

جلسه ۱۸ - عبارت های جبری - نابرابری ها و نامعادله ها

رابطه ی بین دو عدد حقیقی: هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، یکی از سه حالت زیر برای دو عدد وجود دارد:

$a > b$ ▶ a بزرگ تر از b است که به صورت ریاضی می نویسیم :

$a = b$ ▶ a مساوی b است که به صورت ریاضی می نویسیم :

$a < b$ ▶ a کوچکتر از b است که به صورت ریاضی می نویسیم:

نکته: اگر عدد حقیقی a منفی نباشد، یعنی a یا مثبت است یا صفر. که می نویسیم: $a \geq 0$ و می خوانیم a بزرگتر یا مساوی 0 .

نکته: اگر عدد حقیقی a مثبت نباشد، یعنی a یا منفی است یا صفر. که می نویسیم: $a \leq 0$ و می خوانیم a کوچکتر یا مساوی 0 .

مثال: در هر قسمت با توجه به تساوی داده شده علامت \Leftrightarrow بگذارید.

الف) $a - b = 6 \rightarrow a \square b$

ب) $a + 3 = b + 1 \rightarrow a \square b$

پ) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \rightarrow x \square y$

ت) $-a + b = 3a \rightarrow a \square b$

خواص نامساوی ها:

▶ اگر دو طرف یک نامساوی را با عددی مانند m جمع کنیم، جهت نامساوی عوض نمی شود:

$$a < b \Rightarrow a + m < b + m$$

$$2 < 5 \Rightarrow 2 + 3 < 5 + 3$$

▶ اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی مثبت ضرب یا بر عددی مثبت تقسیم کنیم، جهت نامساوی عوض نمی شود:

$$4 < 6 \Rightarrow 4 \times 2 < 6 \times 2 \Rightarrow 8 < 12$$

$$4 < 6 \Rightarrow 4 \div 2 < 6 \div 2 \Rightarrow 2 < 3$$

▶ اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی منفی ضرب یا بر عددی منفی تقسیم کنیم، جهت نامساوی عوض می شود:

$$12 < 18 \Rightarrow 12 \times (-2) > 18 \times (-2) \Rightarrow -24 > -36$$

$$12 < 18 \Rightarrow 12 \div (-3) > 18 \div (-3) \Rightarrow -4 > -6$$

نامعادله: اگر در یک معادله ی جبری، بجای علامت مساوی، علامت نامساوی قرار گیرد نامعادله به وجود می آید.

به مجموعه اعدادی که به ازای آنها نامساوی برقرار باشد، مجموعه جواب نامعادله می گوئیم و این مجموعه جواب را با حرف D نمایش می دهیم. مجموعه جواب نامعادله را می توان روی محور اعداد حقیقی نشان داد.

روش حل نامعادله دقیقاً مانند روش های حل معادله است، فقط بجای علامت مساوی، علامت نامساوی داریم. توجه کنید که اگر ضریب متغیر، عددی منفی باشد در مرحله نهایی جهت نامساوی تغییر می کند.

تمرین: نامعادلات زیر را حل کنید و مجموعه جواب را بنویسید و روی محور نشان دهید.

الف) $2x - 3 < -6$

ب) $3x + 2 \geq 2(x - 1)$

پ) $\frac{x}{2} - 3 < \frac{x}{3} - 5$

ت) $3(2x + 4) > 5(2x - 8)$

ث) $(x - 2)^2 + 3 > (x + 5)^2$

ج) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4} \geq \frac{2}{3}x + 1$

مفهوم حداقل و حداکثر: کلمه "حداقل" به معنای بزرگتر مساوی است و کلمه "حداکثر" به معنای کوچکتر مساوی است.

تمرین: رویا قصد خرید خودکارهایی به قیمت ۱۵۰۰ تومان دارد. او ۲۴۰۰۰ تومان پول داشت که یک دفتر ۳۰۰۰ تومانی با آن خرید. با باقی مانده پولش، می تواند حداکثر چند خودکار بخرد؟

تمرین: سارا می خواهد کتابی به قیمت ۱۲۷۰۰۰ تومان بخرد. اگر او هر هفته ۱۲۰۰۰ تومان پس انداز کند، حداقل چند هفته باید به پس انداز کردن ادامه بدهد تا پول کافی برای خرید کتاب مورد نظرش را جمع کند؟

تمرین: علامت اعداد حقیقی را به صورتی تعیین کنید که نابرابری برقرار باشد.

الف) $a^2b < 0$

ب) $\frac{a}{b} > 0$