فصل چهار

ریاضی نهم

فصل چهارم : درس اول توان صحیح:

در سال گذشته با اعداد تواندار آشنا شدیم ، مانند: $(-۵)^۳ = -۱۲۵$ $۴^۳ = ۶۴$ $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۴ = \frac{۱۶}{۸۱}$

*نکته : هر عدد غیر صفر به توان صفر برابر یک است . $a^۰ = ۱ \quad , \quad a \neq ۰$

** آیا می توانیم یک عدد با توان منفی داشته باشیم ؟ مثلا حاصل $۳^{-۵}$ برابر چند است؟

به جدول زیر توجه کنید: حاصل هر خانه از سطر اول برابر همان عدد است که در زیر آن نوشته شده است .

در سطر اول از سمت چپ ، از توان اعداد تواندار در هر مرحله یک واحد کم می شود و در سطر دوم از سمت چپ اعداد بر۳ تقسیم می شوند.

$۳^۴$	$۳^۳$	$۳^۲$	$۳^۱$	$۳^۰$	$۳^{-۱}$	$۳^{-۲}$	$۳^{-۳}$	$۳^{-۴}$	$۳^{-۵}$
۸۱	۲۷	۹	۳	۱	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۱}{۹} = \frac{۱}{۳^۲}$	$\frac{۱}{۲۷} = \frac{۱}{۳^۳}$	$\frac{۱}{۸۱} = \frac{۱}{۳^۴}$	$\frac{۱}{۲۴۳} = \frac{۱}{۳^۵}$

$۳^{-۱} = \frac{۱}{۳^۱}$ $۳^{-۲} = \frac{۱}{۹} = \frac{۱}{۳^۲}$ $۳^{-۵} = \frac{۱}{۳^۵} = \frac{۱}{۲۴۳}$

همچنین می توانیم بنویسیم :

« اگر عددی غیر از صفر ، توان صحیح منفی داشته باشد ، می توانیم پایه را معکوس کنیم و توان را با علامت مثبت بنویسیم .

و به زبان ریاضی می نویسیم $a^{-n} = \frac{۱}{a^n} = \left(\frac{۱}{a}\right)^n$ و $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad , a, b \neq ۰ , n \in \mathbb{N}$

به مثال های زیر توجه کنید :

$$۴^{-۲} = \frac{۱}{۴^۲} = \frac{۱}{۱۶} \text{ و } (-۷)^{-۲} = \frac{۱}{(-۷)^۲} = \frac{۱}{۴۹} \text{ و } \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳} = \frac{۱}{\left(\frac{۲}{۵}\right)^۳} = \frac{۱}{\frac{۸}{۱۲۵}} = \frac{۱۲۵}{۸} = \left(\frac{۵}{۲}\right)^۳$$

*نکته : ترتیب انجام عملیات های ریاضی در محاسبات توانی :

۱) پرانتز یا کروشه ۲) توان یا جذر ۳) ضرب یا تقسیم ۴) جمع یا تفریق

مثال : حاصل عبارت داده شده را بدست آورید ؟

جواب : $۲۷\left[\left(\frac{۱۵}{۳۶} \times \frac{۱۲}{۱۸}\right)^۳ \div \left(\frac{۵}{۶}\right)^۳\right]^۲ = ۳^۳\left[\frac{۵^۳}{۳^۳ \times ۶^۳} \times \frac{۶^۳}{۵^۳}\right]^۲ = ۳^۳ \times \left(\frac{۱}{۳^۳}\right)^۲ = ۳^۳ \times \frac{۱}{۳^۶} = \frac{۱}{۳^۳} = \frac{۱}{۲۷}$

$۲۷ = ۳^۳$ $\left(\frac{۵}{۶}\right)^۳ = \frac{۵^۳}{۶^۳}$

نمونه سوالات امتحانی خرداد ماه ۹۸ :

۱-حاصل عبارت $۳^{-۱} + ۴^{-۱}$ برابر کدام گزینه است ؟ (آذربایجان غربی)

