

۱۱) تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای

در تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای مراحل زیر را طی می کنیم.

۱) توان های قسیر در مقسوم و مقسوم علیه را از بزرگ به کوچک (نزول) مرتب می کنیم. (استاندارد سازی)

۲) اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می کنیم و حاصل را در خارج قسمت می نویسیم.

۳) خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کرده و قریبه آن را به دقت آورده، سپس زیر مقسوم

نویسه و با آن جمع می کنیم.

۴) حاصل را مانند یک مقسوم جدید در نظر می گیریم و مراحل بالا را تکرار می کنیم تا جایی که باقی مانده

صفر یا درجه چند جمله ای باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

نکته) وقتی باقی مانده صفر باشد می گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

مثال) چند جمله ای $2x^2 - 7x - 15$ را بر چند جمله ای $x - 5$ تقسیم کنید.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x^2} - 7x - 15 \quad | \quad \begin{array}{l} x - 5 \\ \hline 2x + 3 \end{array} \\
 - (2x^2 - 10x) \\
 \hline
 \cancel{2x} - 15 \\
 - (2x - 15) \\
 \hline
 \cancel{2x} + 15 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

بقسوم بر قسوم کامله کسین ندر ایت

سوال

$$\begin{array}{r}
 \cancel{2x^3} - 2x^2 + x + 7 \quad | \quad \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ \hline 2x - 3 \end{array} \\
 - (2x^3 - 1x) \\
 \hline
 -2x^2 + 9x + 7 \\
 - (-2x^2 + 4) \\
 \hline
 9x + 1
 \end{array}$$

در صی باقی مانده از درم بقسوم کامله ندر ایت

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x^2} - 5x - 24 \quad | \quad \begin{array}{l} x - 1 \\ \hline x + 3 \end{array} \\
 - (x^2 - 1x) \\
 \hline
 2x - 24 \\
 - (2x - 22) \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

بقسوم بر قسوم کامله کسین ندر ایت

$$10x^4 - 12x^2 + 15x - 19 \mid \underline{-4 + 12x^2}$$

① مخرج اول استاندارد سازی

$$10x^4 - 12x^2 + 15x - 19 \mid \frac{12x^2 - 4}{5x^2 + 4}$$

$$\underline{-(10x^4 - 10x^2)}$$

$$12x^2 + 15x - 19$$

$$\underline{-(12x^2 - 11)}$$

$$15x - 8$$

درم باقی مانده از ضمیمه علیه مخرج است

$$-12x^4 + 12x^2 + x^2 + 5 \mid \underline{1 - x^2}$$

مخرج



پرسش‌های طبقه‌بندی

درس



۱ درستی عبارت‌های زیر را با علامت و نادرستی آن‌ها را با علامت مشخص کنید.

الف) عبارت $\frac{x+y+\sqrt{2}}{x^2+y^2}$ یک عبارت گویا نیست.

ب) عبارت $\frac{(x-2)(x+5)}{x^2+1}$ به‌ازای همهٔ مقادیر x تعریف شده است.

ب) عبارت $\frac{5x^2-x+1}{x^2+3x+2}$ به‌ازای $x = -1$ و $x = -2$ تعریف نشده است.

ت) ساده شدهٔ عبارت گویای $\frac{3+3a}{a+1}$ برابر با a است.

۲ جاهای خالی را با کلمات یا عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف) عبارت $\frac{xy+4}{2x^2-1}$ به‌ازای مقدارهای $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$ تعریف نشده است.

ب) عبارت $\frac{\sqrt{a}}{a+2}$ یک عبارت گویا نیست.

ب) عبارت گویای مربوط به نسبت مساحت دایره‌ای به شعاع R به محیط آن، به صورت $\frac{R}{\pi}$ است.

ت) ساده شدهٔ عبارت گویای $\frac{3a^2-12}{a-2}$ برابر با $3(a+2)$ است.

