

فصل پنجم - عبارات جبری

یک جمله ای: ضرب یک یا بیشتر در یک یا چند قسیر نه توان ها آن اعداد صحیح نامش

(حسابی) باشد را یک جمله ای (یک جمله ای) می نامیم.

خوارزمی در یک جمله ای بنویسد:

$$\sqrt{x}$$

$$1-2x$$

$$x^{-2}, x^{\frac{1}{2}}$$

$$x+x^2$$

$$2x$$

۱- قسیر در رابط

۲- قسیر داخل قدر مطلق

۳- قسیر دارای توان های گسری نامش باشد

۴- بیشتر از یک جمله باشد (جمع و تفریق داشته باشد)

۵- قسیر در توان باشد

مثال: یک جمله ای های زیر را مشخص کنید. پس هر یک از جمله ای قسیر و ضرب عبارتی را مشخص کنید.

$$\frac{\sqrt{4}}{x^{-2}}$$

$$\frac{4xy}{z}$$

$$2x^{-2}$$

$$x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{2}xy^2z^5$$

$$\frac{5}{x}$$

$$x^2$$

$$\sqrt{xy}$$

$$5x+9y$$

$$\sqrt{2}y^2$$

$$4$$

$$|x^2|$$

$$2x+2x$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}}z^2$$

$$-3\sqrt{\pi}$$

جمع و تفریق

اگر متغیر (تفریق) و توان آن ها یکسان باشند، همان حالت جمله ها مشابه می باشد

جمع و تفریق جمله های جبری

قانون جمع و تفریق جمله های جبری را می توان جمع کرده مشابه باشند

$$3x^2y - x^2y + 5x^2y = 7x^2y$$

ضرب در یک جمله ای جبری

کدام ضرب چند جمله ای نیاز به مشابه بودن نیست، نسبت های یکسانی در هم ضربت ها

حرف در هم ضرب می شوند

$$(-3x^2y) \times (\frac{1}{5}xyz) \times (-10ab^2) = (-3 \times \frac{1}{5} \times (-10)) \times (x^2y^2zab^2) = 6x^2y^2zab^2$$

در یک جمله ای

هم مرتب جمله ای نیست به هر متغیر، توان آن متغیر است و در هم ضربت جمله ای

نسبت به چند متغیر، برابر مجموع توان آن ها است

$$9x^2y^2z \rightarrow \text{درجه ۳ نسبت به } x$$

$$\rightarrow \text{درجه ۲ نسبت به } y$$

$$\rightarrow \text{درجه ۱ نسبت به } z$$

$$6 \rightarrow \text{درجه ۶ نسبت به } x, y, z$$

نکته: عبارتی که تغییر ندهد درجه آن ها صفر است. درجه صفر است $\rightarrow 6$
حل سوال ۱۰ ص ۷۹

ضربهای:

از جمع و تفریق تعدادی یک جمله ای غیر متساوی، یک ضربه ای به دست می آید. ضربه ای می تواند یک جمله ای نیز باشد.

$$x^3 + 5x^2 - 4$$

$$4x^2y - \sqrt{2}x$$

جمع و تفریق ضربه های: را جمع کردن ضربه های هم، یک جمله ای می شود. را جمع کردن ضربه های هم، یک جمله ای می شود.

$$4x^2y + 5yx - 4yx^2 + 7xy = -2x^2y + 14xy$$

با هم جمع می کنیم.

ضرب در ضربه های: برای ضرب ضربه های هم از قانون زیر پیروی می کنیم.

$$(a+d)(b+c) = a(b+c) + d(b+c) = ab+ac+db+dc$$

درم ضلعها ها

① درم ضلعها در مرتبه n تغییر ← برای مرتبه n توان آن متغیر است (مثلاً)

$$5x^2y + 12xy^3 - 4xy \rightarrow \begin{cases} \text{درم مرتبه } 2 : x \\ \text{درم مرتبه } 3 : y \end{cases}$$

② درم ضلعها در مرتبه n تغییر ← ابتدا درم هر کدام از آن ضلعها را مرتبه

به متغیرها حساب کرده و مرتبه n توان آن ها جواب داده است

$$7x^3y - 5x^2y^3 + 9xy^7 \rightarrow \text{درم مرتبه } 2 : x \rightarrow \begin{matrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 8 \end{matrix}$$

