



توان و ریشه



ریاضی نهم



بخش اول: درسنامه



تمام قوانین توان در یک نگاه



$$۱) a^1 = a \longrightarrow ۳^1 = ۳$$

$$۲) a^0 = 1 \longrightarrow ۵^0 = 1$$

$$۳) a^x \times a^y = a^{x+y} \longrightarrow ۲^۳ \times ۲^۲ = ۲^۵$$

$$۴) a^x \div a^y = a^{x-y} \longrightarrow ۲^۵ \div ۲^۲ = ۲^۳$$

$$۵) \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \longrightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^۳ = \frac{۲^۳}{۵^۳}$$

$$۶) (ab)^x = a^x b^x \longrightarrow (۲ \times ۵)^۳ = ۲^۳ \times ۵^۳$$

$$۷) (a^x)^y = a^{xy} \longrightarrow (۲^۳)^۲ = ۲^۶$$

$$۸) (-a)^x \neq -a^x \text{ (اگر } x \text{ زوج باشد)} \Rightarrow (-۳)^۲ \neq -۳^۲$$

$$۹) a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$$

نماد علمی



در نماد علمی، تمام اعداد به شکل $a \times 10^n$ نوشته می‌شوند که n یک عدد صحیح و ضریب a یک عدد مثبت حقیقی است.

$$a \times 10^n, \quad a \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad 1 \leq a < 10$$



() بین رقم اول و دوم سمت چپ یک اعشار بنزید.

۲) تعداد ارقام بعد اعشار را بشمارید و عدد ۱۰ را به توان تعداد آن‌ها برسانید.

۳) عدد ممیز زده را بدون صفرها بنویسید.

۴) اعداد قسمت ۲ و ۳ را در هم ضرب کنید.



$$FV_{501} \dots = F / (V_{501} \times 1.01^2)$$

$$q_Y | \dots = Y / (Y+1) \times 1.0^Y$$

$$695 \dots = 6/95 \times 10^5$$

$$9 \wedge \dots = 9 / \wedge \times 1.^\wedge$$

حالت دوم: عدد داده شده اعشاری کوچک تر از ۱ است.

() در قسمتی که صفر ندارد بین دو رقم سمت چپ یک اعشار بزنید.

۲) تعداد ارقام قبل اعشار را بشمارید و عدد ۱۰ را به توان منفی تعداد آن‌ها برسانید.

۳) صفرهای قبل از اعشاری که زدید را حذف کنید.

۴) اعداد قسمت ۲ و ۳ را در هم ضرب کنید.



$$\cdot / \dots \dots \dots 3267 = 3/267 \times 10^{-11}$$

$$\cdot / \dots \cdot PV\Delta = 2 / \Delta \times 10^{-6}$$

$$.1 \dots 65 = 6/5 \times 10^{-5}$$

حالت سوم: عدد داده شده اعشاری بزرگتر از ۱ است.

(۱) بین رقم اول و دوم سمت چپ یک اعشار بزنید.

(۲) تعداد ارقام بین ممیز جدید و ممیز عدد را بشمارید و ۱۰ را به توان تعداد آنها برسانید.

(۳) ممیز عدد را حذف کنید.

(۴) اعداد قسمت ۲ و ۳ را در هم ضرب کنید.



$$295784321 / 0.21 = 2 / 95784321 \times 10^8$$

$$1398 / 0.301 = 1 / 3980301 \times 10^3$$

$$457 / 25698 = 4 / 5725698 \times 10^2$$

ریشه‌گیری

ریشه دوم یک عدد: چیزیکه اگر به توان ۲ برسه بشه اون عدد.

$$7^2 = 49 \longrightarrow \text{ریشه دوم ۴۹ است}$$

$$(-7)^2 = 49 \longrightarrow \text{ریشه دوم ۴۹ است}$$

$$(\sqrt{3})^2 = 3 \longrightarrow \text{ریشه دوم ۳ است}$$

$$(-\sqrt{3})^2 = 3 \longrightarrow \text{ریشه دوم ۳ است}$$

نتیجه ۱: واضح است عددهای منفی ریشه دوم ندارند زیرا هیچ عددی به توان ۲ منفی نمی‌شود.