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

$\frac{4}{2x+1}$

$\frac{14}{(yx-1)}$

-7

1

مقدار x چقدر باشد تا $\frac{3x-4}{x+2} = -\frac{1}{3}$ باشد.

عبارت $\frac{y-8}{y^2-y-56}$ به‌ازای چه مقدار y تعریف نشده است.

ساده شدهٔ عبارت $\frac{4+8x}{2x^2+2x+1}$ برابر است با:

ساده شدهٔ عبارت $\frac{14x^3y}{7x^2y-x^3y}$ برابر است با:

۴ قطر دایره‌های $2a$ و طول ضلع مربعی x است.

$$\frac{2a\pi}{4x} = \frac{2a\pi}{4x} = \frac{\pi a}{x}$$

الف) نسبت محیط دایره به محیط مربع را با یک عبارت گویا نشان دهید.

$$\frac{x^2}{a^2\pi} = \frac{x^2}{\pi a^2}$$

ب) نسبت مساحت مربع به مساحت دایره را با یک عبارت گویا نشان دهید.

۵ حاصل هر عبارت گویا را به‌ازای مقادیر داده شده به‌دست آورید.

الف) $\frac{x^2 - \sqrt{3}x + 1}{x+1} \quad x=2 \rightarrow \frac{2^2 - \sqrt{3} \cdot 2 + 1}{2+1} = \frac{5-2\sqrt{3}}{3}$

ب) $\frac{xy^2 - yx^2}{x^2 - 2x + 1} \quad \begin{matrix} x=2 \\ y=-2 \end{matrix} \rightarrow \frac{2(-2)^2 - (-2)(2)^2}{2^2 - 2(2) + 1} = \frac{1+1}{1} = 2$

۶ مشخص کنید هر یک از عبارات‌های گویای داده شده، به‌ازای چه مقادیری تعریف نشده هستند؟

الف) $\frac{x+2}{x^2-1} \rightarrow x^2-1=0 \rightarrow (x-1)(x+1)=0 \rightarrow x=1, x=-1$

ب) $\frac{ab^2}{a^2-ra+1} \rightarrow a^2-ra+1=0 \rightarrow (a-1)^2=0 \rightarrow a=1$

ب) $\frac{fa^2}{a^2+1} \rightarrow$ *مخرج صفر نشود* \rightarrow *هرگز*

ت) $\frac{z-2}{z^2-7z+12} \rightarrow z^2-7z+12=0 \Rightarrow (z-3)(z-4)=0 \rightarrow \begin{cases} z=3 \\ z=4 \end{cases}$

ث) $\frac{\sqrt{x}}{x^2+x} \rightarrow x^2+x=0 \rightarrow x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \end{cases}$

۷ هر کسر را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $\frac{26x^2y^3}{-48x^2y} = \frac{13y^2}{-24}$

ب) $\frac{-1a^3b^2c^3}{28a^2b^2c^3} = \frac{-a}{28}$

ب) $\frac{-9z^2x^2}{(-3xyz)^2} = \frac{-9z^2x^2}{9x^2y^2z^2} = \frac{-1}{y^2}$

ت) $\frac{22x^2y^3}{-49x^2y^2} = \frac{-2y}{7}$

۸ هر عبارت گویا را ساده کنید.

الف) $\frac{3x^2-12}{x+2} = \frac{3(x^2-4)}{x+2} = \frac{3(x-2)(x+2)}{x+2} = 3(x-2)$

ب) $\frac{x^2+3x-10}{x^2-x-2} = \frac{(x+5)(x-2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{x+5}{x+2}$

ب) $\frac{14x^2y}{7x^2y^2 - x^2y^2} = \frac{14x^2y}{x^2y^2(7-1)} = \frac{14}{y(7-1)}$

عبارت‌های گویا → فصل هفتم

ت $\frac{2xy^2 - 1y^2z}{x^2 - 16z^2} = \frac{y^2(z-4z)}{(z-4z)(z+4z)} = \frac{y^2}{z+4z}$

ن $\frac{2y-x}{2y^2+x^2-2xy} = \frac{(y-x)}{(y-x)^2} = \frac{1}{y-x}$

ج $\frac{x(x+y)+y(x+y)}{x^2+2xy+y^2} = \frac{(x+y)(x+y)}{(x+y)^2} = 1$

ع $\frac{x-y}{y-x} = \frac{x-y}{-(x-y)} = -1$

در هر قسمت مشخص کنید در جای خالی، چند جمله‌ای‌هایی بنویسیم تا تساوی برقرار باشد.