ضلعها اینها را ندارد: اگر ضلعها در مرتبه n باشد از متغیرها n ، n باشد

توان های n توان (از مرتبه n و n) مرتبه n ، مرتبه n ضلعها اینها را ندارد (مثلاً)

$$9x^5 - 4x^3 - 2x^4 + 1x - x^2 + 1 = -x^2 + 4x^5 - 4x^4 - 4x^3 + 1x + 1$$

مثال (حاصل عبارت های زیر را برایت آورید)

$$1) (a+x)^2 = a^2 + x^2 + 2(a)(x) = a^2 + x^2 + 2ax$$

$$2) (2x+x)^2 = (2x)^2 + x^2 + 2(2x)(x) = 4x^2 + x^2 + 4x = 5x^2 + 4x$$

$$3) (2x-x)^2 = (2x)^2 + x^2 - 2(2x)(x) = 4x^2 + x^2 - 4x = 5x^2 - 4x$$

$$4) (x-2x)^2$$

$$5) (2a+3b)^2$$

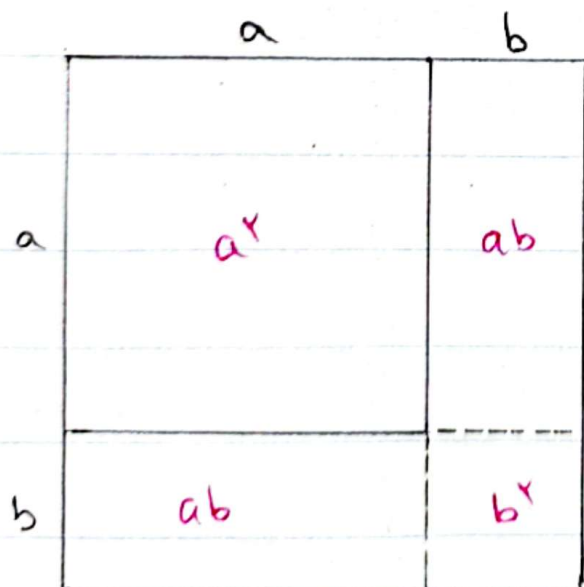
$$6) (\sqrt{2}a + \sqrt{3}b)^2 = (\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{3}b)^2 + 2(\sqrt{2}a)(\sqrt{3}b) = 2a^2 + 3b^2 + 2\sqrt{6}ab$$

$$7) (3+2\sqrt{3})^2 = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 + 2(3)(2\sqrt{3}) = 9 + 12 + 12\sqrt{3} = 21 + 12\sqrt{3}$$

$$8) (2a+b)^2 = (2a)^2 + b^2 + 2(2a)(b) = 4a^2 + b^2 + 4ab$$

اثبات هندسی اتحاد مربع دو ضلعی

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



1) مساحت کل : $(a+b)(a+b) = (a+b)^2$

2) مساحت کل : $a^2 + ab + ab + b^2$

1) = 2) $\Rightarrow (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

تجزیه عبارت های صوری

تجزیه یک عبارت صوری یعنی تقارن و در در این یک چند جمله ای و نوشتن آن به صورت ضرب دو یا چند عبارت

روش های متداول :

۱- فاکتورگیری : در بهترین حالت ضرب یا همان ب.م.م را پیدا کرده و آن را فاکتور می گیریم.

$$1) 4xy^2 - 12xy^3 = 4xy(x - 3y)$$

$$2) 4a^4 - 11a^3 = 4a^3(a - 3)$$

$$3) 2x^2y - 10xy^2 + 12x^2y = 2x^2y - 10xy^2 = 2xy(2x - 5y)$$

$$4) 7x^4 - 12x^3 + 11x^2 = 7x^2(x^2 - 2x + 3)$$

* تجزیه سه جمله ای ها : استفاده از فاکتورگیری - اتحاد مربع دو جمله ای
اتحاد جمله تریک - روش A

۲- تجزیه به یک اتحادها

* تجزیه دو جمله ای ها : استفاده از فاکتورگیری - اتحاد فراروح - اتحاد کعبه

$$\text{مثال) } x^2 + 4xy + 4y^2 = (x + 2y)^2$$

مربع کامل

↓

مربع کامل

↓

$$\begin{array}{c} x \quad \quad \quad 2y \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ 2xy \quad 4y^2 \end{array}$$

$$1) x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$r) x^p - K_2 + K = (x - t)^p$$

$$r) n^r - \ln n^r + r \ln n = (n^r - \ln n)$$

$$k) \lambda a_x^r + \mu a_{xy} + \nu a_y^r = r_a (r_x^r + \mu r_{xy} + \nu r_y^r) \\ = r_a (r_x + r_y)^r$$

