

$$\begin{aligned}
 \text{د) } \lambda ax^2 + 2\lambda axy + \lambda ay^2 &= 2a(x^2 + 2xy + y^2) = 2a(2x + 3y)^2 \\
 \swarrow \quad \quad \quad \swarrow \quad \quad \quad \swarrow & \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\
 2x^2 \quad \quad 2xy \quad \quad 2y^2 & \quad \quad \quad \begin{matrix} \text{ع: } 2x \\ 2x \cdot 2xy \\ 2y^2 \end{matrix} \quad \quad \quad \begin{matrix} \text{ع: } 2y \\ 2y \cdot 2xy \\ 2y^2 \end{matrix}
 \end{aligned}$$


---

مثال: حاصل عبارات زیر را به یک اتحاد با بردست آورید.

$$\textcircled{1} \quad \left(\frac{2}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{2}{a}\right)\left(\frac{1}{b}\right) + \left(\frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{2}{a}\right)^2 = \frac{4}{a^2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\textcircled{2} \quad (2,1)^2 - 2(2,1)(1,1) + (1,1)^2 = (2,1 - 1,1)^2 = 3^2 = 9$$

۱- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

الف)  $(-5m)^2(-2m)^3 - (\frac{1}{2}m)^2(-2m)^3 = (25m^2)(-8m^3) - (\frac{1}{4}m^2)(-8m^3) = -200m^5 + 2m^5 = -198m^5$

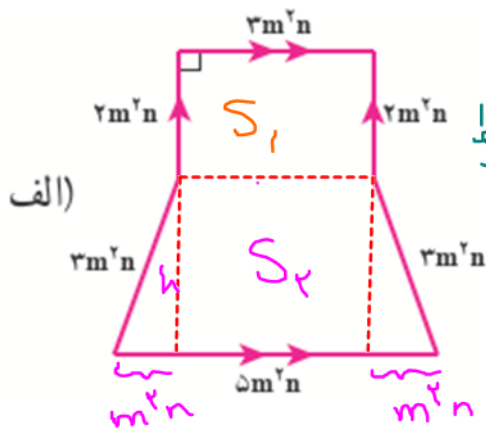
ج)  $(x^m-1)(x^m-1)$

$(x^m-1)^2 = x^{2m} - 2x^m + 1$

ب)  $7a^3 - 4b^3 + 5c^3 - (a^3 - 9b^3 - 11c^3) = 6a^3 + 13b^3 + 16c^3$

د)  $x - [(y-x) - (y-1)] = x - (y - x - y + 1) = x - (-x + 1) = x + x - 1 = 2x - 1$

۲- محیط و مساحت هر شکل را بیابید.



محیط =  $3m^2n + 2m^2n + 3m^2n + 4m^2n + 2m^2n + 2m^2n = 18m^2n$

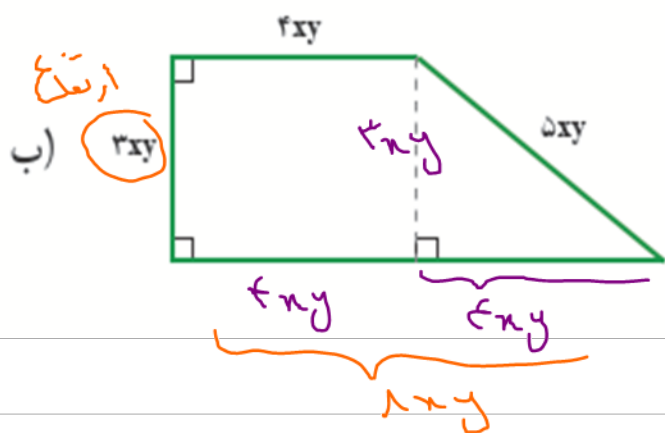
مساحت  $S_1 = 3m^2n \times 2m^2n = 6m^4n^2$

مساحت  $(3m^2n)^2 = (m^2n)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = (3m^2n)^2 - (m^2n)^2$

$h^2 = 9m^4n^2 - m^4n^2 = 8m^4n^2 \Rightarrow h = 2\sqrt{2}m^2n$

$$S_r = \frac{(\underbrace{\Delta m^2 n + 3m^2 n}_{17m^2 n})(2\sqrt{2}m^2 n)}{2} = \frac{17\sqrt{2}m^4 n^2}{2} = 17\sqrt{2}m^2 n^2$$

$$S = S_1 + S_r = 7m^2 n^2 + 17\sqrt{2}m^2 n^2 = (7 + 17\sqrt{2})m^2 n^2$$



$$\begin{aligned} \underline{S} &= 2xy + 2xy + 2xy + 2xy + 3xy \\ &= 11xy \end{aligned}$$

$$S = \frac{(2xy + 3xy)(3xy)}{2} = \frac{(5xy)(3xy)}{2} = 15x^2 y^2$$

۳- طرف دیگر عبارتهای زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف)  $(5y - 3x)^2 = (5y)^2 - 2(5y)(3x) + (3x)^2 = 25y^2 - 30xy + 9x^2$

ج)  $(8x - \frac{1}{3})^2 = (8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2 = 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$

