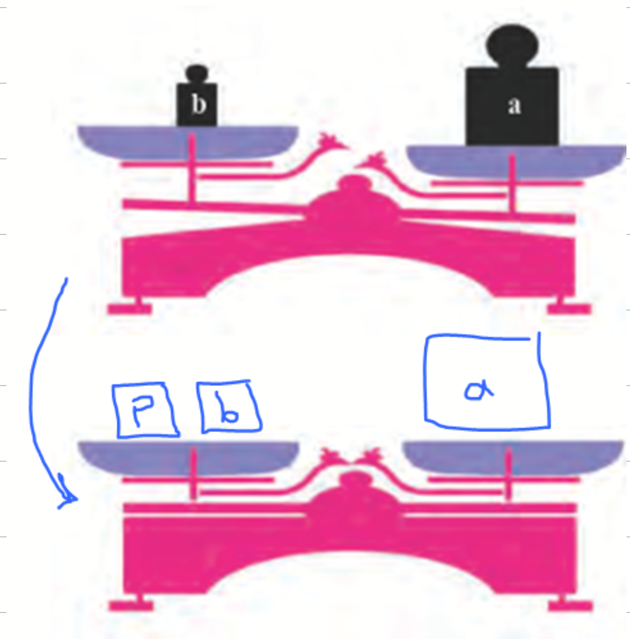
نابرابری ها



$a > b$

$a = b + p$

هرگاه a و b دو عدد حقیقی باشند که $a > b$ ، یعنی عدد حقیقی مانند p وجود دارد که $a = b + p$.

$۵ > ۲ \Rightarrow ۵ = ۲ + ۳$

مثال: با توجه به برابری های زیر، یک نابرابری برای هر مورد بنویسید.

۱) $a = b + ۵ \Rightarrow a > b$

۲) $a + ۴ = b + ۱ \Rightarrow a + ۴ - ۱ = b \Rightarrow a + ۳ = b \Rightarrow b > a$

۳) $x - ۷ = y - ۱ \Rightarrow x = ۷ + y - ۱ \Rightarrow x = y + ۶ \Rightarrow x > y$

۴) $m = ۲n \Rightarrow m = n + n \Rightarrow m > n$

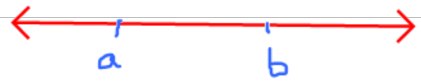
۵) $۳m = ۵n \Rightarrow m = \frac{۵}{۳}n \Rightarrow m > n$

۶) $x - y = ۳ \Rightarrow x = y + ۳ \Rightarrow x > y$

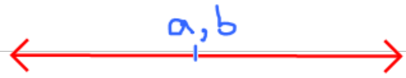
۷) $۳(x-۲) = ۳y + ۵ \Rightarrow ۳x - ۶ = ۳y + ۵ \Rightarrow ۳x = ۳y + ۱۱$
$\Rightarrow x > y$

نکته: اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، یکی از ۳ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

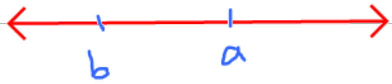
۱) a کوچکتر از b: $a<b$



۲) a برابر با b: $a=b$



۳) a بزرگتر از b: $a>b$



توجه:

۱) a از b بزرگتر است: $a>b$

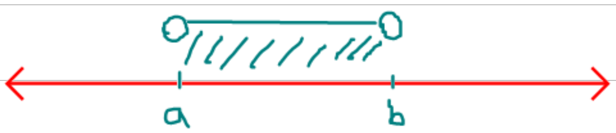
۲) a از b کوچکتر نیست (a از b یا بزرگتر است یا با آن مساوی است) $a \geq b$

۳) a از b کوچکتر است: $a<b$

۴) a از b بزرگتر نیست: $a \leq b$

یادآوری بازه‌ها:

۱) $a<x<b$ (x بین a و b)