سوال ۵۰ بہین ۱۵

۱۳۲۰ سال ۱۹۰۷ء، ک

جاء) $P_x^u + \lambda x^r + \lambda x^c$

$$c) \quad \kappa^a \kappa^b - 1 \kappa^a b^\mu + a^\mu b^\mu$$

$$2.) a(x+1) + b(x+1)^r$$

$$3) a^3 - 2a^2 + a$$

$$2) x^r y^r - f_x y + f$$

g) $12x^k + 12x^m + 9x^k$

آکار مربع سه عددی (مربع سه عددی بعضی سه عددی می توان نوشت)

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= (a+b+c)(a+b+c) \\&= a^2 + \underline{ab} + \underline{ac} + \underline{ba} + b^2 + \underline{bc} + \underline{ca} + \underline{cb} + c^2 \\&= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc\end{aligned}$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\begin{aligned}&= (a^2) + (b^2) + (c^2) + 2 \times (a \times b) + 2 \times (a \times c) + 2 \times (b \times c) \\&+ 2 \times (c \times b)\end{aligned}$$

نکته! اگر در این عبارت، علامت قسری وجود داشت، تغییر را به جمع تبدیل کرده و علامت منفی را بر آن عدد مربوط به آن در نظر می گیریم.

$$1) (a+b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$$

$$2) (a-b-c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$$

مثال) بسط اکا ص شد. $\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{7}$

$$1) (a+b+c)^2$$

$$2) \left(\frac{2}{3} - \sqrt{4} - \sqrt{5} \right)^2$$

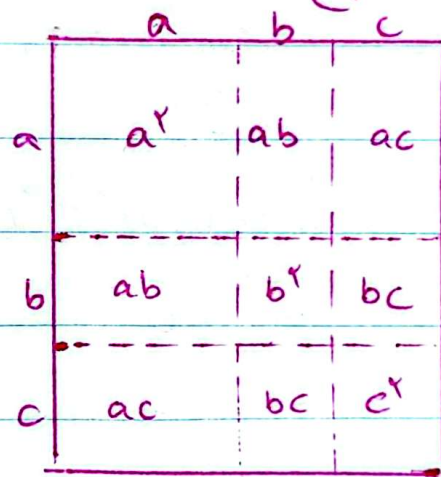
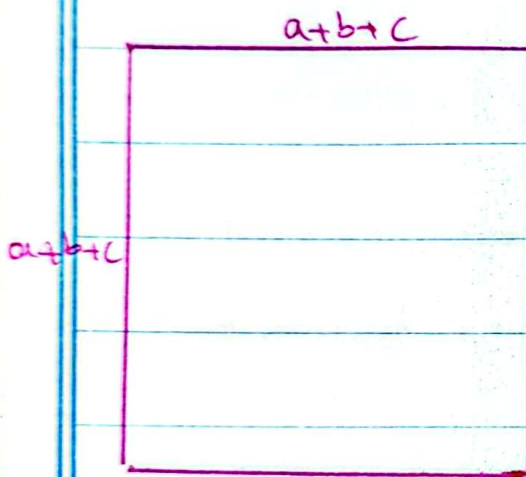
$$\left(\frac{x}{y} + \frac{x^2}{y} - x^3\right)^2 =$$

جواب: 1) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

2) $\left(\frac{1}{x} - \sqrt{x} - \sqrt{x}\right)^2 = \frac{1}{x} + x + x - \frac{1}{x}\sqrt{x} - \frac{1}{x}\sqrt{x} + 2\sqrt{x}$

3) $\left(\frac{x}{y} + \frac{x^2}{y} - x^3\right)^2 = \frac{x^2}{y} + \frac{x^4}{y} + x^6 + \frac{x^3}{y} - x^4 - \frac{2}{y}x^5$

اثبات هندسی این اتحاد مربع سه جایی



1) مساحت مربع = $(a+b+c)^2$

2) مساحت مربع = $a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2$

1) مساحت = 2 مساحت $\Rightarrow (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

$$(-\sqrt{2}a + 3b - 5c)^2 =$$

شکل (د) درست است

প্রমাণ করুন

$$(a+b+c)' = ((a+b)+c)' = (a+b)' + c' + c(a+b)$$

$$a' + b' + c' + c' + c(a+b)$$

$$= a' + b' + c' + c' + c(a+b)$$

آکار فرموج
مثال ۲ برائے اثبات

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(0+\square)(0-\square) = 0^2 - \square^2$$

