

اعاد صيرى : ايرد عبارت صيرى به نوشتان بايند به ازان هر مقدار بران متغير هاسان ،

حاصل نسيان دانست بايند ، برابر صيرى حاصل ازانها را اعاد صيرى كنم .

تفاوت اعاد و معادله : اعاد صيرى ساده صيرى است به ازان تمام متغيرها برقرار است اما معادله صيرى

ساده صيرى است به ازان بعضى مقادير (هيع ، يك يا چند مقدار) بران متغيرها برقرار است .

مثال : ديك ازان ساده ها زير اعاد است ؟

$$a^2 + a = 1 \quad \text{ب)}$$

$$a^2 + a = 0 \quad \text{الف)}$$

$$a^2 + a = a^3 \quad \text{د)}$$

$$a^2 + a = a(a+1) \quad \text{ج)}$$

مثال : ساده $2x^2 + 3x - m^2 = (2x - m)(x + m)$ يك اعاد است . m را بر دست آوريم .

$$(2x - m)(x + m) = 2x^2 + \underline{2mx} - \underline{mx} - m^2$$

$$2x^2 + (2m - m)x - m^2 = \underline{2x^2 + mx - m^2}$$

$$2x^2 + \textcircled{m}x - m^2 = 2x^2 + \textcircled{3}x - m^2 \Rightarrow \boxed{m = 3}$$

اعاد مربع دو جمله اى :

$$\textcircled{1} (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اول

دوم

اول

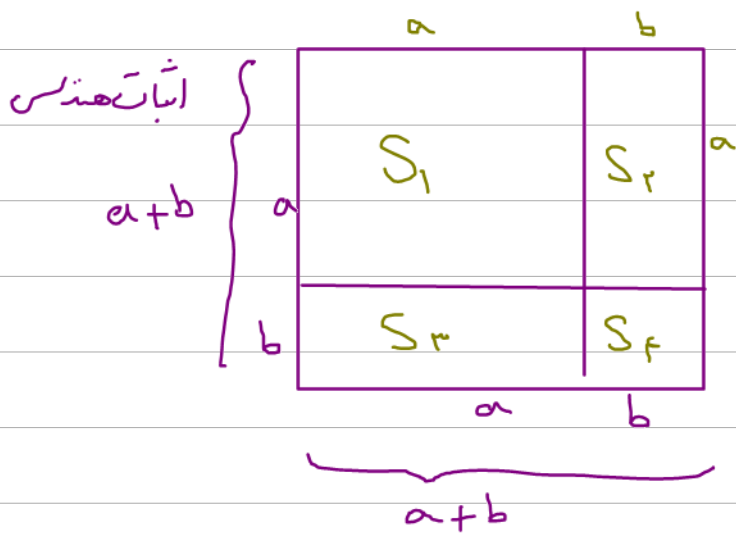
دو برابر اول دردم

دوم

به توان 2

اعاد مربع مجموع دو جمله اى

اثبات صبری : $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$



$$S = (a+b)^2$$

$$S_1 = a^2$$

$$S_2 = ab$$

$$S_3 = ab$$

$$S_4 = b^2$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ایجاد مربع تفاضل دو جمله ای :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

درس برکنار آجا
در برابر اولی در دومی
اولی به توان ۲ در می
جا می آید

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ایجاد مربع دو جمله ای

مثال : حاصل عبارات زیر را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

الف) $(x+2)^2 = x^2 + 2(x)(2) + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

ب) $(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$

ج) $(y^2 - \frac{1}{3})^2 = (y^2)^2 - 2(y^2)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2 = y^4 - \frac{2}{3}y^2 + \frac{1}{9}$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

← اتحاد عکس ۱

$$\text{ه) } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2(x)\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2$$