ب)  $(-3a^2 - a)^2 = (-3a^2)^2 - 2(a)(-3a^2) + a^2 = 9a^4 + 6a^3 + a^2$

د)  $(2/7)^2 + 2(2/7)(3/3) + (3/3)^2 = (\frac{2}{7} + \frac{3}{3})^2 = 7^2 = 49$

اعداد مربع  
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

۴- به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای، درستی تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف)  $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$

ب)  $a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \quad (a \neq 0)$

الف)  $(x+y)^2 - (x-y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2)$

$x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2 = 4xy \checkmark$

ب)  $(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + 2a \times \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$

$(a + \frac{1}{a})^2 = a^2 + 2 + \frac{1}{a^2}$

$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2 \checkmark$

۵- عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

الف)  $2x^2 + 8x^2 + 8x = 2x(x^2 + 4x + 4) = 2x(x+2)^2$

ج)  $a(x+1) + b(x+1)^2 = (x+1)(a + b(x+1)) = (x+1)(a + bx + b)$

ه)  $x^2y^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2$

$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \text{ع: } xy & \text{ع: } 2 \\ \swarrow & \searrow \\ 2xy & 2xy \\ \swarrow & \searrow \\ 2xy & 2xy \end{matrix}$

ب)  $3a^2b - 12ab^2 + a^2b^2 = ab(3a - 12b + ab)$

د)  $a^2 - 2a + 1 = a(a - 2 + 1) = a(a - 1)$

و)  $25x^2 + 30x + 9 = x^2(25 + \frac{30}{x} + \frac{9}{x^2}) = x^2(5x + 3)^2$

$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \text{ع: } 5x & \text{ع: } 3 \\ \swarrow & \searrow \\ 25x^2 & 30x \\ \swarrow & \searrow \\ 25x^2 & 30x \end{matrix}$

۶- با تبدیل  $b$  به  $-b$  در اتحاد  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ، طرف دوم تساوی زیر را کامل کنید.

$$\frac{(a+(-b))^2}{(a-b)^2} =$$

$$(a+(-b))^2 = a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

اتحاد فریبج:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

توجه:  $(a+b)^2$  و  $(a-b)^2$  تا هم عدت

اثبات صریح:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحاد یاد بگیرید.

$$\textcircled{1} (x+3y)(x-3y) = x^2 - (3y)^2 = x^2 - 9y^2$$

$$\textcircled{2} (4-1y)(4+1y) = 4^2 - (1y)^2 = 16 - 1y^2$$

$$\textcircled{3} (-a-3b)(-3b+a) =$$

$$(-3b-a)(-3b+a) = (-3b)^2 - a^2 = 9b^2 - a^2$$

$$\textcircled{4} (a-5b+1)(a+5b-1) =$$

$$(a-(5b-1))(a+(5b-1)) = a^2 - (5b-1)^2$$

$$= a^2 - (25b^2 - 10b + 1) = a^2 - 25b^2 + 10b - 1$$

۱- تساوی‌های زیر را با استفاده از اتحاد مناسب کامل کنید.

۱)  $(1+a)(1-a) = 1 - a^2$

۳)  $(t+3)(t-3) = t^2 - 9$

۲)  $(2a+5)(2a-5) = 4a^2 - 25$

۴)  $(a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

۸۶

۲- حاصل عبارت‌های زیر را مانند نمونه با استفاده از اتحاد مزدوج به دست آورید.

۱)  $(10-x)(x+10) = (10-x)(10+x) = 100 - x^2$

۲)  $(-y-2z)(-2z+y) = (-2z-y)(-2z+y) = 4z^2 - y^2$

۳)  $(-7y+t)(t+7y) = (t-7y)(t+7y) = t^2 - 49y^2$

۴)  $(-4y-2z)(2z-4y) = (-4y-2z)(-4y+2z) = 16y^2 - 4z^2$

۵)  $(x-2y+5)(x+2y-5) = [x-(2y-5)][x+(2y-5)] = x^2 - (2y-5)^2$

$= x^2 - (4y^2 - 20y + 25) = x^2 - 4y^2 + 20y - 25$

تجزیه بکند اتحاد مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

نشانها ←  
 اجزاء با هم ←  
 اصطلاحات عبارت مربع کامل مثبت ←

مثال: عبارات زیر را تجزیه کنید.

①  $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$

②  $a^2b^2 - 36 = (ab-6)(ab+6)$

ع:  $a^2b^2$     ع:  $36$

$$\textcircled{3} \quad 9ax^2 - a = a(9x^2 - 1) = a(3x - 1)(3x + 1)$$

مثال: حاصل عبارات زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$\textcircled{1} \quad 97 \times 103 = (100 - 3)(100 + 3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991$$

$$\textcircled{2} \quad 703 \times 597 = (700 + 3)(700 - 3) = 700^2 - 3^2$$

$$= 490000 - 9 = 489991$$

$$\textcircled{3} \quad \underbrace{(x - y)(x + y)}_{(x^2 - y^2)} (x^2 + y^2) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4$$

۱- محسن قصد دارد عبارت جبری زیر را تجزیه کند.

$$\underbrace{4x^2}_{\text{ع: } 2x} - \underbrace{(7-3y)^2}_{\text{ع: } 7-3y} = (2x - (7-3y))(2x + 7-3y)$$

$$(2x - 7 + 3y)(2x + 7 - 3y)$$

