=19$: z, y
 $9+8=17$: z, x

$9+11+8=28$: درجه جمله اول

ب) $-\sqrt{5}x^{10}y^4z^5 + 7x^3y^4z^3 - 3x^{11}y^3z^7$

درجه نسبت به x : ۱۱
 درجه نسبت به y : ۳
 درجه نسبت به z : ۷

ج) $-\sqrt{5}x^{10}y^4z^5 + 7x^3y^4z^3 - 3x^{11}y^3z^7$

درجه نسبت به x : ۱۰
 درجه نسبت به y : ۴
 درجه نسبت به z : ۵

درجه نسبت به x : ۳
 درجه نسبت به y : ۴
 درجه نسبت به z : ۳

درجه نسبت به x : ۱۱
 درجه نسبت به y : ۳
 درجه نسبت به z : ۷

درجه چند جمله‌ای (نسبت به همه متغیرها): ۲۱

مثال: اگر دو جمله اول یک جمله اول
 $x^2 - 5$ و $2m - 2$ نسبت به هم اول از متغیر x در y

برابر 4 باشد، m چیست؟

$$2m - 2 = 4$$

$$2m = 6$$

$$m = 3$$

$$m^2 - 5 = 4$$

$$m^2 = 9$$

$$m = 3 \text{ و } -3$$

مقدار $m = 3$ قابل قبول است.

$$x^2 = a \Rightarrow x = +\sqrt{a}, -\sqrt{a}$$

$$m^2 = 16 \Rightarrow m = 4, -4$$

$$m^2 = 18 \Rightarrow m = \sqrt{18}, -\sqrt{18}$$

مثال: در یک جمله اول $-\frac{3}{5}x^{a-1}y^{b+1}z^c$

اگر دو جمله اول یک جمله اول باشد، $a+b+c$ چیست؟

$$a+1+b+1+c=7 \Rightarrow a+b+c=7$$

نسبت تمام متغیر

ب) اگر دو جمله اول نسبت به x در y برابر باشد، $a+b+c$ چیست؟

$$\hookrightarrow a(a+b)$$

$$a+1+b+1=0 \Rightarrow a+b=0 \xrightarrow{x^a} a(a+b) = 0$$

اتحاد جبری: اگر دو عبارت جبری به توان باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان

حاصل یکنان دانسته باشند، برابر جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم.

تفاوت اتحاد و عبارات: اتحاد یک سادس جبری است که به ازای همی معادله برقرار است

اما معادله یک سادس جبری است که به ازای بعضی مقادیر (صیح، یک یا چند مقدار) برای متغیر برقرار است

مثال: تناسب از سادگی حاصل زیریبت امتدادات؟

$a=1 \rightarrow 1+1=2 \neq 1$

$a^2+a=1$ (ب)

$a=0 \rightarrow -1 \checkmark$

$a^2+a=0$ (الف)

$a=2 \rightarrow 2^2+2=6 \neq 0 \times$

$a^2+a=a^3$ (د)

$a^2+a=a(a+1)$ (ج \checkmark)

$a=3 \rightarrow 3^2+3=9+3=12$

$a^3=27 \quad 12 \neq 27$

مثال: بسازید $(2x-m)(x+m) = 2x^2 + 3x - m^2$ m چیست؟

$(2x-m)(x+m) = 2x^2 + 2mx - mx - m^2 = 2x^2 + mx - m^2$

$2x^2 + mx - m^2 = 2x^2 + 3x - m^2$
 $m=3$

۱- اتحاد مربع دو جمله‌ای:

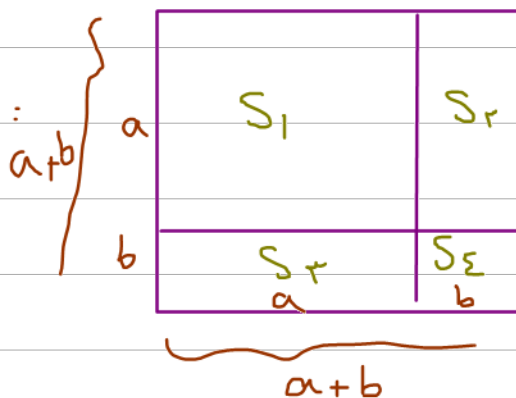
اتحاد مربع
 معیوق دو جمله‌ای

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

دو مربع توان ۲
 برابر اولی در دومی
 اولی به توان ۲
 دومی به توان ۲

اثبات صبری: $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اثبات هندسی:



$S = (a+b)^2$
 $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$
 $S_1 = a^2$
 $S_2 = ab$
 $S_3 = ab$
 $S_4 = b^2$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

اختیار مربع ناقص
نوع اول

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اختیار مربع
نوع اول

$$(x+2)^2 = x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\left(y^2 - \frac{1}{3}\right)^2 = (y^2)^2 - 2(y^2)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

دوم

$$= y^4 - \frac{2}{3}y^2 + \frac{1}{9}$$

$$(\sqrt{3}x + 9)^2 = (\sqrt{3}x)^2 + 2(\sqrt{3}x)(9) + 9^2$$

$$= 3x^2 + 18\sqrt{3}x + 81$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2x \times \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

نتیجه:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

اختیار مربع ناقص

مثال: اگر $x + \frac{1}{x} = 4$ حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 16$$

عده سمت اعداد منس! \leftarrow

$$x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = (4)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

بنابراین $\rightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$

\leftarrow اعداد منس!

مثال: اگر $x - \frac{1}{x} = 4$ حاصل $x^2 + \frac{1}{x^2}$ را بدست آورید.

$$\leftarrow \text{از اعداد منس!} : x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18$$

روش دوم: $x - \frac{1}{x} = 4 \xrightarrow{\text{طرفین به توان 2}} \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$

$$x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 + 2 = 18$$

مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها بدست آورید.

$$\textcircled{1} \quad 98^2 = (100 - 2)^2 = 100^2 - 2(100)(2) + 2^2 \\ = 10000 - 400 + 4 = 9604$$

$$\textcircled{2} \quad 10003^2 = (10000 + 3)^2 = 10000^2 + 2(10000)(3) + 3^2 \\ = 100000000 + 60000 + 9 = 100060009$$

مثال: اگر $(a-b)^2 = 10$ و $a^2 + b^2 = 14$ ، حاصل ab چیست؟

$$(a-b)^2 = 10 \Rightarrow \underbrace{a^2 - 2ab + b^2}_{=14} = 10 \Rightarrow 14 - 2ab = 10$$

$$-2ab = 10 - 14$$

$$-2ab = -4 \Rightarrow \boxed{ab = 2}$$

$$\Rightarrow ab = 2 \times 2 = 4$$

مثال: عبارات زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\textcircled{1} \quad (2a + 3b)^2 - 2a(a + 3b) = \cancel{4a^2} + \cancel{12ab} + 9b^2 - \cancel{2a^2} - \cancel{12ab} = 9b^2 \\ \Rightarrow (2a)^2 + 2(2a)(3b) + (3b)^2 = \underline{4a^2 + 12ab + 9b^2}$$

$$\textcircled{2} \quad (2 + \sqrt{3})^2 - (1 + 2\sqrt{3})^2 = 2^2 + 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 - (1^2 + 2(1)(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2) \\ = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - (1 + 4\sqrt{3} + 12) = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 1 - 4\sqrt{3} - 12 = -4$$

$$2^2 + 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 \\ = 4 + 4\sqrt{3} + 3 = 7 + 4\sqrt{3}$$

$$1^2 + 2(1)(2\sqrt{3}) + (2\sqrt{3})^2 \\ = 1 + 4\sqrt{3} + 12 \quad \rightarrow 2 \times 3 = 6 \\ = 13 + 4\sqrt{3}$$

احادیث مع سه جملہ ہوں۔

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

علامت این سه جملہ صغیر ہوتی ہے۔
علامت این سه جملہ ہوتی ہے۔
علامت a, b, c دارد

اثبات گیری : $(a + b + c)^2 = ((a + b) + c)^2 = (a + b)^2 + 2(a + b)(c) + c^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 =$$

مثال : حاصل عبارات زیر را به دست آورید۔

$$① (x + y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$$

$$② (2x - 3y - z)^2 = 4x^2 + 9y^2 + z^2 - 12xy - 2xz + 6yz$$

تجزیه عبارات صغیری: یعنی تبدیل یک عبارت صغیر به حاصل ضرب دو یا چند عبارات صغیر دیگر

$$ab + ac + ad = a(b + c + d)$$

← فاکتورگیری
← اتحاد

تجزیه یک اتحاد مربع درجه دوم:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

- شماره ها
- ① ← ۳ عبارت پایه
 - ② ← وجود در عبارت یا عدد مربع کامل
 - ③ ← وجود ۲ برابر حاصل ضرب صغیر مثبت آن عبارت