9

الف $\frac{2 + \square}{2x^2y - 4} = -\frac{1}{2} \rightarrow 4 = -x^2y + 2$

ب $\frac{(2x-1)\square}{2x^2-1} = 1 \rightarrow 2x+1$

ب $\frac{(2x-y)\square}{2x^2-y^2} = 2x-1 \rightarrow (x+y)(x-1)$

ت $\frac{2x+y}{x+1} = \frac{\square}{x^2+x} \rightarrow x(x+y)$

ت $\frac{x^2 - x^2y}{x-y} = \frac{\square}{x+y} \rightarrow x^2(x+y)$

ج $\frac{x-3}{x^2-6x+9} = \frac{x+3}{\square} \rightarrow (x+3)(x-3) = x^2-9$

ع $\frac{x^2+2x+2}{2x+2} = \frac{x^2+\square+6}{\square} \rightarrow 2(x+2)$

ع $\frac{\square}{x^2-4x+4} = \frac{\square}{\square} \rightarrow (x-2)(x-2)$

درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را معین کنید.

10

الف $\frac{x-3}{x^2+2x+1} = \frac{3-x}{x^2-2x+1} \Rightarrow \times$

ب $\frac{2a-3}{5x-4} = \frac{3-2a}{4-5x} \Rightarrow \checkmark$

ب $\frac{x^2y^2 - x^2y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2y^2 + x^2y^2}{(x+y)^2} \Rightarrow \times$



پرسش‌های طبقه‌بندی

درس

۲



۱ درست عبارت‌های زیر را با علامت و نادرستی آن‌ها را با علامت مشخص کنید.

الف مجموع دو عدد -۱ و حاصل ضربشان -۶ است، آن دو عدد ۲ و -۳ هستند.

ب اگر $abc = 4$ باشد، حاصل $\frac{b+1}{ac+1}$ برابر با b است.

$$\frac{b+1}{ac+1} \cdot \frac{ab}{ab} = \frac{b(b+1)}{abc+b} = \frac{b(b+1)}{1+b} = b$$

پ اگر رویا، حدیث و مریم به ترتیب کاری را در a ، b و c روز انجام دهند، اگر همگی با هم شروع به انجام آن کار کنند، روزانه پیشروی کار $\frac{bc+ca+ab}{abc}$ خواهد بود.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{bc+ca+ab}{abc}$$

ت مخرج مشترک دو عبارت $\frac{1}{a-b}$ و $\frac{2}{b-a}$ است.

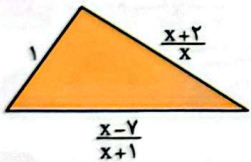
۲ جاهای خالی را با کلمات یا عبارت‌های مناسب پر کنید.

الف اگر قاعده مثلثی $\frac{x^2-1}{x}$ و ارتفاع آن $\frac{x^2}{x+1}$ باشد، مساحت آن $\frac{x(x-1)}{2}$ است.

$$\frac{1}{2} \left(\frac{x^2-1}{x} \times \frac{x^2}{x+1} \right) = \frac{1}{2} (x(x-1)) = \frac{x(x-1)}{2}$$

ب علی، کاری را در x روز و محمد آن را در y روز انجام می‌دهند، اگر آن‌ها با هم شروع به انجام آن کار کنند، هر روز $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ از کار را انجام داده و کار در $\frac{xy}{x+y}$ روز به اتمام می‌رسد.

