

جلسه ۵- عددهای حقیقی-عددهای گویا

تعریف اعداد گویا: هر عددی که بتوان آن را به صورت کسری نوشت، به طوریکه صورت و مخرج آن هر دو عدد صحیح باشند و مخرج صفر نباشد، عددی گویاست. مجموعه اعداد گویا به زبان ریاضی به صورت زیر نشان داده می شود:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

نکته: مجموعه اعداد گویا را نمی توان با نوشتن اعضا مشخص کرد زیرا بین هر دو عدد گویا، بی شمار عدد گویای دیگر وجود دارد.

مثال: از بین اعداد زیر، اعداد گویا را مشخص کنید.

$$\frac{4}{5-\sqrt{25}}, \quad \frac{\sqrt{9}}{7}, \quad \frac{0}{6}, \quad -1/2, \quad \frac{\sqrt{8}}{2}$$

نوشتن چند کسر بین دو کسر: برای نوشتن چند کسر بین دو عدد یا کسر، روش های متفاوتی وجود دارد:

(۱) **استفاده از مخرج مشترک:** ابتدا بین دو کسر، مخرج مشترک می گیریم. سپس با توجه به صورت دو کسر، عددی را بین آنها انتخاب می کنیم. اگر صورت کسرها متوالی باشد، پس از یکسان سازی مخرج ها، صورت و مخرج را در یک عدد بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب می کنیم.

مثال: بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ چهار کسر بنویسید.

(۲) **روش میانگین:** می دانیم که میانگین هر دو عدد دقیقاً وسط آن دو عدد قرار دارد و از هر دو عدد به یک فاصله است. با استفاده از این نکته می توان بین دو عدد دلخواه، کسرهایی خواسته شده را نوشت.

مثال: بین دو کسر $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{3}$ به روش میانگین، دو کسر بنویسید.

(۳) **روش جمع صورتها با هم و مخرج ها با هم:** این روش بسیار ساده تر و بهتر برای نوشتن چند کسر بین دو کسر است.

مثال: بین دو کسر $\frac{5}{9}$ ، $\frac{6}{7}$ سه کسر بنویسید.

نمایش اعشاری اعداد گویا: دو نوع عدد اعشاری داریم:

(۱) عدد اعشاری مختوم

(۲) عدد اعشاری متناوب که دو دسته اند: الف) متناوب ساده

ب) متناوب مرکب

(۱) **عدد اعشاری مختوم:** اگر پس از ساده کردن کسر، در مخرج کسر فقط عامل های اول ۲ یا ۵ یا هر دو همزمان وجود داشته باشند، در این صورت به هنگام تقسیم صورت بر مخرج، به باقیمانده صفر می رسیم که این حالت را نمایش اعشاری مختوم می نامند.
مثال: کسرهای زیر مختوم هستند:

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

$$\frac{7}{20} = 0.35$$

$$\frac{1}{8} = 0.125$$

(۲) **عدد اعشاری متناوب ساده:** اگر پس از ساده کردن کسر، در مخرج کسر عامل های اول غیر از ۲ و ۵ وجود داشته باشد، در این حالت به هنگام تبدیل به اعشار، بلافاصله پس از ممیز، عدد یا عددهای پیوسته و به صورت مداوم تکرار می شود که آن را دوره گردش می نامیم. این حالت را نمایش اعشاری متناوب ساده می گویند.

مثال: کسرهای زیر متناوب ساده هستند:

$$\frac{2}{3} = 0.66666... = 0.\overline{6}$$

$$\frac{35}{33} = 1.060606... = 1.\overline{06}$$

(۳) **عدد اعشاری متناوب مرکب:** اگر پس از ساده کردن کسر، در مخرج کسر هم عامل های اول ۲ یا ۵ و هم عامل های اول غیر از ۲ و ۵ دیده شود، در این حالت به هنگام تبدیل به اعشار، بلافاصله بعد از ممیز، دوره گردش آغاز نمی شود بلکه یک یا چند رقم فاصله می افتد سپس دوره گردش شروع می شود که این حالت را نمایش اعشاری متناوب مرکب می گویند.

مثال: کسرهای زیر متناوب مرکب هستند:

$$\frac{16}{45} = 0.35555... = 0.3\overline{5}$$

$$\frac{5}{6} = 0.83333... = 0.8\overline{3}$$

نکته: قبل از اینکه نوع نمایش اعشاری یک عدد گویا را مشخص کنیم، باید صورت و مخرج را در صورت امکان ساده کنیم.

تمرین: نوع نمایش اعشاری هر یک از اعداد گویای زیر را مشخص کنید.

$$\frac{39}{60}$$

$$\frac{5}{15}$$

$$\frac{9}{16}$$

$$\frac{17}{30}$$

تمرین: حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} =$$

$$2 + \frac{2 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{1}{2}} \div \frac{1}{4} =$$