مثال:

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

\swarrow \swarrow \searrow
 ع: x $2 \times x \times 3$ ع: 3

$$\textcircled{2} \quad 4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

\swarrow \swarrow \searrow
 ع: 2x $2 \times 2x \times 3$ ع: 3

$$\textcircled{3} \quad a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$$

\swarrow \swarrow \searrow
 ع: a $2 \times a \times 1$ ع: 1

$$\textcircled{4} \quad m^2n^2 - 7mn + 9 = (mn - 3)^2$$

\swarrow \swarrow \searrow
 ع: mn $2 \times mn \times 3$ ع: 3

$$\textcircled{5} \quad 3x^3 - 7x^2 + 4x = x(x^2 - 7x + 4) = x(x-1)^2$$

$$\textcircled{6} \quad 9x^3 - 12x^2y + 4y^2x = x(9x^2 - 12xy + 4y^2)$$

$$= x(3x - 2y)^2$$

فعالیت

هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، تک جمله ای^۱ (یک جمله ای) می نامیم.
عبارت های زیر همگی تک جمله ای هستند.

$$7, x, 5x^3, -\sqrt{3}a^3x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{v}$$

و عبارت های زیر تک جمله ای نیستند.

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند تک جمله ای یکسان باشند، به آنها تک جمله ای های مشابه گفته می شود؛ به عنوان مثال تک جمله ای های $4x^2y$ و $\frac{5}{3}x^2y$ و $-3x^2y$ مشابه اند، اما تک جمله ای های $3x^2$ و $3x$ مشابه نیستند.

۱- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه به دست آورید:



$$۱) 2(-4x \times 7x^2) = 2(-28x^3) = -56x^3$$

$$۲) \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot (x^2)^3 \cdot y^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$$

$$۳) (-3x^3)^2 \left(\frac{1}{3}x^2\right)^3 = (\cancel{9}x^6) \left(\frac{1}{\cancel{3}^3}x^6\right) = \frac{1}{3}x^{12}$$

$$۴) \left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(\frac{-1}{5}a^5c^5\right) = -\frac{1}{10}a^7b^2c^5$$

$$۵) 2(5xy^2)^2(-2x^0y^2) = 2(25x^2y^4)(-2x^0y^2) = -100x^2y^6$$

$$۶) (2x^2y)(3x^2y^2) + xy^2(-5x^2y) = 6x^4y^3 - 5x^3y^3 = x^3y^3$$

در تک جمله ای $5a^2x^2y$ ، توان متغیر a برابر با ۲ است؛ بنابراین درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر a ، برابر با ۲ است؛ به همین ترتیب درجه نسبت به x ، ۳ و درجه نسبت به y ، ۱ است. درجه نسبت به دو متغیر x و y را برابر با $1+3=4$ تعریف می کنیم.

۲- جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.



تک جمله‌ای	متغیرها	درجه نسبت به x	درجه نسبت به y	درجه نسبت به x و y
$\sqrt{3}a^3x^2y^4$	a, x, y	۲	۴	۲+۴=۶
$5x^2y^2z^2$	x, y, z	۲	۲	۲+۲=۴
$-12x^2u$	x, u	۲	۰	۲+۰=۲
$\frac{3}{5}$	ندارد	۰	۰	۰+۰=۰

تک جمله‌ای‌های $3x^2y^3$ و $-5x^2y^2$ را که مشابه نیستند، تک جمله‌ای‌های غیرمتشابه می‌گوییم. چنانچه تعدادی تک جمله‌ای را با یکدیگر جمع جبری (جمع یا تفریق) کنیم، حاصل، چند جمله‌ای است. چند جمله‌ای می‌تواند تک جمله‌ای یا جمع جبری چند تک جمله‌ای غیرمتشابه باشد؛ مانند:

$$4x^2 - 4x + 1, \quad x^2 - 2x, \quad \frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{2}axy^2 - axy, \quad 3x^4$$

در هر چند جمله‌ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ‌ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم؛ برای مثال در چند جمله‌ای $-2xy^2 + x^2y - 1$ ، درجه نسبت به x برابر با ۲ و درجه نسبت به y برابر با ۳ است. همچنین درجه نسبت به چند متغیر را، بزرگ‌ترین درجه تک جمله‌ای‌های آن نسبت به متغیرهای موردنظر تعریف می‌کنیم. در این مثال درجه نسبت به x و y برابر با ۴ است. معمولاً در چند جمله‌ای‌ها، جملات را نسبت به توان‌های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می‌کنند.