پ محیط مثلث زیر برابر با است.



$$1 + \frac{x+y}{x} + \frac{x-y}{x+1} = \frac{x(x+1) + (x+y)(x+1) + x(x-y)}{x(x+1)} = \frac{x^2+x + x^2+x^2+y^2+x^2+y^2 - yx}{x(x+1)}$$

$$\frac{4x^2 - 2x + 2}{x(x+1)}$$

ت اگر محیط دایره‌ای با فرض $\pi \approx 3$ ، برابر با $\frac{x^2-4}{x-1}$ باشد، مساحت آن $\frac{1}{12} \frac{(x^2-4)^2}{(x-1)^2}$ است.

$$r = \frac{x^2-4}{x-1} \Rightarrow r = \frac{(x^2-4)}{x-1} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{(x^2-4)^2}{(x-1)^2} = \frac{1}{12} \frac{(x^2-4)^2}{(x-1)^2}$$

۳ موارد مرتبط را به هم وصل کنید.

$$\frac{(x+4)(x+2)}{(x-2)(x-6)}$$

$$\frac{2}{(x+2)}$$

$$ra^2b^2$$

برابر است با:

برابر است با:

برابر است با:

$$\frac{ab(2a+5b)}{2a^2b+5ab^2} \times \frac{9a^2b^2(ra-5b)^2}{6a^2-15ab}$$

$$\frac{x^2+7x+12}{(x+2)(x+4)} \div \frac{x^2-36}{x^2+9x+18}$$

$$1 - \frac{2}{x+3} - \frac{x^2-1}{x^2+4x+3}$$

حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت به دست آورید.

۴

الف $\frac{a}{b} \times \frac{a^r b}{a^r a} = \frac{1}{a}$

ب $\frac{x^r y}{x^r y^r} \times \frac{y^r z^r}{z^r z^r} = \frac{1}{xz}$

ب $\frac{3a}{17b} \times \frac{51b^r}{9ab} = 1$

ت $\frac{6x^r}{17y^r} \div \frac{-5x^r}{22xy^r} = \frac{6x^r}{17y^r} \times \frac{22xy^r}{-5x^r} = -\frac{24}{5} \frac{y}{x}$

حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

۵

الف $\frac{x-1}{rx^r} \times \frac{x^r+x}{x^r-1} = \frac{x-1}{rx^r} \times \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{rx}$

ب $\frac{x-5}{rx} \times \frac{rx^r}{x^r+rx-30} = \frac{x-5}{rx} \times \frac{rx^r}{(x+7)(x-5)} = \frac{rx}{x+7}$

ب $\frac{rx-2}{x^r+14x+48} \times \frac{x^r+4x-12}{9x^r-4} = \frac{rx-2}{(x+4)(x+8)} \times \frac{(x+4)(x-2)}{(3x-2)(3x+2)} = \frac{x-2}{(x+8)(3x+2)}$

ت $\frac{fx^r-1}{x^r-1} \times \frac{fx^r-fx+1}{(fx-2)(rx-1)^r} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x+1)^r}{(x-1)^r(x+1)^r} = \frac{1}{(x-1)(x+1)}$

ت $\frac{a^r+16a+64}{a^r-a-72} \times \frac{a-8}{a^r-64} = \frac{(a+8)^r}{(a-9)(a+1)} \times \frac{a-8}{(a-1)(a+1)} = \frac{1}{a-9}$

ج $\frac{20x-x^r}{x^r+x-20} \times \frac{r-5x}{x-5} = \frac{x(20-x^r)}{(x+5)(x-4)} \times \frac{5(4-x)}{x-5} = \frac{x(5-x)(5+x)}{(x+5)(x-4)(x-5)} \times \frac{5(4-x)}{(x-5)} = 5x$

ج $\frac{x^r-9}{x^r-4} \times \frac{x^r-3x+2}{x^r-4x+3} \times \frac{x^r+x-2}{x^r+4x+3} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x+3)} \times \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x-1}{x+1}$

اگر $A = \frac{3x-1}{x^r-4}$ و $B = \frac{x^r+3x-10}{9x^r-1}$ باشد، حاصل $A \times B$ را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

