

جلسه ۱۲ - توان و ریشه - توان صحیح

یادآوری مفهوم توان: در سال های گذشته آموختیم توان برای پرهیز از تکرار در ضرب استفاده می شود.

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = +\frac{1}{25}$$

مثال:

یادآوری نکات توان:

۱. عددی که توان ندارد، توانش ۱ است. $a^1 = a$
۲. عدد ۱ به توان هر عددی برسد برابر است با ۱. $1^a = 1$
۳. صفر به توان هر عدد برابر است با ۰. $0^a = 0$
۴. هر عدد غیر صفر به توان ۰، برابر است با ۱. $a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

توان منفی: اگر پایه ی عدد توان داری را معکوس کنیم، علامت توان آن مثبت می شود. $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad a \neq 0, n \in \mathbb{N}$

تمرین: هر یک از اعداد زیر را به صورت توان مثبت بنویسید.

الف) $5^{-3} =$

ب) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} =$

پ) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

ت) $(0/2)^{-4} =$

ث) $3^{-8} =$

ج) $-5^{-2} =$

قوانین ضرب اعداد توان دار:

الف) ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی: در ضرب اعداد توان دار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را نوشته، سپس توان ها را با

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

هم جمع می کنیم.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

الف) $3^{-5} \times 3^4 =$

ب) $(-0/6)^{14} \times \left(-\frac{60}{100}\right)^{-3} =$

پ) $(0/2)^{-3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2 =$

ت) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-14} \times \left(\frac{4}{3}\right)^5 =$

ب) ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی: در ضرب اعداد توان دار با توان های مساوی، پایه ها را در هم ضرب کرده و یکی از توان

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

ها را می نویسیم.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

الف) $(-\frac{5}{6})^{-4} \times 30^{-4} =$

ب) $8^{-2} \times 5^{-2} =$

پ) $(-\frac{2}{3})^{-5} \times (\frac{15}{4})^{-5} =$

ت) $24^{-6} \times (\frac{1}{3})^{-6} =$

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

به توان رساندن یک عدد توان دار: اگر $a \neq 0$ باشد داریم:

$(2^3)^{-2} =$

$(5^{-3})^{-4} =$

مثال:

تمرین: حاصل ضرب های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف) $8^{-4} \times (\frac{1}{16})^{-2} =$

ب) $27^2 \times 9^{-5} =$

قوانین تقسیم اعداد توان دار:

الف) تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی: در تقسیم اعداد توان دار با پایه های مساوی، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

هم کم می کنیم.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را به صورت عددی توان دار بنویسید.

الف) $5^{-3} \div 5^7 =$

ب) $(-1\frac{1}{5})^4 \div (-\frac{6}{5})^{-7} =$

پ) $(\frac{3}{4})^{-9} \div (0/75)^{-2} =$

ت) $(-\frac{1}{4})^{-1} \div (-\frac{1}{4})^{-2} =$

نکته: اگر صورت یا مخرج کسری دارای عددی با توان منفی باشد، با انتقال عدد دارای توان منفی از صورت به مخرج و یا برعکس،

توان مثبت می شود.

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف) $\frac{2^{-7} \times 5^3}{2^5 \times 5^{-9}} =$

ب) $\frac{3^{-4} \times 2^{12} \times 5^{-19}}{3^{17} \times 5^2 \times 2^{-9}} =$

تمرین: مقایسه کنید.

الف) $(\frac{5}{6})^0 \square (\frac{5}{6})^{-1}$

ب) $(0/3)^4 \square (0/1)^{-4}$

پ) $(-3)^{-4} \square -3^{-4}$

ت) $(0/8)^2 \square (1/25)^{-3}$