۳- چند جمله‌ای‌های زیر را مانند نمونه نسبت به متغیر x مرتب کنید:



الف) $3x^2 + 5 - 2x + 2x^2 = 2x^2 + 3x^2 - 2x + 5$

ب) $-3bxy^2 + ax^2y - 4bx^2y^2$

ج) $\frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^3 + 3x^3y - 4$

$= -4x^3y^2 + ax^2y - 3bx^2y^2$

$3x^3y + \frac{1}{2}x^2y^2 - 2xy^3 - 4$

کار در کلاس



عبارت‌های جبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توان‌های نزولی x مرتب کنید.

الف) $-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) = -5a^2 - 3ax + x^2 - 4x^2 - 5ax + 3a^2$

$= -2a^2 - 8ax - 3x^2 = -3x^2 - 8ax - 2a^2$

$$-(+a^2 + 13ax) = -a^2 - 13ax$$

$$\text{ب) } -5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)] = -5a^2 - 3ax + x^2 - 4a^2 - 5ax + 3a^2 + 8ax = -6a^2 + 3ax + x^2 - 1a^2 + 3ax$$

$$\text{ج) } (4x + 5x^2)(x^2 - x + 1) = 4x^3 - 4x^2 + 4x + 5x^4 - 5x^3 + 5x^2 = 5x^4 + x^3 + 4x^2 + 4x$$

$$\text{د) } (x + x^2)(x^2 + x^2 + 1) = x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x^2 + x = x^5 + x^4 + 2x^3 + x^2 + x$$

$$\text{هـ) } (x^2 - 2x + 1)(x^2 + x^2 - 2) = x^4 + x^5 - 2x^3 - 2x^2 - 2x^4 + 4x + x^3 + x^2 - 2 = x^5 - x^3 - x^2 + 4x - 2$$

فعالیت

۱- به ازای مقادیر داده شده برای x، جدول زیر را کامل کنید :

x	x ²	6x	x ² +6x+9	(x+3) ²
0				
5				
$\frac{3}{2}$				

مقدارهای دو ستون آخر جدول را با هم مقایسه کنید؛ نتیجه چیست؟
 حاصل عبارت‌های جدول را برای چند مقدار دیگر x ادامه دهید.
 با توجه به مقادیر به دست آمده در دو ستون آخر جدول، چه حدسی می‌زنید؟
 حاصل عبارت جبری (x+3)² را به دست آورید و آن را با عبارت جبری x²+6x+9 مقایسه کنید.
 (x+3)² = (x+3)(x+3) = _____

اگر دو عبارت جبری به گونه‌ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می‌نامیم.

بنابراین برابری x²+6x+9 = (x+3)² یک اتحاد است.
 برابری 3x-3 = x+1 را در نظر بگیرید. مقدار دو طرف تساوی را به ازای x=2، به دست آورید.
 آیا این برابری یک اتحاد است؟ برقراری این تساوی را به ازای چند مقدار دیگر برای x بررسی کنید.
 همان طور که می‌دانید، به چنین برابری‌هایی معادله گفته می‌شود.
 ۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه به دست آورید.

الف) (a+4)² = (a+4)(a+4) = a²+4a+4a+16 = a²+8a+16

$$\text{ب) } (5x+2)^2 = (\quad + \quad) (\quad + \quad) = \quad + \quad + \quad + \quad = 25x^2 + 20x + 4$$

$$\text{ج) } (a+b)^2 = (\quad + \quad) (\quad + \quad) = \quad + \quad + \quad + \quad = a^2 + 2ab + b^2$$

۳- با دقت در برابری $(5x+2)^2 = 25x^2 + 20x + 4$ ، که در فعالیت ۲ به دست آمده است، به

سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

– جمله اول سمت راست برابری؛ یعنی $25x^2$ ، چه رابطه‌ای با $5x$ دارد؟

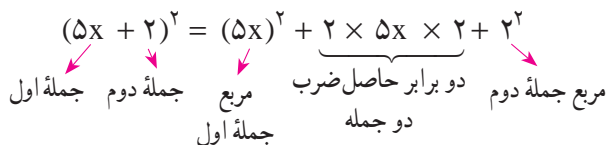
– جمله دوم سمت راست برابری؛ یعنی $20x$ ، چه رابطه‌ای با 2 و $5x$ دارد؟