۶

$A \times B = \frac{3x-1}{x^r-4} \times \frac{x^r+3x-10}{9x^r-1} = \frac{3x-1}{(x+2)(x+3)} \times \frac{(x+5)(x-2)}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{x+5}{(x+2)(3x+1)}$

حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

۷

الف $\frac{x^r y - xy}{x^r - 1} \div \frac{xy}{rx^r + rx} = \frac{xy(x-1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{rx(x+1)}{xy} = \frac{rx^r}{r} = x^r$

ب $\frac{a^r-1}{a^r} \div \frac{(a-1)}{a^r+a^r} = \frac{(a-1)(a+1)}{a^r} \times \frac{a^r(a+1)}{a^r} = a(a+1)^2$

ب $\frac{x^r+rx-2}{x^r-2x+1} \div \frac{x^r+4x+2}{x^r-1} = \frac{(x-2)(x+1)}{(x-1)^2} \times \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} = 1$

ت $\frac{(1-x)^r}{(x+1)^r(x^r-1)} \div \frac{x-1}{x^r+2x+1} = \frac{(1-x)^r}{(x+1)^r(x-1)(x+1)} \times \frac{(x+1)^r}{(x-1)} = \frac{1}{x+1}$

ت $\frac{a^r+a^r-6a}{a^r-4a^r} \div \frac{a^r-3a+2}{a^r-5a+4} = \frac{a(a^r-a-4)}{a^r(a-4)} \times \frac{(a-1)(a-2)}{(a-1)(a-2)} \times \frac{(a-1)(a+2)}{a} \times \frac{1}{a-2} = \frac{a+2}{a}$

عبارت‌های گویا ➡ فصل هفتم

حاصل ضرب دو عبارت گویا مقدار $\frac{1-x}{x+2}$ شده است. اگر یکی از این عبارت‌ها $\frac{x^2-1}{x^2+2x+2}$ باشد، عبارت دیگر را به دست آورید. ۸

$$A \times \frac{x^2-1}{x^2+2x+2} = \frac{1-x}{x+2}$$

$$A = \frac{1-x}{x+2} \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+2} = \frac{1-x}{x+2} \times \frac{(x+2)(x+2)}{(x-1)(x+1)} = -1$$

اگر مساحت مثلثی $\frac{x^2-x-30}{x^2-16}$ باشد و قاعده آن $\frac{x^2-36}{x+4}$ باشد، ارتفاع وارد بر این قاعده را به دست آورید. ۹

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} \Rightarrow \frac{x^2-x-30}{x^2-16} = \frac{1}{2} \times \frac{x^2-36}{x+4} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ارتفاع} = \frac{2(x^2-x-30)}{x^2-16} \div \frac{x^2-36}{x+4} = \frac{2(x-4)(x+5)}{(x-4)(x+4)} \times \frac{x+4}{(x-4)(x+4)} = \frac{2(x+5)}{(x-4)(x+4)}$$

حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت به دست آورید. ۱۰

الف $\frac{2}{3x-6} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2}{3(x-2)} + \frac{(x-1)}{(x-2)} = \frac{2+(x-1)}{3(x-2)} = \frac{x-1}{3(x-2)}$

ب $\frac{x-1}{x-y} - \frac{1-y}{y-x} = \frac{x-1+(1-y)}{x-y} = \frac{x-y}{x-y} = 1$

ب $\frac{x+y}{x} + \frac{x}{x+y} = \frac{(x+y)+x^2}{x(x+y)} = \frac{x^2+2xy+y^2+x^2}{x(x+y)} = \frac{2x^2+2xy+y^2}{x(x+y)}$

ت $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{2x-2} - \frac{x+1}{2x-2} = \frac{4+x^2-2(x+1)}{2(x-1)} = \frac{4+x^2-2x-2}{2(x-1)} = \frac{x^2+2x-2}{2(x-1)}$