نتیجه ۲: هر عدد حقیقی مثبت مانند a دو تا ریشه دوم دارد که قرینه یکدیگرند، $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.



ریشه سوم یک عدد: چیزیکه اگر به توان ۳ برسه بشه اون عدد.

$$2^3 = 8 \rightarrow \text{ریشه سوم ۸ است}$$

$$(-2)^3 = -8 \rightarrow \text{ریشه سوم -۸ است}$$

توجه: ریشه سوم یک عدد را (مثلاً a) به صورت $\sqrt[n]{a}$ نمایش می‌دهیم.



عدد زیر رادیکال $\rightarrow \sqrt[n]{a}$ ← فرجه

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها



برای اینکه بتوان دو عبارت رادیکال را ضرب و تقسیم کرد باید فرجه‌های هر ۲ رادیکال یکسان باشد.

$$\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

جمع و تفریق رادیکال‌ها



برای جمع و تفریق کردن عبارت‌های رادیکالی باید قسمت رادیکالی آن‌ها یکسان باشد.

- ۱- رشم سوم عدد ۸ - برابر ۲- است . ص ۵ ۵۴
 - ۲- اگر خواهم فرج عبارت $\frac{2}{12}$ را بگوینم ، باید صورت فرج را در $\frac{2}{12}$ کنیم .
 - ۳- حاصل $4\sqrt{2} - \sqrt{18}$.
 - ۴- حاصل عبارت $b^2 \times b^{-3}$ را به صورت یک عدد توان دار بنویسید . (۵۰ ب)
 - ۵- عدد حاصل را به صورت عا علمی غش دهید .
- ۹۲۰۴۰۰۰

- ۶- حاصل عبارت $(-2)^{-1}$ برابر با ۲+ است . ص ۵ ۵۴
 - ۷- حاصل $\frac{12}{16}$ سی از توان کردن فرج ، برابر است با ...
 - ۸- رشم سوم عدد ۲۷-
 - ۹- حاصل عبارت $(b^{-1})^2 \times b^3$ را به صورت یک عدد توان دار بنویسید . (۵۰ ب)
 - ۱۰- قطر یک قطبوتر ۰/۰۰۰۰۰۷ میلی متر است این عدد را با بنمار علمی غش دهید .
 - ۱۱- در جا خالی ملین از علامت ها $<$ یا $=$ یا $>$ را قرار دهید .
- $\sqrt{5+4} \dots \sqrt{5+4}$

- ۱۲- حاصل عبارت $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ برابر —
 - ۱۳- غش اعشاری عدد 1.2×10^{-3} کدام است . ۱) ۰/۰۰۵۲ ۲) ۵۲۰۰ ۳) ۰/۰۰۰۵۲ ۴) ۵۲۰۰۰
 - ۱۴- حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت بنویسید .
- $\frac{5}{4} + 3^{-1}$

۱۵- عدد ۸۳۰۰۰۰۰ را با بار علمی غایی دهید.

۱۶- فرج کسر $\frac{1}{\sqrt{2}}$ را بوی کنید.

۱۷- تهران ۱۴۱

۱۷- رتبه سوم عدد ۲۷ برابر است

۱۸- حاصل عبارت معادل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$2^{-4} \times 5^3$$

۱۹- ارزش عددی عبارت 10000012 قرائت این عدد را با بار علمی غایی دهید.

۲۰- فرج کسر $\frac{2}{\sqrt{3}}$ را بوی کنید.

درس اول و دوم: توان صحیح و نماد علمی

الف) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۱	عدد $(-\frac{1}{3})^{-2}$ از عدد 9^{-1} کوچکتر است.	درست ☐ نادرست ☐	(شهر تهران - فرداد ۹۶)
۲	حاصل عبارت $(\frac{2}{3})^{-2}$ مساوی $\frac{9}{4}$ است.	درست ☐ نادرست ☐	(استان فارس - فرداد ۹۶)
۳	عدد $(\frac{5}{2})^{-\frac{1}{2}}$ برابر $\sqrt{\frac{2}{5}}$ است.	درست ☐ نادرست ☐	(تألیفی)

ب) جاهای خالی را کامل نمایید.