– جمله سوم سمت راست برابری؛ یعنی 4 ، چه رابطه‌ای با 2 دارد؟

عبارت جبری $5x+2$ دو جمله‌ای و $(5x+2)^2$ را مربع دو جمله‌ای می‌نامیم. برای سرعت بخشیدن

به عملیات جبری می‌توان مربع دو جمله‌ای را به صورت زیر محاسبه کرد :

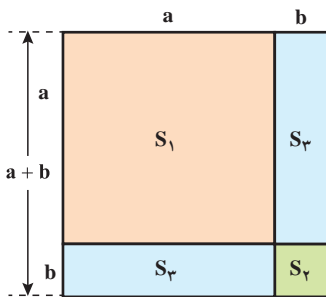
$$(5x + 2)^2 = (5x)^2 + \underbrace{2 \times 5x \times 2}_{\substack{\text{دو برابر حاصل ضرب} \\ \text{دو جمله}}} + 2^2$$



برای هر دو عدد مثبت a و b ، به کمک مساحت‌های مشخص شده در شکل زیر، درستی اتحاد

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مقابل را نشان دهید.



$$\text{مساحت کل شکل} = (a+b)^2 = S_1 + 2S_2 + S_4$$

۴- مانند سؤال ۲ فعالیت، طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف) $(5x-2)^2 = \cancel{(5x-2)} \times \cancel{(5x-2)} = (5x)^2 - 2(5x)(2) + 2^2 = 25x^2 - 20x + 4$

ب) $(3-5x)^2 = 3^2 - 2(3)(5x) + (5x)^2 = 9 - 30x + 25x^2$

ج) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

ارتباط بین جملات به دست آمده در طرف راست تساوی‌های بالا و جملات عبارت داده شده

در سمت چپ آنها را بیان کنید.

اتحاد مربع دو جمله‌ای :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

برای هر دو عدد حقیقی a و b داریم :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

کاردر کلاس



$$x \times x \times \frac{1}{x} = x^2 \times \frac{1}{x} = x$$

$$x \times 2xy \times \frac{1}{x} = 2xy$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای به دست آورید.

الف) $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

ب) $(4a+3b)^2 = 16a^2 + 9b^2 + 24ab$

ج) $(x^2 - \frac{1}{y})^2 = x^4 - \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^2}$

د) $(2xy - \frac{1}{y}x^3)^2 = 4x^2y^2 + \frac{1}{y^2}x^6 - 2x^4y$

هـ) $(\sqrt{2} + 3\sqrt{3})^2 = 2 + 6\sqrt{6} + 27 = 29 + 6\sqrt{6}$

و) $(5 - 2\sqrt{2})^2 = 25 - 2(5)(2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2})^2 = 25 - 20\sqrt{2} + 8 = 33 - 20\sqrt{2}$

$$(\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(3\sqrt{3}) + (3\sqrt{3})^2 = 2 + 6\sqrt{6} + 27 = 29 + 6\sqrt{6}$$

۲- جاهای خالی را با توجه به نمونه پر کنید.

$$(\dots + 3b)^2 = \underbrace{4a^2} + \dots + \underbrace{9b^2}$$

مربع جمله دوم دو برابر حاصل ضرب جمله اول جمله دوم مربع جمله اول جمله دوم

مربع جمله اول = $4a^2 = (2a)^2 \Rightarrow$ جمله اول = $2a$

$$(xy)^2 = x^2y^2$$

دو برابر حاصل ضرب جمله ها $2(2a)(3b) = 12ab$

$$x \times xy \times \frac{1}{x} = xy$$

$$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$$

در نتیجه داریم :

الف) $(1+b)^2 = 1 + 2b + b^2$

ب) $(xy - \frac{1}{y})^2 = x^2y^2 - xy + \frac{1}{y^2}$

ج) $(x^2 - \frac{1}{x})^2 = x^4 - \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$

د) $(7x - y)^2 = 49x^2 - 14xy + y^2$

م (دوم) م (اولی) م (دوم) م (اولی)

ج: $7x$ $2 \times 7x \times (-y) = -14xy$ y^2

فعالیت

در سال گذشته خاصیت بخشی عمل ضرب نسبت به عمل جمع را در چند جمله‌ای‌ها خوانده‌اید.

حاصل ضرب

$$a(b+c) = ab+ac$$