ت $\frac{a^2-b^2}{a-1} + \frac{a^2}{b-1} = \frac{(a^2-b^2)(b-1)+a^2(a-1)}{(a-1)(b-1)} = \frac{a^2b-b^3-a^2+a^3-a^2b+a^2}{(a-1)(b-1)} = \frac{a^3-b^3-a^2+a^2b}{(a-1)(b-1)}$

ج $\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} + \frac{-1-2x^2}{1-x^2} = \frac{(1+x)^2+(1-x)^2-1-2x^2}{1-x^2} = \frac{1+x^2+1-x^2-1-2x^2}{1-x^2} = \frac{1-2x^2}{1-x^2} = \frac{(1-x)(1+x)}{(1-x)(1+x)} = 1$

ج $2x-1 - \frac{fx^2+fx-2}{2x-1} = \frac{(2x-1)^2 - (fx^2+fx-2)}{2x-1} = \frac{4x^2-4x+1-fx^2-fx+2}{2x-1} = \frac{(4-f)x^2 - (4+f)x + 3}{2x-1} = \frac{-f(2x-1)}{2x-1} = -f$

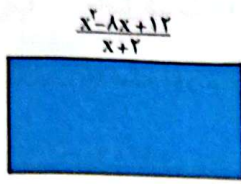
ج $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \left(\frac{x-1}{x} - \frac{x+1}{x}\right) = \frac{(x^2-1)-x^2}{(x-1)(x+1)} \left(\frac{x-1-x-1}{x}\right) = \frac{-2}{(x-1)(x+1)} \left(\frac{-2}{x}\right) = \frac{4}{x(x-1)(x+1)} = \frac{-f}{(x-1)(x+1)}$

اگر $A = \frac{x^2-4}{x^2-6x+8}$ و $B = \frac{1}{A} + 1$ باشد، B را به دست آورید. ۱۱

$$B = \frac{1}{A} + 1 = \frac{x^2-4x+8}{x^2-4} + 1 = \frac{x^2-4x+8+x^2-4}{x^2-4} = \frac{2x^2-4x+4}{x^2-4} = \frac{2(x^2-2x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{2(x-1)(x+2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{2(x-1)}{x+2}$$

محیط و مساحت این مستطیل را به دست آورید.



دایره = $2x$ (عرض + طول) = $2 \left(\frac{x^2-12x+12}{x+2} + \frac{x^2-4}{x-4} \right)$

$2 \left(\frac{(x^2-12x+12)(x-4) + (x^2-4)(x+2)}{(x+2)(x-4)} \right) = 2 \left(\frac{x^4-12x^3+12x^2-4x^3+4x^2+2x^3-4x^2-4x^2+16x-4x^2+8x-8}{(x+2)(x-4)} \right)$

$2 \left(\frac{2x^4-12x^3+8x^2-16x-8}{(x+2)(x-4)} \right) = \frac{4x^4-24x^3+16x^2-16x-16}{(x+2)(x-4)}$

دو عبارت گویا بنویسید که:

الف) حاصل جمع آن‌ها $\frac{a+2}{a-2}$ باشد.
 $\frac{x^2-12x+12}{x+2} \times \frac{x^2-4}{x-4} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} \times \frac{(x-2)(x+2)}{x-4} = (x-2)^2$

$\frac{a}{a-2} + \frac{2}{a-2} = \frac{a+2}{a-2}$

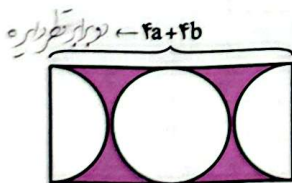
ب) حاصل ضرب آن‌ها $\frac{a+2}{a-2}$ باشد.
 $\frac{a+2}{a^2-4} \times \frac{a^2+5a+2}{a+2} = \frac{a+2}{(a-2)(a+2)} \times \frac{(a+2)(a+2)}{(a+2)} = \frac{a+2}{a-2}$

مساحت یک لوزی که طول قطر کوچک آن $2x-1$ و طول قطر بزرگ آن از دو برابر قطر کوچک آن ۳ واحد بیشتر باشد، را به صورت یک عبارت گویا بنویسید.