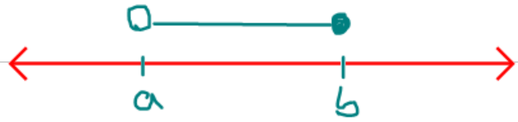


(a, b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid a<x<b\}$

۲) $a \leqslant x < b$

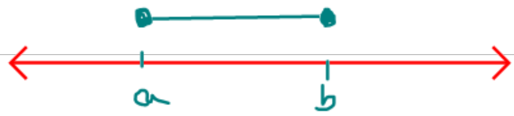
$[a, b)$

۳) $a < x \leqslant b$



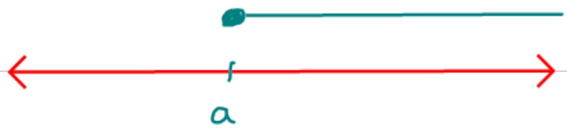
$(a, b]$

۴) $a \leqslant x \leqslant b$



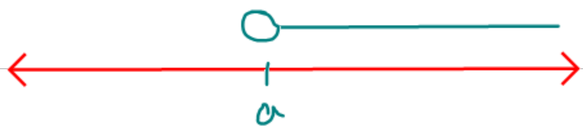
$[a, b]$

۵) $x \geqslant a$



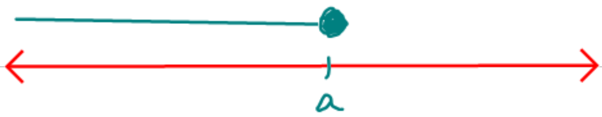
$[a, \infty)$

۶) $x > a$



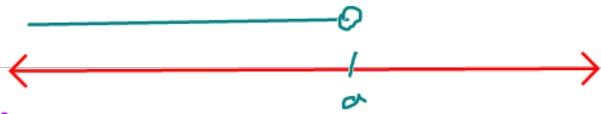
(a, ∞)

۷) $x \leqslant a$



$(-\infty, a]$

۸) $x < a$



$(-\infty, a)$

نکته:

a مثبت است: $a > 0 \leftarrow (0, +\infty)$

a نامنفی است: $a \geqslant 0 \leftarrow [0, +\infty)$

a منفی است. $a < 0 \leftarrow (-\infty, a)$

a نامثبت است. $a \leqslant 0 \leftarrow (-\infty, a]$

مثال: علامت x و y را طوری برقرار کنید که نابرابری‌های زیر برقرار باشند.

الف) $x+y>0$

حالت ۱: $y>0$ و $x>0$

حالت ۲: $x>0$ و $y<0$ و $|x|>|y|$

$x=4$
$y=-3$
$4-3=1>0$

ب) $xy>0$

حالت ۱: $x>0$ و $y>0$

حالت ۲: $x<0$ و $y<0$

هم علامت باشند.

ج) $\frac{x^2}{y}>0$: همواره $x^2\geq 0$. بنابراین باید $y>0$ و $x\neq 0$.

د) $\frac{x^2}{y}<0$: همواره $x^2\geq 0$. بنابراین باید $y<0$ و $x\neq 0$.

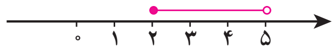
کار در کلاس

۱ـ متناظر با هر یک از ناحیه‌های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.

الف)

$-۳ \leq x \leq ۵$

ب)



$۲ \leq x < ۵$

۲ـ درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $a+b>۰$ آنگاه، a و b هر دو مثبت‌اند. لزوماً درست نیست. $۴-۲=۲>۰$ ، $a=۴, b=-۲$

ب) اگر $ab>۰$ آنگاه، a و b هم علامت هستند. ✓

ج) اگر $\frac{ab}{c}<۰$ آنگاه، a و b و c منفی هستند. ✗ $a=۲, b=-۳, c=۱ \Rightarrow \frac{۲\times(-۳)}{۱}=-۶<۰$

د) اگر $a^۲b<۰$ آنگاه، b منفی است. ✓

۳ـ عبارت‌های کلامی را به‌صورت جبری بنویسید.

- ۳ برابر عددی منهای یک از ۷ بزرگ‌تر است.
- قرینهٔ دو برابر عددی به‌علاوه ۳ از ۸ کوچک‌تر است.

فعالیت

۱ـ به‌دو طرف نابرابری‌های زیر، عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

$-۳<۱ \xrightarrow{+۳} -۳+۳<۱+۳ \rightarrow ۰<۴$

$-۳<۱ \xrightarrow{-۷}$

$-۳<-۲ \xrightarrow{-۱۰۰}$

خاصیت ۱ : اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است؛ یعنی اگر $a>b$ آنگاه $a+c>b+c$.

۲ـ دو طرف نابرابری زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید؛ آیا نابرابری‌ها تغییر می‌کنند؟

$-۷>-۹ \xrightarrow{\times(-۳)} ۲۱<۲۷$ $-۷>-۹ \xrightarrow{\times ۳} -۲۱>-۲۷$