



نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فصل ۵- عبارت جبری

دبیرستان علوی آریاشهر

نام استاد: مهندس مهدی زاده

۱- کدام یک از عبارت‌های زیر، یک جمله‌ای است؟

- ① $\frac{x^3y}{a^6}$ ② $\sqrt{xy}a^2$ ③ $-\sqrt{xy}y^2$ ④ $3^{x+y} + 5$

۲- حاصل عبارت $(a+1)^2 + (a-1)^2 - 2(a+1)(a-1)$ چندجمله‌ای است؟

- ① یک جمله‌ای ② دو جمله‌ای ③ سه جمله‌ای ④ پنج جمله‌ای

۳- کدام گزینه با جمله $5ab^2$ متشابه است؟

- ① $5ab$ ② $5a^2b^2$ ③ $-b^2a$ ④ $-5ab$

۴- ساده شده عبارت $(x+3)^2 - 2(x+3) + 1$ کدام است؟

- ① $(x+2)^2$ ② $(x+4)^2$ ③ x^2 ④ 1

۵- حاصل عبارت $2(x+x^2)(3x-1) + 3x(x-2)(2x+1)$ کدام است؟

- ① $-5x^{12} - 8x$ ② $12x^3 + 5x^2 + 8x$ ③ $12x^3 - 5x^2 - 8x$ ④ $6x^3 - 5x^2 - 8x$

۶- حاصل عبارت جبری $(a+2)(a-3) - (a-1)^2$ کدام است؟

- ① $a-5$ ② $2a-5$ ③ $a-7$ ④ $2a-7$

۷- کدام یک از عبارت‌های زیر یک جمله‌ای نیست؟

- ① $-\sqrt{3}x^2$ ② $\sqrt[3]{y}$ ③ πx^2 ④ $-\frac{3}{4}$

۸- مرتب شده عبارت $x^8 + 2x^6y^2 + 7x^5 + 3y^3x + y^4x^3$ برحسب توان‌های نزولی x کدام است؟

- ① $x^8 + 7x^5 + 2x^6y^2 + 3xy^3 + x^3y^4$ ② $2y^4x^6 + y^4x^3 + 3y^3x + x^8 + 7x^5$
③ $2x^6y^2 + x^8 + 7x^5 + x^3y^4 + 3xy^3$ ④ $x^8 + 7x^5 + 2x^6y^2 + x^3y^4 + 3xy^3$

۹- مقدار عبارت $a^3 - 2ab - b^3$ به ازای $a = -1$ و $b = 2$ برابر کدام است؟

- ① -13 ② -11 ③ -5 ④ -3

۱۰- اگر $A = x^2 + 2x + 3$ ، $B = 2x^2 + 3x - 1$ و $C = 3x^2 - 5x + 4$ باشند، آنگاه مقدار $2A + B - C$ کدام است؟

- ① $x^2 + 10x - 2$ ② $x^2 + 12x - 1$ ③ $x^2 + 12x + 1$ ④ $x^2 + 10x + 2$

۱۱- درجه چندجمله‌ای $3x^2 - 4x + 1$ نسبت به x کدام است؟

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1

۱۲- کدام گزینه یک عبارت یک جمله‌ای است؟

- ① $7\sqrt{x}$ ② 5 ③ $\frac{4}{x}$ ④ $8y^{-4}$

۱۳- درجه یک جمله‌ای $-5xy^2z^3$ نسبت به همه متغیرهایش کدام است؟

- ① 5 ② 6 ③ 1 ④ 3

۱۴- مقدار عددی $3a^2 - b^2 + 2ab$ به ازای $b = 3$ و $a = -2$ کدام است؟

- ① ۹ ② -۹ ③ ۷ ④ -۸

۱۵- درجه چندجمله‌ای $xy^2 - xy$ نسبت به تمام حروف برابر کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

۱۶- درجه جمله $5x^2y^3$ نسبت به متغیر x کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۵ ④ -۱

۱۷- اگر $A = x^2 + \frac{1}{p}$ و $B = x^2 - \frac{1}{p}$ باشد، حاصل $(B - A)(A + B)$ کدام است؟

- ① $2x^2$ ② $-2x^2$ ③ ۲ ④ -۲

۱۸- در چند جمله‌ای زیر، درجه چندجمله‌ای نسبت به هر کدام از متغیرهای x ، y و z به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$3x^3y^4z + \frac{y}{8}xyz^5 - 2x + 7y^5 - \frac{3}{11}y^4z$$