۴	حاصل عبارت $(\frac{1}{5})^6 \times 5^{-2}$ به صورت عددی تواندار برابر است.	(شهر تهران - فرداد ۹۶)
۵	حاصل عبارت $(-2)^{-3}$ برابر است.	(شهرستان‌های استان تهران - فرداد ۹۶)
۶	اگر a عددی غیر صفر و n عدد طبیعی باشد حاصل a^{-n} با است.	(استان اصفهان - فرداد ۹۶)
۷	حاصل عبارت $(+2)^{-1} + 2^0$ برابر است.	(استان آذربایجان شرقی - فرداد ۹۶)
۸	ریشه سوم -27 برابر است.	(استان لرستان - فرداد ۹۶)

ج) به سوالات زیر پاسخ دهید.

۹	حاصل عبارت زیر را به صورت نماد علمی نمایش دهید.	(شهرستان‌های استان تهران - فرداد ۹۶)
	$\frac{0.072 \times 10^{-3}}{10^7} =$	
۱۰	شعاع خورشید تقریباً 695000 کیلومتر است. این عدد را با نماد علمی نشان دهید.	(استان قزوین - فرداد ۹۶)
۱۱	حاصل را به صورت توان‌دار بنویسید.	(استان قزوین - فرداد ۹۶)
	$(2^5 \times 2^4) \div 2^{-7} =$	
۱۲	حاصل عبارات زیر را به دست آورید.	(استان البرز - فرداد ۹۶)
	$\frac{m^6 \times m^{-2}}{m^7} =$	
۱۳	نماد علمی عدد $245/94$ را بنویسید.	(استان اصفهان - فرداد ۹۶)
۱۴	حاصل عبارت زیر را به دست آورید.	(استان اصفهان - فرداد ۹۶)
	$\frac{\left(\frac{6}{10}\right)^4 \times \left(\frac{6}{5}\right)^{-4}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} =$	
۱۵	حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.	(استان فارس - فرداد ۹۶)
	$\frac{3^7 \times 5^{-8}}{5^2 \times 3^{-4}} =$	
۱۶	حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.	(استان آذربایجان شرقی - فرداد ۹۶)
	$\left(\frac{1}{7} - \frac{1}{2}\right) \div 7\frac{1}{2} =$	
۱۷	حاصل عبارت $3 \times 10^{-4} \times 7 \times 10^2$ را با نماد علمی بنویسید.	(استان آذربایجان شرقی - فرداد ۹۶)

ریاضی نهم

فصل چهارم (توان و ریشه)