← اتحاد عکس ۲

مسئله: اگر $x + \frac{1}{x} = 4$ حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (4)^2$$

$$x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \text{ (افز)$$

به کمک اتحاد عکس ۱

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

$$= 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

مسئله: حاصل عبارت زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$98^2 = (100 - 2)^2 = 10000 - 400 + 4 = 9604$$

$$10003^2 = (10000 + 3)^2 = 100000000 + 60000 + 9 = 100060009$$

سؤال: ابر. $(a-b)^2 = 1$ و $a^2 + b^2 = 14$ ، ab کا قیاس کیا ہے؟

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$1 = 14 - 2ab$$

$$1 - 14 = -2ab$$

$$-13 = -2ab \Rightarrow ab = \frac{13}{2} \Rightarrow 2ab = 13$$

مثال: عبارت زیر را تا حد امکان ساده کنید۔

$$(1) (2a+3b)^2 - 4a(a+3b)$$

$$\cancel{4a^2} + 12ab + 9b^2 - \cancel{4a^2} - 12ab = 9b^2$$

$$(2) (2 + \sqrt{3})^2 - (1 + 2\sqrt{3})^2$$

$$(4 + 4\sqrt{3} + 3) - (1 + 4\sqrt{3} + 12)$$

$$= (7 + 4\sqrt{3}) - (13 + 4\sqrt{3}) = 7 + 4\sqrt{3} - 13 - 4\sqrt{3} = -6$$

المكعب مربع من عبارات

$$(a+b+c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_{\text{عقاربه} +} + \underbrace{2ab + 2ac + 2bc}_{\text{این 3 علامت بهتره؟ علامت عبارات دارد}}$$

اثبات: $(a+b+c)^2 = ((\underbrace{a+b}_{\text{اولی}}) + \underbrace{c}_{\text{ثانی}})^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$

سؤال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $(x+y-2z)^2 = x^2 + y^2 + 4z^2 + 2xy - 4xz - 4yz$

ب) $(3x-2y-z)^2 = 9x^2 + 4y^2 + z^2 - 12xy - 6xz + 4yz$

تجزیه: تبدیل عبارات معیده به صورت حاصل ضرب دو یا چند عبارت معیده.
 $ab+ac+ad = a(b+c+d)$ ① فاکتورگیری
② اتحاد تجزیه عبارات معیده

تجزیه اتحاد مربع دو عبارت:

$$\underbrace{a^2 + 2ab + b^2}_{\checkmark} = \underbrace{(a+b)^2}_{?}$$

① سه علامت + است.
 ② وجود دو عبارت با عدد مربع مائل مثبت.
 ③ وجود 2 برابر حاصل ضرب غیر مثبت آن عبارات.
 سمانها

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

سؤال : عبارات زیر را تجزیه کنید .

$$\textcircled{1} \quad x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $2xy$ is $x \times y + x \times y$, and y^2 is $y \times y$.

$$\textcircled{2} \quad x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $6x$ is $x \times 3 + x \times 3$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{3} \quad a^2 - 2a + 1 = (a-1)^2$$

Handwritten notes: a^2 is $a \times a$, $-2a$ is $a \times (-1) + a \times (-1)$, and 1 is 1×1 .

$$\textcircled{4} \quad 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

Handwritten notes: $4x^2$ is $2x \times 2x$, $-12x$ is $2x \times (-3) + 2x \times (-3)$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{5} \quad m^2n^2 - 7mn + 9 = (mn-3)^2$$

Handwritten notes: m^2n^2 is $mn \times mn$, $-7mn$ is $mn \times (-3) + mn \times (-3)$, and 9 is 3×3 .

$$\textcircled{6} \quad 3x^3 - 7x^2 + 3x = 3x(x^2 - 2x + 1) = 3x(x-1)^2$$

Handwritten notes: x^2 is $x \times x$, $-2x$ is $x \times (-1) + x \times (-1)$, and 1 is 1×1 .

$$\textcircled{7} \quad 9x^3 - 12x^2y + 4y^2x = x(9x^2 - 12xy + 4y^2) = x(3x-2y)^2$$

Handwritten notes: $9x^2$ is $3x \times 3x$, $-12xy$ is $3x \times (-2y) + 3x \times (-2y)$, and $4y^2$ is $2y \times 2y$.

$$\textcircled{8} \quad (x+1)^2 + 3(x+1) = (x+1)(x+1+3) = (x+1)(x+4)$$

Handwritten note: $(x+1)(x+1)$ is written below the first term.



ب) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2 = \dots$

ج) $n^2 - 10n + 25 = (n - 5)^2 = \dots$

د) $\lambda ax^2 + 2\lambda axy + \lambda ay^2 = \lambda (ax + ay)^2 = \dots$

$2a(x^2 + 2xy + 9y^2) = 2a(2x + 3y)^2$

مثال: حاصل عبارات زیر را به یک اتحاد ساده کنید.