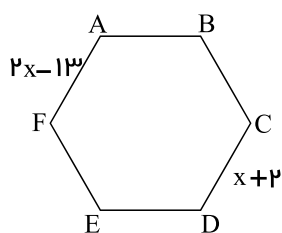
- ① ۱، ۱، ۱ ② ۵، ۷، ۳ ③ ۱، ۴، ۳ ④ $-\frac{3}{11}$ ، ۷، -۲

۱۹- درجه چندجمله‌ای $\sqrt{8}x^2ya^3 - \frac{4}{5}x^3y^6 + 3y^2a^2$ نسبت به x ، y و a کدام است؟

- ① ۶ ② ۹ ③ ۴ ④ $\sqrt{8}$

۲۰- کدام یک از عبارت‌های زیر، در مورد چندجمله‌ای $8x^2y + 4xy^3 + 6xyz + 1$ صحیح نیست؟

- ① درجه این چندجمله‌ای نسبت به x برابر با ۲ است. ② درجه این چندجمله‌ای نسبت به z برابر با ۱ است.
③ درجه این چندجمله‌ای نسبت به x ، y ، z برابر با ۳ است. ④ درجه این چندجمله‌ای نسبت به y برابر با ۳ است.

۲۱- اگر $ABCDEF$ شش ضلعی منتظم باشد، محیط آن کدام است؟

- ① ۹۰ ② ۱۰۲ ③ ۱۱۲ ④ ۱۳۲

۲۲- درجه چندجمله‌ای $(x^2 + 4x - 1)^3(x^5 - 6)^2$ چند است؟

- ① ۱۰ ② ۱۶ ③ ۲۷ ④ ۳۷

۲۳- کدام گزینه، یک جمله‌ای جبری نیست؟

- ① $\frac{4x^2}{y^{-3}}$ ② $4y^{\frac{1}{2}}$ ③ $\sqrt[3]{x^9}$ ④ ۵

۲۴- درجه یک جمله‌ای $5xy^2z^3$ نسبت به همه متغیرهایش برابر است با:

- ① ۵ ② ۶ ③ ۱ ④ ۳



۲۵- ساده شده کدام دو عبارت زیر با هم متشابه اند؟

الف) $(\frac{1}{3}x^2y)^2 - x^4y^2 + xy(x^3y)$

ب) $x(\frac{1}{3}x^2y)^2 + y^2x^5 - (\frac{2}{3}x^2y)^2x$

ج) $xy(x^2y^2) - \frac{x^6}{x^3y^{-3}} + 7$

د) $(yx)(yx)x^2 - \frac{(xy)^4}{y^2} + \frac{x^5}{x^3y^{-2}}$

۱) ب و ج

۲) الف و د

۳) الف و ج

۴) ب و د



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ باتوجه به تعریف، هر عبارت را که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان‌های صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، یک جمله‌ای گویند. تشریح گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: توان a ، -۴ می باشد. (توان منفی)

گزینه «۲»: x و y ، داخل رادیکال هستند. (توان غیر صحیح)

گزینه «۴»: دو جمله وجود دارد و همچنین x و y در توان می‌باشند.

۲ - گزینه ۱

یک جمله‌ای $\Rightarrow ۴ = ۲ + ۲ - ۲a^۲ + ۲ = ۲a^۲ + ۲ - ۲a^۲ + ۲ = ۲(a^۲ - ۱) - ۲(a^۲ - ۱) = (a^۲ - ۲a + ۱) + (a^۲ - ۲a + ۱) = ۲(a + ۱)(a - ۱) - ۲(a + ۱)(a - ۱) = (a + ۱)^۲ + (a - ۱)^۲$: روش اول

یک جمله‌ای $\Rightarrow ۴ = ۲^۲ = [1 + 1]^۲ = [(a + ۱) - (a - ۱)]^۲ = (a + ۱)^۲ - ۲(a + ۱)(a - ۱) + (a - ۱)^۲$: روش دوم (اتحاد مربع دو جمله‌ای)

۳ - گزینه ۳ دو جمله متشابه هستند اگر فقط در قسمت ضریب عددی متفاوت باشد بنابراین $5ab^۲$ با $-ab^۲$ متشابه است.