جواب $۳^{-۱} + ۴^{-۱} = \frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۴} = \frac{۴+۳}{۱۲} = \frac{۷}{۱۲}$

الف) $۷^{-۱}$ ب) $\frac{۷}{۱۲}$ ج) $\frac{۱}{۳}$ د) $\frac{۱}{۴}$

۲-حاصل عبارت روبرو را بدست آورید. (یزد) $۲^{-۳} + ۴^{-۱} = \frac{۱}{۲^{۳}} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱}{۸} + \frac{۱}{۴} = \frac{۱+۲}{۸} = \frac{۳}{۸}$

۳-در جای خالی علامت $(< = >)$ قرار دهید . (ایلام) $(۰/۲)^{-۲}$ ... $۵^{۲}$ $۲^{-۲}$ ... $۲^{-۱}$

جواب : $۲^{-۲} = \frac{۱}{۲^{۲}} = \frac{۱}{۴}$ و $۲^{-۱} = \frac{۱}{۲}$ $\rightarrow \frac{۱}{۲} > \frac{۱}{۴}$

$(۰/۲)^{-۲} = \left(\frac{۲}{۱۰}\right)^{-۲} = \left(\frac{۱۰}{۲}\right)^{۲} = ۵^{۲} = ۲۵$ و $۵^{۲} = ۲۵$ $\rightarrow$ $۵^{۲} = (۰/۲)^{-۲}$

۴)حاصل عبارت زیر را بنویسید .(تهران)

$\frac{۲۰}{۳} - ۳^{-۲} = \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۳^{۲}} = \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۹} = \frac{۳-۱}{۹} = \frac{۲}{۹}$

***** فرزندم با توجه به مطالب بالا ، حالا شما حل کنید .

$۴^{-۳} = \frac{۱}{-} =$ $\left(\frac{۲}{۷}\right)^{-۴} = \frac{۱}{-} =$

$(۰/۳)^{-۴} =$ $(-۶)^{-۲} =$

** در سالهای گذشته ضرب و تقسیم عبارات تواندار با پایه یا توان مساوی را یاد گرفتیم . $۳^{۴} \times ۳^{۵} = ۳^{۴+۵} = ۳^{۹}$

الف) در ضرب اعداد تواندار با پایه های مساوی ، یکی از پایه ها را نوشته و توانها را جمع می کنیم . $۶^{۴} \times ۳^{۴} = ۱۸^{۴}$

ب) در ضرب اعداد تواندار با توانهای مساوی ،پایه ها را ضرب کرده و یکی از توانها را می نویسیم . $۲^{۸} \div ۲^{۵} = ۲^{۸-۵} = ۲^{۳}$

ج) در تقسیم اعداد تواندار با پایه های مساوی،یکی از پایه ها را نوشته و توانها را کم می کنیم . $۳^{۷} \div ۸^{۷} = \left(\frac{۳}{۸}\right)^{۷}$

د) درتقسیم اعداد تواندار با توانهای مساوی،پایه ها را بر هم تقسیم کرده و یکی از توانها را می نویسیم .

ه) اگر عددی تواندار درون پرانتز مجددا به توان برسد ، پایه را نوشته و توانها را در هم ضرب می کنیم . $\left(۳^{۴}\right)^{۵} = ۳^{۴\times۵} = ۳^{۲۰}$

** این قوانین برای اعداد تواندار با توانهای صحیح منفی هم کاربرد دارد .

$$۳^{-۴} \times ۳^{۵} = ۳^{-۴+۵} = ۳^{۱}$$

$$۶^{-۴} \times ۳^{-۴} = ۱۸^{-۴}$$

$$۲^{-۸} \div ۲^{-۵} = ۲^{-۸-(-۵)} = ۲^{-۳}$$

$$۳^{-۷} \div ۸^{-۷} = \left(\frac{۳}{۸}\right)^{-۷}$$

$$\left(۳^{-۴}\right)^{۵} = ۳^{-۴\times۵} = ۳^{-۲۰} = \frac{۱}{۳^{۲۰}}$$

مثال : پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید .

۱) $۵^{-۳} \rightarrow$ $\frac{۱}{۱۲۵}$ ☑

$۵^{-۳} = \frac{۱}{۵^{۳}} = \frac{۱}{۱۲۵}$

۲) $۳^{-۱} \times ۲^{-۱} \rightarrow$ $۵^{-۱}$ ، $۶^{-۱}$ ☑

$۳^{-۱} \times ۲^{-۱} = (۳\times۲)^{-۱} = ۶^{-۱}$

۳) $۵^{-۱} + ۶^{-۱} \rightarrow$ $\frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶}$ ☑ ، $۱۱^{-۱}$

$۵^{-۱} + ۶^{-۱} = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶}$

مثال : جرم یک اتم حدود $۱۰^{-۳۶}$ گرم است . جرم یک وزنه ی ۱۰۰۰ کیلو گرمی چند برابر جرم این اتم است ؟

جواب : هر کیلوگرم ۱۰۰۰ گرم است یعنی : $۱۰^{۳} = ۱۰۰۰$ پس : $۱۰^{۳} \times ۱۰^{۳} = ۱۰^{۶}$

$$۱۰^{۶} \div ۱۰^{-۳۶} = ۱۰^{۶-(-۳۶)} = ۱۰^{۴۲}$$

*نکته : برای مقایسه ی اعداد تواندار (با توان عدد طبیعی) یکی از دو کار زیر را انجام دهیم تا راحت تر بتوانیم آنها را مقایسه کنیم .

الف) پایه ها برابر شوند . هر عددی با پایه ی برزگتر از یک که توان بیشتری باشد، بزرگتر است .

مثال : اعداد تواندار روبرو را از کوچک به بزرگ از سمت چپ به راست مرتب کنید . $۴^{۲}$ و $۱۶^{۳}$ و $۸^{۵}$ و $۲^{۶}$

جواب : تمام پایه ها با تجزیه شدن ، به ۲ تبدیل می شوند .

$$۸^{۵} = (۲^{۳})^{۵} = ۲^{۱۵} \quad \text{و} \quad ۱۶^{۳} = (۲^{۴})^{۳} = ۲^{۱۲} \quad \text{و} \quad ۴^{۲} = (۲^{۲})^{۲} = ۲^{۴} \quad \text{و} \quad ۲^{۶}$$

$$۲^{۴} < ۲^{۶} < ۲^{۱۲} < ۲^{۱۵} \quad \text{یا} \quad ۴^{۲} < ۲^{۶} < ۱۶^{۳} < ۸^{۵}$$

*نکته : اگر توانها برابر باشند و پایه عددی بین صفر و یک باشد . هر چه عدد به صفر نزدیکتر باشد حاصل عبارت کوچکتر است .

$$\left(\frac{۸}{۱۰}\right)^{۵} = ۰/۳۲۷۶۸ \quad < \quad \left(\frac{۵}{۱۰}\right) = ۰/۰۳۱۲۵ \quad < \quad ۰/۲^{۵} = ۰/۰۰۰۳۲$$

ب) توان ها برابر شوند . هر عدد (با پایه ی بزرگتر از یک) که پایه ی بزرگتری داشته باشد . بزرگتر است .

مثال : اعداد تواندار داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید .

$$۸^{۳۰} \qquad ۶^{۴۵} \qquad ۲^{۶۰}$$

جواب : تمام توانها بر ۱۵ بخش پذیرند (ب م م توانها ۱۵ است .) پس می نویسیم :

$$\left(۸^{۲}\right)^{۱۵} \qquad \left(۶^{۳}\right)^{۱۵} \qquad \left(۲^{۴}\right)^{۱۵}$$