① $(2,7)^2 + 2(2,7)(1,4) + (1,4)^2$
 $= (2,7 + 1,4)^2 = (4)^2 = 16$

② $(4,8)^2 - 2(4,8)(1,8) + (1,8)^2$
 $= (4,8 - 1,8)^2 = 3^2 = 9$

تجزیه هر دو اتحاد

اتحاد مزدوج

اثبات قیاسی

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$



مثال: حاصل عبارات زیر را به یک اتحاد ساده کنید.

① $(x + 3y)(x - 3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$

$$\textcircled{2} (x-7y)(x+7y) = x^2 - (7y)^2 = x^2 - 49y^2$$

$$\textcircled{3} (-a-3b)(-3b+a) =$$

$$\underbrace{(-3b-a)}_{\text{درسی}} \underbrace{(-3b+a)}_{\text{درسی}} = (-3b)^2 - (a)^2 = 9b^2 - a^2$$

$$\textcircled{4} (a-5b+1)(a+5b-1)$$

$$\underbrace{(a-(5b-1))}_{\text{درسی}} \underbrace{(a+5b-1)}_{\text{درسی}} = a^2 - (5b-1)^2$$

$$= a^2 - (25b^2 - 10b + 1) = a^2 - 25b^2 + 10b - 1$$

کار در کلاس

$$(درسی)^2 - (درسی)^2$$

۱- تساوی‌های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

$$1) (1+a)(1-a) = 1 - a^2$$

$$3) (t+3)(t-3) = t^2 - 9$$

$$2) (2a+5)(2a-5) = 4a^2 - 25$$

$$4) (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

۸۶

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید.

$$1) (10-x)(x+10) = \cancel{(10-x)(10+x)} + \cancel{x^2} (10-x)(10+x) = 10^2 - x^2 = 100 - x^2$$

$$2) (-y-2z)(-2z+y) = \cancel{(-y-2z)(-2z+y)} + \cancel{y^2} (-2z-y)(-2z+y) = 4z^2 - y^2$$

$$3) (-7y+t)(t+7y) = (t-7y)(t+7y) = t^2 - 49y^2$$

$$4) (-4y-2z)(2z-4y) = (-4y-2z)(-4y+2z) = 16y^2 - 4z^2$$

$$5) (x-2y+5)(x+2y-5) = [x-(2y-5)][x+(2y-5)] = x^2 - (2y-5)^2$$

$$= x^2 - (4y^2 - 20y + 25) = x^2 - 4y^2 + 20y - 25$$

تجزیه به کمک اتحاد مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

نشانها
 ① دو جمله اول است
 ② اختلاف در مربع کامل

مثال: عبارات زیر را تجزیه کنید.

ع: x ع: 5

$$① x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$$

$$② a^2b^2 - 49 = (ab+7)(ab-7)$$

$$③ 9ax^2 - a = a(9x^2 - 1) = a(3x-1)(3x+1)$$

$$④ x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x^2 + 4)$$

مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$① 97 \times 103 = (100-3)(100+3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$$

$$② 75 \times 597 = (700+3)(700-3) = 700^2 - 3^2 = 370000 - 9 = 369991$$

$$③ 99^2 - 35^2 = (99-35)(99+35) = 64 \times 134 = 8576$$

$$④ (x-y)(x+y)(x^2+y^2) = (x^2-y^2)(x^2+y^2) = x^4 - y^4$$

↳ $x^2 - y^2$

۱- محسن قصد دارد عبارت جبری زیر را تجزیه کند. $4x^2 - (7-3y)^2$

$$\begin{aligned} & \begin{array}{cc} \text{ج: } 2x & \text{ج: } 7-3y \\ \uparrow & \nearrow \end{array} \\ & 4x^2 - (7-3y)^2 = \\ & (2x - (7-3y))(2x + (7-3y)) \\ & = (2x - 7 + 3y)(2x + 7 - 3y) \end{aligned}$$

۲- استفاده از اتحادها، می تواند بعضی از محاسبات به ظاهر مشکل را ساده کند. به کمک اتحادها، تساوی های زیر را کامل کنید.

$$98 \times 102 = (100 - 2) \times (100 + 2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$$

$$497 \times 503 = \text{---} \times \text{---} =$$

$$(1001)^2 = (1000 + 1)^2 = \text{---}$$