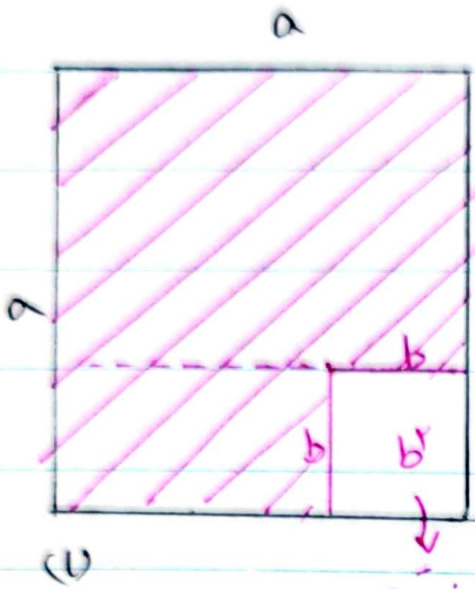
$$(ج.م + ج.د)(ج.م - ج.د) = (ج.م)^2 - (ج.د)^2$$

$$۱) (1+a)(1-a) = 1 - a^2$$

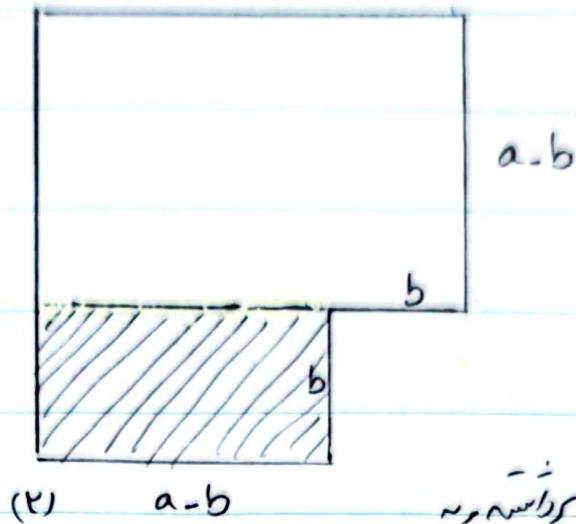
$$۲) (۲a+b)(۲a-b) = ۴a^2 - b^2$$

$$۳) (t+۳)(t-۳) = t^2 - 9$$

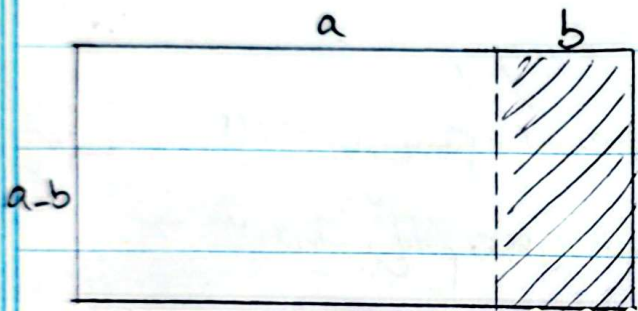
سوال ۲ با صفت ۱۷ کتاب حل شود. ہم کا شکریہ ادا کرتے ہیں، آمین



این قسمت را برمی داریم



بقیه ها را خود را بر داشته و به
قسمت است شکل اضافه می کنیم و متصل
طرح شود. مساحت شکل ۲ را به دست می آوریم.



(۳)

$$\text{مساحت شکل (۱)} = a^2 - b^2$$

$$\text{مساحت شکل ۳} = (a+b)(a-b)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \\ (3) \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

تجزیه به یک اتحاد فزوج

خطه درجه ی مربع کامل داشته باشیم به سبب آن به عبارت متفرق (نمایا) وجود داشته باشد

می توان به یک اتحاد فزوج آن را تجزیه کرد

۲. شمولی به استفاده از اتحاد فزوج { (۱) درجه یار عبارت داریم به مربع کامل هستند
(۲) بین درجه یار عبارت به مربع کامل اند عبارت متفرق قرار داشته باشد