اعداد درون پرانتز را به توان رسانده و می نویسیم :

$$۶۴^{۱۵} \qquad ۲۱۶^{۱۵} \qquad ۱۶^{۱۵}$$

در نهایت با توجه به اینکه توانها برابرند از کوچکترین پایه شروع به مرتب کردن می کنیم .

$$۱۶^{۱۵} \quad < \quad ۶۴^{۱۵} \quad < \quad ۲۱۶^{۱۵}$$

*نکته : اعداد تواندار با پایه ی منفی:

با توجه به توان مثبت ، دارای حاصل مثبت و با توان منفی ، دارای حاصل منفی هستند. (به شرطی که پایه درون پرانتز باشد و توان بیرون پرانتز)

مثال : اعداد داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید .

$$(-۳)^{۵} \text{ و } (-۱)^{۱۳} \text{ و } (-۲)^{۸} \qquad \left(-۳\right)^{۵} = -۳^{۵} = -۲۴۳ \qquad \left(-۱\right)^{۱۳} = -۱^{۱۳} = -۱ \qquad \left(-۲\right)^{۸} = ۲^{۸} = ۲۵۶$$

$$(-۳)^{۵} \quad < \quad (-۱)^{۱۳} \quad < \quad (-۲)^{۸}$$

معادلات توانی

** در حل اینگونه معادلات باید یکی از دو کار زیر را انجام داد :

- اگر مجهول مساله در توان قرار بگیرد ، برای بدست آوردن مقدار مجهول ؛ ابتدا باید دو طرف تساوی را به صورت یک عدد تواندار بنویسیم که دو حالت به وجود می آید .
- الف) پایه ها مساوی باشند که توانها نیز با هم برابر خواهند شد و با حل یک معادله ی معمولی به جواب می رسیم .

$$\left(۳^{۸}\right)^{۳x} = ۸۱ \qquad ۳^{۲۴x} = ۳^{۴} \qquad ۲۴x = ۴ \qquad x = \frac{۴}{۲۴} = \frac{۱}{۶}$$

- ب) پایه ها مساوی نباشند که در این حالت باید توانها را برابر جداگانه صفر قرار دهیم .

$$۵^{۲a-۴} = ۳^{۵b+۱۵} \qquad ۲a - ۴ = ۰ \rightarrow \quad a = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$۵b + ۱۵ = ۰ \rightarrow ۵b = -۱۵ \rightarrow b = -\frac{۱۵}{۵} = -۳$$

نمونه سوالات نهایی خرداد ماه ۹۸

۱)حاصل عبارات زیر را به صورت عددی تواندار با توان مثبت بنویسید .

کرمان : $\left(۵^{۲}\right)^{-۳} \times ۱۲۵^{۴} = \quad ۵^{-۶} \times (۵^{۳})^{۴} = ۵^{-۶} \times ۵^{۱۲} = ۵^{۶}$

اردبیل : $\left(\frac{۲}{۳}\right)^{-۵} \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۶} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۵} \times \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۶} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۱۱}$

قم : $\frac{۳^{۴} \times ۹^{۳}}{۳^{-۲}} = \frac{۳^{۴} \times (۳^{۲})^{۳}}{\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}} = ۳^{۴} \times ۳^{۶} \times ۳^{۲} = ۳^{۱۲}$

ایلام : $\frac{۱۶^{-۲} \times ۲^{-۱}}{۸^{-۴} \times ۴^{۲}} = \frac{(۲^{۴})^{-۲} \times ۲^{-۱}}{(۲^{۳})^{-۴} \times (۲^{۲})^{۲}} = \frac{۲^{-۸} \times ۲^{-۱}}{۲^{-۱۲} \times ۲^{۴}} = \frac{۲^{-۹}}{۲^{-۸}} = \frac{۲^{۸}}{۲^{۹}} = \frac{۱}{۲}$

***** فرزندم با توجه به سوالات حل شده ی بالا ، حالا شما حل کنید .

$\left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۲} \times \left(\frac{۱۰}{۶}\right)^{۲} =$

$۶۴ \times \left(\frac{۱}{۴}\right)^{-۲} =$

$\frac{۱۵^{۴} \div ۱۵^{-۴}}{۳^{۷} \times ۳} =$

***** فرزندم : با توجه به توضیحات و نمونه سوالات حل شده انتظار دارم که**

صفحه ی ۶۰ تا صفحه ی ۶۴ از کتاب درسی را ابتدا با دقت مطالعه کرده و سپس پاسخ فعالیت ها ، کاردرکلاس ها و تمرین را بنویسید .