۱۸	حاصل عبارات مقابل را به صورت نماد علمی بنویسید. (استان زنجان - فرداد ۹۶)	$\frac{2/75 \times 10^{12}}{0/22 \times 10^{-8}} =$
۱۹	شعاع تقریبی کره زمین ۶۴۰۰ کیلومتر است. شعاع زمین را بر حسب متر با نماد علمی بنویسید. (استان خراسان جنوبی - فرداد ۹۶)	
۲۰	حاصل عبارت مقابل را به صورت عدد تواندار بنویسید. (استان خراسان جنوبی - فرداد ۹۶)	$\left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4 =$
۲۱	عدد رو به رو را با نماد علمی نمایش دهید. (استان لرستان - فرداد ۹۶)	$0/000143 =$
۲۲	نمایش اعشاری عدد داده شده را بنویسید. (استان قزوین - فرداد ۹۵)	$5/3 \times 10^2 =$
۲۳	حاصل را به صورت یک عدد تواندار بنویسید. (استان قزوین - فرداد ۹۵)	$(0/5)^{-2} \times 2^4 =$
۲۴	حاصل عبارت مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید. (استان لرستان - فرداد ۹۵)	$\frac{2^5 \times 5^{-3}}{2^{-4} \times 5^{-12}} =$
۲۵	مسافتی که نور در مدت یک ثانیه طی می کند 3×10^8 کیلومتر در ثانیه است. مسافتی که نور در مدت $3/6 \times 10^3$ طی می کند را با نماد علمی نشان دهید. (استان کرمانشاه - فرداد ۹۵)	
۲۶	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید. (استان کرمانشاه - فرداد ۹۵)	$(3^{-5} \times 10^{-5}) \div 3^2 =$
۲۷	حاصل عبارت زیر را به شکل یک عدد تواندار با توان مثبت بنویسید. (استان فارس - فرداد ۹۵)	$\frac{8^6 \times 2^{-5}}{2^4 \times 8^{-3}} =$
۲۸	عدد $0/00001275$ را به صورت نماد علمی بنویسید. (استان مرکزی - فرداد ۹۵)	
د) گزینه صحیح را مشخص کنید.		
۲۹	نماد علمی عدد $0/00029$ کدام است؟ (شهر تهران - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $2/9 \times 10^{-4}$ ☐ ۲) 29×10^{-4} ☐ ۳) $2/9 \times 10^4$ ☐ ۴) 29×10^4
۳۰	نمایش عدد $0/00732$ با نماد علمی کدام یک از گزینه های زیر است؟ (استان البرز - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $7/32 \times 10^3$ ☐ ۲) $7/32 \times 10^{-3}$ ☐ ۳) $0/732 \times 10^2$ ☐ ۴) $7/32 \times 10^2$
۳۱	نماد علمی مربوط به عدد 4025 کدام مورد است؟ (استان فارس - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $40/25 \times 10^2$ ☐ ۲) $4/025 \times 10^2$ ☐ ۳) $40/25 \times 10^4$ ☐ ۴) $4/025 \times 10^4$
۳۲	نماد علمی $0/0526$ کدام گزینه است؟ (استان خراسان جنوبی - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $5/26 \times 10^{-1}$ ☐ ۲) 526×10^{-2} ☐ ۳) $52/6 \times 10^{-2}$ ☐ ۴) $5/26 \times 10^{-2}$
۳۳	نماد علمی عدد 300300 کدام است؟ (استان لرستان - فرداد ۹۵)	☐ ۱) $300/3 \times 10^2$ ☐ ۲) $30/03 \times 10^4$ ☐ ۳) $3/003 \times 10^5$ ☐ ۴) $0/3003 \times 10^6$
۳۴	نماد علمی عدد 5739 کدام است؟ (استان فارس - فرداد ۹۵)	☐ ۱) $5/739 \times 10^{-3}$ ☐ ۲) 5739×10^{-3} ☐ ۳) $5/739 \times 10^2$ ☐ ۴) 5739×10^2
۳۵	حاصل عبارت $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2$ برابر کدام گزینه است؟ (استان آذربایجان شرقی - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $\frac{25}{4}$ ☐ ۲) $\frac{25}{2}$ ☐ ۳) $\left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right)^2$ ☐ ۴) $\frac{641}{100}$
۳۶	کدام گزینه از بقیه بزرگتر است؟ (استان لرستان - فرداد ۹۶)	☐ ۱) $(-2)^{-3}$ ☐ ۲) $(-2)^3$ ☐ ۳) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}$ ☐ ۴) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$

درس سوم و چهارم: ریشه گیری، جمع و تفریق رادیکال‌ها

الف) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

۱	$\frac{\sqrt{x}}{5}$ یک عبارت گویا نیست.	درست ☐ نادرست ☐	(استان فراسان جنوبی - فرداد ۹۶)
۲	ریشه سوم ۱۲۵، عدد ۵ می‌باشد.	درست ☐ نادرست ☐	(استان فراسان رضوی - فرداد ۹۶)
۳	عبارت $\frac{\sqrt{3x^2}}{2x}$ یک عبارت گویا است.	درست ☐ نادرست ☐	(استان لرستان - فرداد ۹۵)

ب) جاهای خالی را کامل نمایید.

۴	حاصل عبارت $\sqrt{\frac{27}{64}}$ برابر است با:	(استان قزوین - فرداد ۹۶)
۵	گویا شده $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ برابر است.	(استان آذربایجان شرقی - فرداد ۹۶)
۶	اگر مخرج کسر $\frac{6}{\sqrt{2}}$ را گویا کنیم، آنگاه حاصل برابر با می‌شود.	(استان قزوین - فرداد ۹۵)
۷	عبارت یک عبارت گویا نیست. $(\frac{\sqrt{2}x}{y}, \frac{ x-3 }{2x})$	(استان کرمانشاه - فرداد ۹۵)

ج) به سوالات زیر پاسخ دهید.