مساحت لوزی = $\frac{\text{طول قطر بزرگ} \times \text{طول قطر کوچک}}{2} = \frac{(2x-1)(3x+1)}{2} = \frac{1x^2-2x-1}{2}$

محیط لوزی = $2(2x-1) + 3 = 4x - 2 + 3 = 4x + 1$

اگر عدد پی را ۳ در نظر بگیریم، مساحت قسمت رنگی را در شکل زیر به دست آورید.



مساحت دایره - مساحت مستطیل = مساحت قسمت رنگی

$(Fa+2b)(Fa+2b) - (2 \times \pi (a+b)^2) = 1(a+b)^2 - 2(a+b)^2 = 2(a+b)^2$

عرض مستطیل = $\frac{Fa+2b}{2} = a+b$ ، شعاع دایره = $\frac{2(a+b)}{2} = a+b$

عبارت‌های زیر را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} = \frac{(x+y) \left(\frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y} \right)}{(x^2-y^2) \left(\frac{x}{x-y} + \frac{x}{x+y} \right)} = \frac{x+y - (x-y)}{x(x+y) + x(x-y)} = \frac{2y}{2x^2} = \frac{y}{x^2}$

ب) $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = \frac{\frac{b+a}{ab}}{\frac{b-a}{ab}} = \frac{b+a}{b-a}$

عبارت‌های گویا → فصل هفتم

ب)
$$1 + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{1 - \frac{1}{x-1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} - \frac{1}{\frac{x-1}{x-1}} = \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} - \frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{2x+1} - \frac{x-1}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1) - (x-1)}{(2x+1)(x-1)}$$

ت)
$$\frac{x}{x^2-9} + \frac{1}{x} = \frac{x}{(x+3)(x-3)} + \frac{1}{x} = \frac{x^2}{x(x+3)} + \frac{1}{x} = \frac{x^2+x-3}{x(x+3)} = \frac{x^2-x-3-(x^2+x-3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{-2}{(x+3)(x-3)}$$

ث)
$$\frac{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}} = \frac{x^2(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2})}{x^2(1 + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2})} = \frac{x^2+x-2}{x^2+2x-1} = \frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+2}{x+1}$$

ج)
$$\frac{(x-\frac{1}{x}) \div (x+\frac{1}{x})}{\frac{1-\frac{1}{x}}{x} - \frac{1}{x}} = \frac{(x-\frac{1}{x}) \times \frac{x}{x+1}}{1 - \frac{1}{x-1}} = \frac{\frac{x^2-1}{x} \times \frac{x}{x+1}}{1 - \frac{1}{x-1}} = \frac{\frac{x^2-1}{x+1}}{\frac{x-1-x}{x-1}} = \frac{(x-1)(x+1)}{-(x+1)}$$

د)
$$\frac{\frac{2x}{x^2+2x+2}}{\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+1}} = \frac{\frac{2x}{(x+1)(x+2)}}{\frac{x^2+x-1}{(x+2)(x+1)}} = \frac{2x}{x^2-1}$$

اگر $A = x + \frac{1}{x}$, $B = x - \frac{1}{x}$, $C = x^2 - 1$ باشد: IV

الف)
$$\frac{A}{B} + 1 = \frac{x + \frac{1}{2x} + 1}{x - \frac{1}{2x}} = \frac{x + \frac{1}{2x} + x - \frac{1}{2x}}{x - \frac{1}{2x}} = \frac{2x}{\frac{2x^2-1}{2x}} = \frac{2x^2}{2x^2-1}$$

ب)
$$(A \times B) \div C = (x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x}) \div (x^2 - 1) = (x^2 - \frac{1}{x^2}) \div (x^2 - 1) = (x^2 - \frac{1}{x^2}) \times \frac{1}{x^2 - 1} =$$

$$\frac{x^2-1}{x^2} \times \frac{1}{x^2-1} = \frac{1}{x^2}$$