۴ - گزینه ۱ با کمی دقت در عبارت داده شده، متوجه می‌شویم که به فرم اتحاد مربع دو جمله‌ای است. بنابراین داریم:

$$(x + ۳)^۲ - ۲(x + ۳) + ۱ = ((x + ۳) - ۱)^۲ = (x + ۲)^۲$$

۵ - گزینه ۳

$$\begin{aligned} ۲(x + x^۲)(۳x - ۱) + ۳x(x - ۲)(۲x + ۱) &= ۲(۳x^۲ - x + ۳x^۳ - x^۲) + ۳x(۲x^۲ + x - ۴x - ۲) \\ &= ۴x^۲ - ۲x + ۶x^۳ + ۶x^۳ - ۹x^۲ - ۶x = ۱۲x^۳ - ۵x^۲ - ۸x \end{aligned}$$

۶ - گزینه ۳ با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\begin{aligned} (a + ۲)(a - ۳) &= a^۲ + (۲ - ۳)a + ۲(-۳) = a^۲ - a - ۶ \\ (a - ۱)^۲ &= a^۲ - ۲a + ۱ \end{aligned}$$

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(a + ۲)(a - ۳) - (a - ۱)^۲ = a^۲ - a - ۶ - (a^۲ - ۲a + ۱) = a^۲ - a - ۶ - a^۲ + ۲a - ۱ = a - ۷$$

۷ - گزینه ۲ یک جمله‌ای عبارت است از حاصل ضرب یک ضریب عددی در متغیرهایی با توان حسابی بنابراین فقط $\sqrt[۳]{y}$ یک جمله‌ای نیست.

۸ - گزینه ۴ زمانی یک چندجمله‌ای برحسب یک متغیر استاندارد می‌شود که توان‌هایش به صورت نزولی مرتب شوند.

$$\text{برحسب } x: x^۸ + ۷x^۷ + ۲x^۶y^۷ + x^۳y^۴ + ۳xy^۳$$

$$\text{برحسب } y: ۲y^۷x^۶ + y^۴x^۳ + ۳y^۳x + x^۸ + ۷x^۷$$

۹ - گزینه ۳ به جای a مقدار -۱ و به جای b مقدار ۲ را جایگزین می‌کنیم:

$$a^۳ - ۲ab - b^۳ = (-۱)^۳ - ۲(-۱)(۲) - ۲(۲)^۳ = -۱ + ۴ - ۸ = -۵$$

۱۰ - گزینه ۳ عبارات A و B و C را جایگزین می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ۲A + B - C &= ۲(x^۲ + ۲x + ۳) + ۲x^۲ + ۳x - ۱ - (۳x^۲ - ۵x + ۴) \\ &= ۲x^۲ + ۴x + ۶ + ۲x^۲ + ۳x - ۱ - ۳x^۲ + ۵x - ۴ = x^۲ + ۱۲x + ۱ \end{aligned}$$

۱۱ - گزینه ۳ درجه چندجمله‌ای برابر است با مجموع بزرگ‌ترین توان از هر متغیر.

۱۲ - گزینه ۲ عبارت جبری به صورت ax^n نوشته می‌شود که در آن a عددی حقیقی و n عددی حسابی است. بنابراین اگر متغیر x زیر رادیکال یا در مخرج کسر و یا توان منفی داشته باشد، یک جمله‌ای به حساب نمی‌آید. عدد ۵ یک جمله‌ای از درجه صفر است.

۱۳ - گزینه ۲ درجه یک جمله‌ای نسبت به همه متغیرهایش، برابر حاصل جمع توان‌های متغیرهاست. بنابراین: $۱ + ۲ + ۳ = ۶$

۱۴ - گزینه ۲ به جای a مقدار -۲ و به جای b مقدار ۳ را جایگزین می‌کنیم:

$$۳a^۲ - b^۲ + ۲ab = ۳(-۲)^۲ - (۳)^۲ + ۲(-۲)(۳) \Rightarrow ۳ \times (+۴) - ۹ - ۱۲ = +۱۲ - ۹ - ۱۲ = -۹$$

۱۵ - گزینه ۲ درجه چندجمله‌ای نسبت به تمام حروف برابر است با بزرگ‌ترین مجموع توان از هر متغیر در جملات. بنابراین:

$$۲ + ۱ = ۳$$

۱۶ - گزینه ۱ توان x برابر ۲ است پس درجه جمله نسبت به x برابر ۲ است.

۱۷ - گزینه ۲ ابتدا عبارت‌های A و B را جایگزین می‌کنیم، سپس هر پرانتز را ساده می‌کنیم.

$$(B - A)(B + A) = \left[x^۲ - \frac{1}{۲} - x^۲ - \frac{1}{۲} \right] \left[x^۲ - \frac{1}{۲} + x^۲ + \frac{1}{۲} \right] = (-۱)(۲x^۲) = -۲x^۲$$

۱۸ - گزینه ۲ در هر چندجمله‌ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر بزرگ‌ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم که در گزینه ۲ به درستی آورده شده است.



