

محل هفتم - عبارات توان

یادآوری: تک جمله ای: ضرب یک عدد صحیح در یک یا چند متغیر نه توان هائی آن اعداد صحیح

نامش (صاحب) باشد آن تک جمله ای می نامیم.

موارد زیر تک جمله ای نیستند:

- ۱) قسمة زیر در اعداد
- ۲) قسمة داخل قدر مطلق
- ۳) قسمة دارا توان ها کسری نامش
- ۴) تیر از تک جمله باشد (جمع و تفریق داشته باشد)
- ۵) قسمة در توان باشد

عبارات توان: کسری است که صورت و مخرج آن ضد جمله ای باشد. (ضد جمله ای: جمع و تفریق تک جمله ای غیر متشابه)

نمونه از عبارات زیر توان هستند:

$$\frac{x-5}{5x^2-5x+1}, \frac{x+5}{x-1}, \frac{1}{x}, \sqrt{xy}, \frac{-a}{4}, \frac{2}{5}$$

$$\frac{x-4}{4}, |x-y|, \frac{x}{y}, \frac{1}{\sqrt{x-2}}, \frac{x^2-\sqrt{3}x+1}{9xy}, \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{x+\sqrt{v}}{x^2}, \frac{\sqrt{x}}{x+y}, \frac{xy^2}{(x-y)^2}, \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, \frac{x^2}{1}, -\frac{a}{b}, x^2+x-7$$

نکته: یک عبارت توانی نشان دهنده یک مقدار است نه با جای گذاری مقادیر خاص

برای مقبره‌هاست محاسبه می‌شود.

مثال: مقدار مخرج $\frac{x+5}{x-3}$ را به ازای مقبره‌ها زیر به دست آورید.

$x = -5, x = -1, x = 0, x = \frac{1}{2}, x = 7, x = -2$

$\frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$ $\frac{7+5}{7-3} = \frac{12}{4} = 3$ $\frac{\frac{1}{2}+5}{\frac{1}{2}-3} = \frac{\frac{11}{2}}{-\frac{5}{2}} = -\frac{11}{5}$ $\frac{0+5}{0-3} = \frac{5}{-3} = -\frac{5}{3}$ $\frac{-1+5}{-1-3} = \frac{4}{-4} = -1$ $\frac{-5+5}{-5-3} = \frac{0}{-8} = 0$

اگر در عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ قرار دهیم $x=3$ مخرج این عبارت توانی صفر می‌شود و تعریف نشده است.

نکته: مقادیر از مقبره نه به ازای آن‌ها مخرج کسر صفر می‌شود را نمی‌توان به جای مقبره در عبارت جبرک قرار داد. زیرا مخرج مساوی صفر می‌شود و یک عبارت تعریف نشده به حساب می‌آید.

مثال: عبارت $\frac{x+5}{x-3}$ به ازای چه مقدار تعریف نشده است؟

$\frac{x+5}{x-3}$

مخرج را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$x-3 = 0 \rightarrow x = 3$

به ازای $x=3$ تعریف نشده است.

دانشجویان عبارت‌ها را لویا: قطاری هستند که به ازای آن‌ها مخرج‌ها تفویض شده باشند.

۱- اصلاً به صورت عبارت نگاه نکنید، مخرج‌ها مساوی صفر قرار دهید و حاصل را از دانشمندی آن

خوب کنید. وقت نماند حق ساره مراد نماند!

مثال) دانشمندی عبارت زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } \frac{2x}{x^2-9} \rightarrow x^2-9=0 \rightarrow (x-3)(x+3)=0 \begin{cases} x-3=0 \rightarrow x=3 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$

$$D: \mathbb{R} - \{-3, +3\}$$

ب) $\frac{1x+5}{2} \rightarrow 2 \neq 0 \quad D: \mathbb{R}$ به ازای همگی مخرج‌ها تفویض شده است

پ) $\frac{1+x}{x} \rightarrow x=0 \quad D: \mathbb{R} - \{0\}$ به ازای $x=0$ تفویض شده است.

ت) $\frac{2b+1}{2b-1} \rightarrow 2b-1=0 \rightarrow 2b=1 \rightarrow b=\frac{1}{2} \quad D: \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$ به ازای $x=\frac{1}{2}$ تفویض شده است.

ث) $\frac{2x}{x^2+4} \rightarrow x^2+4 \neq 0$ همیشه مثبت است و صفر هم صفر نمی‌شود. به ازای همگی مخرج‌ها تفویض شده است. $D: \mathbb{R}$

$$ج.) \frac{x}{x^2-1} \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow (x-1)(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$D: R - \{-1, 1\}$$

میزان $x=1$, $x=-1$ تفویض است.

$$ج.) \frac{a+5}{a^2-5a+4} \rightarrow a^2-5a+4=0 \rightarrow (a-3)(a-2)=0 \rightarrow \begin{cases} a-3=0 \rightarrow a=3 \\ a-2=0 \rightarrow a=2 \end{cases}$$

$$D: R - \{2, 3\}$$

میزان $x=2$, $x=3$ تفویض است.

نکته: وقتی حاصل ضرب چند عبارت برابر صفر شود، حاصل یکی از آن ها صفر است.

$$x^2-9=0 \rightarrow (x-3)(x+3)=0 \rightarrow \begin{cases} x-3=0 \rightarrow x=3 \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \end{cases}$$

ساده کردن عبارت تواری

عبارت های تواری چون به صورت کسر قدیم مانند کسرها ساده می شوند، یعنی عبارت قسری (ب.ب.م)

(مغرض) که به صورت ضرب در صورت و فخرج قرار دارد را می توانیم حذف کنیم.

بنابراین برای ساده کردن عبارت تواری، ابتدا صورت و فخرج را طوری تجزیه به صورت

حاصل ضرب (عبارت جبری می توانیم) و عبارت مشترک را در صورت و فخرج می توانیم و

آن را حذف می کنیم.

$$\frac{36}{48} = \frac{3 \times 12}{4 \times 12} = \frac{3}{4}$$

مثال

$$1) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x + 3} = \frac{(x+2)(x+2)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x+2}{x+1}$$

$$2) \frac{y^2 - 4}{3y + 6} = \frac{(y-2)(y+2)}{3(y+2)} = \frac{y-2}{3}$$

حل صفحات ۱۱۴، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