۸	الف) حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. $\frac{\sqrt{20} + 2\sqrt{45}}{\sqrt{5}} =$ ب) مخرج کسر مقابل را گویا کنید. $\frac{2}{2\sqrt{3}} =$	(شهر تهران - فرداد ۹۶)
۹	مخرج کسر زیر را گویا کنید. $\frac{5}{\sqrt{2}} \times$	(استان قزوین - فرداد ۹۶)
۱۰	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $3\sqrt{20} - \sqrt{45} =$	(استان البرز - فرداد ۹۶)
۱۱	کسر زیر را گویا کنید. $\frac{3}{\sqrt[5]{a^2}} =$	(استان البرز - فرداد ۹۶)
۱۲	مخرج کسر زیر را گویا کنید. $\frac{3}{2\sqrt{7}}$	(استان اصفهان - فرداد ۹۶)
۱۳	مخرج کسر زیر را گویا کنید. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$	(استان فارس - فرداد ۹۶)
۱۴	مخرج کسر زیر را گویا کنید. $\frac{7}{\sqrt[3]{2x}}$	(استان زنجان - فرداد ۹۶)

۱۵	با توجه به اعداد داخل کادر هر تساوی را کامل کنید. (دو مورد اضافی است).	(استان قزوین - فرداد ۹۵)
	$(-5^{-2})^{-1} =$, $\sqrt{16+9} =$, $\boxed{-25, 7, 5, 5^2}$	
۱۶	حاصل را به ساده‌ترین شکل بنویسید.	(استان قزوین - فرداد ۹۵)
	$\sqrt{8} - \sqrt{50} =$	
۱۷	مخرج کسر مقابل را گویا کنید.	(استان کرمانشاه - فرداد ۹۵)
	$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$	
۱۸	عبارت گویای مقابل به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟	(استان فارس - فرداد ۹۵)
	$\frac{x^2 + 12}{x - 3}$	
۱۹	حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.	(استان مرکزی - فرداد ۹۵)
	$5\sqrt{12} - 6\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$	
۲۰	مخرج کسر را گویا کنید.	(استان مرکزی - فرداد ۹۵)
	$\frac{6}{\sqrt{2}}$	
(د) گزینه صحیح را مشخص کنید.		
۲۱	حاصل $\frac{-3}{\sqrt[3]{3}}$ پس از گویا کردن مخرج کدام گزینه است؟	(استان خراسان جنوبی - فرداد ۹۶)
	☐ ۱ (۱) ☐ $-3\sqrt[3]{3}$ (۲) ☐ $\sqrt[3]{9}$ (۳) ☐ $-\sqrt[3]{9}$ (۴)	
۲۲	کدام یک از عبارت‌های زیر گویا نیست؟	(استان قزوین - فرداد ۹۵)
	☐ $3x^2$ (۱) ☐ $\frac{1}{\sqrt{x}}$ (۲) ☐ $\frac{2x+1}{x^2-1}$ (۳) ☐ ۵ (۴)	
۲۳	حاصل عبارت $\frac{\sqrt{-2000x} - \sqrt{5}}{3\sqrt{12} - \sqrt{3} + \sqrt{75}}$ کدام است؟	(تألیفی)
	☐ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱) ☐ $\frac{-\sqrt{3}}{3}$ (۲) ☐ $\sqrt{3}$ (۳) ☐ $-\sqrt{3}$ (۴)	
۲۴	اگر $x > 2$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{(-x+1)^2} - \sqrt{(x-2)^2}$ کدام گزینه است؟	(تألیفی)
	☐ $2x+1$ (۱) ☐ ۳ (۲) ☐ ۱ (۳) ☐ -۱ (۴)	
۲۵	ساده شده عبارت رو به رو در کدام گزینه آمده است؟	(تألیفی)
	$(13\sqrt[3]{2} - 5\sqrt[3]{16}) + (2\sqrt{8} - \sqrt{32}) = ?$ ☐ $\sqrt[3]{18}$ (۱) ☐ $3\sqrt[3]{2}$ (۲) ☐ $\sqrt[3]{6}$ (۳) ☐ $6\sqrt[3]{4}$ (۴)	
۲۶	حاصل کسر $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ کدام است؟	(تألیفی)
	☐ $-\sqrt{3} + \sqrt{2}$ (۱) ☐ $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ (۲) ☐ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۳) ☐ $\sqrt{5}$ (۴)	