۱۹ - گزینه ۲ طبق تعریف، درجهٔ یک چندجمله‌ای نسبت به چند متغیر، برابر است با بزرگترین درجهٔ یک چندجمله‌ای‌های آن نسبت به متغیرهای مورد نظر. هریک از جمله‌های چندجمله‌ای داده شده به صورت زیر می‌باشند که درجهٔ هر کدام نسبت به x ، y و a به صورت زیر می‌باشد:

$$\sqrt{a}x^2ya^3 \rightarrow 2 + 1 + 3 = 6$$

$$-\frac{4}{5}x^3y^6 \rightarrow 3 + 6 + 0 = 9$$

$$3y^2a^2 \rightarrow 0 + 2 + 2 = 4$$

بنابراین، بزرگترین آن‌ها ۹ می‌باشد.

۲۰ - گزینه ۳ در هر چندجمله‌ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم، بنابراین درجهٔ این چندجمله‌ای نسبت به متغیر x برابر با ۲، نسبت به متغیر y ، برابر با ۳ و نسبت به متغیر z برابر با یک است. هم‌چنین درجه نسبت به چند متغیر را بزرگترین مجموع درجه‌های تک‌جمله‌ای‌های آن نسبت به متغیرهای مورد نظر تعریف می‌کنیم که در این جا برابر با ۴ است. دقت کنید که در عبارت $4xy^3$ درجه نسبت به متغیر z برابر صفر است و مجموع درجه‌ها برابر با $4 = 0 + 3 + 1$ است.

۲۱ - گزینه ۲ شکل داده شده یک شش ضلعی منتظم است، پس طول ضلع‌های آن باهم برابر است.

$$2x - 13 = x + 2 \Rightarrow 2x - x = 2 + 13 \Rightarrow x = 15$$

$$17 + 2 = 19 \text{ یا } 13 - 13 = 0 - 13 = 17 \text{ اندازه هر ضلع}$$

$$102 = 17 \times 6 = \text{محیط شش ضلعی منتظم}$$

۲۲ - گزینه ۲ در اینجا کافی است در هریک از پرانتزها جملهٔ جبری با بزرگ‌ترین درجه را به توان پرانتزش رسانده، سپس آن‌ها را در هم ضرب کنیم تا درجهٔ کل عبارت به دست بیاید.

$$(x^2)^3 \times (x^5)^2 = x^6 \times x^{10} = x^{16}$$

پس درجهٔ عبارت ۱۶ خواهد شد.

۲۳ - گزینه ۲ یک جمله‌ای جبری به شکل ax^n بوده و در آن $n \in W$ است. بنابراین، توان متغیر در یک جمله‌ای جبری نمی‌تواند عددی کسری یا منفی باشد.

گزینهٔ ۱ برابر $4x^2y^3$ و گزینهٔ ۳ نیز x^3 می‌باشد که هر دو یک جمله‌ای می‌باشد. هر عدد حقیقی هم یک جمله‌ای است.

۲۴ - گزینه ۲ توان x یک، توان y دو و توان z سه است پس $1 + 2 + 3 = 6$.

۲۵ - گزینه ۲ حاصل عبارت‌های صورت سؤال را محاسبه می‌کنیم:

(الف)

$$\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^2 - x^4y^2 + xy(x^3y)$$

$$= \frac{1}{4}x^4y^2 - x^4y^2 + x^4y^2 = \frac{1}{4}x^4y^2$$

(ب)

$$x\left(\frac{1}{3}x^2y\right)^2 + y^2x^5 - \left(\frac{2}{3}x^2y\right)^2x$$

$$= \frac{1}{9}x^5y^2 + y^2x^5 - \frac{4}{9}x^5y^2 = \frac{2}{9}x^5y^2$$

(ج)

$$xy(x^2y^2) - \frac{x^6}{x^3y^{-2}} + 7 = x^3y^3 - x^3y^3 + 7 = 7$$

(د)

$$(yx)(yx)x^2 - \frac{(xy)^4}{y^2} + \frac{x^5}{x^3y^{-2}}$$

$$= x^4y^2 - \frac{x^4y^4}{y^2} + \frac{x^5}{y^{-2}}$$

$$= x^4y^2 - x^4y^2 + x^4y^2 = x^4y^2$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۵ - ۳	۹ - ۳	۱۳ - ۲	۱۷ - ۲	۲۱ - ۲	۲۵ - ۲
۲ - ۱	۶ - ۳	۱۰ - ۳	۱۴ - ۲	۱۸ - ۲	۲۲ - ۲	
۳ - ۳	۷ - ۲	۱۱ - ۳	۱۵ - ۲	۱۹ - ۲	۲۳ - ۲	
۴ - ۱	۸ - ۴	۱۲ - ۲	۱۶ - ۱	۲۰ - ۳	۲۴ - ۲	