نکته تجزیه (۱) از جمله ی اول و دوم یک عبارت جذر داریم

(۲) در اکثر موارد داریم و جمله های اول و دوم را

در هر یک از آن ها می نویسم بر آن اول و دوم جمله ها

عبارت جمع و تفریق داریم عبارت تفریق می داریم

$$1) x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$$

$$2) 4y^2 - \frac{1}{4}z^4 = (2y + \frac{1}{2}z^2)(2y - \frac{1}{2}z^2)$$

$$3) (2x+1)^2 - y^2 = (2x+1+y)(2x+1-y)$$

$$4) 1 - (2a+z)^2 = (1-2a-z)(1+2a+z)$$

$$5) (2x+1)^2 - (3x+4)^2 = (2x+1+3x+4)(2x+1-3x-4)$$

$$(5x+5)(-x-3)$$

$$6) x^4 - y^4 = (x^2+y^2)(x^2-y^2) = (x^2+y^2)(x+y)(x-y)$$

حل مثال ۸ و ۱۳ کتاب ۶

کلاس آمار و خروج

بزرگ آمار خروج حاصل عبارات زیر را بدست آورید

$$91 \times 10^2 = (100 - 9)(100 + 9) = 100^2 - 9^2 = 10000 - 81 = 9919$$

$$497 \times 500 = (500 - 3)(500 + 3) = 500^2 - 3^2 = 250000 - 9 = 249991$$

$$95 \times 105 = (100 - 5)(100 + 5) = 100^2 - 5^2 = 10000 - 25 = 9975$$

با استفاده از آمار مربع در عبارات زیر بنویسید

$$(1001)^2 = (1000 + 1)^2 = 1000^2 + 2000 + 1 = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$$

$$53^2 = (50 + 3)^2 = 2500 + 9 + 30 = 2539$$

$$99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 + 1 - 200 = 9801$$

$$2001^2 = (2000 + 1)^2 = 4000000 + 0.01 + 4000 = 4004001$$

۱- عبارات های زیر را با اتماد مزدوج تجزیه کنید.

۱- $۲۵x^۴ - ۹y^۴$

۱۲- $\frac{y^۴}{۴} - ۵$

۲- $x^۴ - ۸۱$

۱۳- $x^۴y - xy^۴$

۳- $۲۵z^۴ - \frac{۱}{۹}$

۱۴- $۳۲a^۴ - ۲b^۴$

۴- $۹a^۴b^۴ - ۱۶c^۴d^۴$

۱۵- $۹z^۴ - \frac{۱}{۳۶} y^۴$

۵- $a^۴x^۴ - ۸۱x^۴$

۱۶- $۴x^۴ - \frac{۱}{t^۴}$

۶- $x^۸ - ۱$

۱۷- $۵a^۴x - ۸ \cdot b^۴x$

۷- $x^۶ - y^۸$

۱۸- $x^۸ - ۶۲۵x^۴$

۸- $(۲a - ۱)^۴ - (a - ۱)^۴$

۱۹- $۱۶x^۴ - (۷ - ۳y)^۴$

۹- $۱۶a^۴ - ۸۱$

۲۰- $(x^۴ - ۸x + ۸)^۴ - ۶۴$

۱۰- $\frac{۱}{۴} - \frac{۹}{۴} x^۴y^۴$

۲۱- $۴x^۴ - (۵ - ۲y)^۴$

۱۱- $۲a^۴bc - ۱۸ab^۴c$

حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحاد مربع سه جمله ای بدست آورید.

اولی به توان ۲

دومی به توان ۲

سومی به توان ۲

دوبرابر اول در دوم

دوبرابر اول در سوم

دو برابر دوم در سوم

$$(x + y - a)^2 =$$

$$(2x + 3y - 4)^2 =$$

$$(x + 5y + 7)^2 =$$

$$(a - 2b + 1)^2 =$$

$$(3x + 2y - z)^2 =$$

$$(a^2 - 2a - 3)^2 =$$

$$\left(\frac{3}{2}x - 2y + \frac{1}{2}\right)^2 =$$

حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحاد مزدوج بدست آورید.

اولی به توان ۲

دومی به توان ۲

$$(x + 2)(x - 2) =$$

$$(5 - 7a)(5 + 7a) =$$

$$(4x + 7)(4x - 7) =$$

$$(a^2 - 4)(a^2 + 4) =$$

$$(x^2 - 4y)(x^2 + 4y) =$$

$$(x^2 - \sqrt{3})(x^2 + \sqrt{3}) =$$

$$(\sqrt{2}x - \sqrt{5})(\sqrt{2}x + \sqrt{5}) =$$

$$(2abc - 1)(2abc + 1) =$$

$$(x^3 + y^3)(x^3 - y^3) =$$

$$\left(3x - \frac{2}{5}\right)\left(3x + \frac{2}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{mt}{2} + 3b\right)\left(\frac{mt}{2} - 3b\right) =$$

$$\left(\frac{a^2}{2} - \frac{3}{5}\right)\left(\frac{a^2}{2} + \frac{3}{5}\right) =$$

$$(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x + 1) =$$