شناسایی اعداد اعشاری مثبت ، بزرگتر یا کوچکتر از یک :اگر عدد قبل از اعشار صفر بود، یعنی عدد داده شده کوچکتر از یک است . مثل: ۰/۰۳و ۰/۰۲۱ و ۰/۰۰۷۶ و ۰/۵۸۶۳۲ و . .. در همه‌ی این مثالها، عدد قبل از اعشار صفر است ،پس این اعداد کوچکتر از یک می باشند .اگر عدد قبل از اعشار ، عددی غیر از صفر بود، یعنی عدد داده شده بزرگتر از یک می باشد . مثل: ۲۵۵/۳ و ۲۱/۳۵۵۸ و ۵/۸۶ و . در این مثالها، عدد قبل از اعشار یک عدد غیرصفر است، پس این اعداد بزرگتر از یک هستند.

درس دوم : نماد علمی

احمد مشغول نوشتن یک مقاله ی علمی در مورد کهکشانها بود او می دانست که سرعت نور برابر با ۳۰۰۰۰۰۰۰۰ متر بر ثانیه است .همچنین می دانست که در فضا برای محاسبات سرعت ، از سرعت نور استفاده می کنند . در مساله ی مورد نظر احمد باید مسافت طی شده ی نور در مدت ۱۰۰ ساعت را باید محاسبه می کرد . او مشغول نوشتن شد و احساس می کرد که تعداد صفر های اعداد بدست آمده خیلی زیاد شدند و هر لحظه باید آنها را بشمارد تا دچار اشتباه نشود . و سرانجام بعد از صرف کلی وقت توانست محاسباتش را به پایان برساند .

او نوشت : ثانیه ۳۶۰۰۰۰ = ۳۶۰۰ × ۱۰۰ = ۱۰۰ ساعت ثانیه ۳۶۰۰ = دقیقه ۶۰ = ۱ ساعت

مسافتی که شهاب سنگ در مدت ۱۰۰ ساعت طی می کند. ثانیه/متر۱۰۸۰۰۰۰۰۰۰۰۰ = ۳۰۰۰۰۰۰۰ × ۳۶۰۰۰۰

رضا که تا این لحظه فقط نظاره گر کارهای احمد بود ، گفت چرا این همه صفر نوشتی ؟ و نگاهی به مساله و اعداد انداخت . ناگهان به احمد گفت : بیا از شر صفر ها راحت شویم . احمد گفت : آخه مگر برای حذف صفر ها مجاز هستیم ؟

رضا گفت : خیر ، اما میدانیم که جدول ارزش مکانی اعداد بر حسب دسته های ۱۰ تایی بنا شده اند، پس میتوان نوشت :

$۱۰ = ۱۰^{۱}$ و $۱۰۰ = ۱۰^{۲}$ و $۱۰۰۰ = ۱۰^{۳}$ و ...

لذا می شود اعداد بزرگ با این همه صفر را به صورت عددی اعشاری مثبت با یک رقم صحیح مخالف صفر در توانی از ۱۰ نمایش بدهیم.

احمد گفت این را از کجا یاد گرفتی ؟ رضا گفت : آخه دیروز همین درس را آقا معلم داشت برایمان توضیح می داد .

حالا اعداد مساله را بر اساس مطلب بالا بنویسیم و نوشت :

$۳/۶ \times ۱۰^{۵}$ = ثانیه ۳۶۰۰۰۰ = ۳۶۰۰ × ۱۰۰ = ۱۰۰ ساعت ثانیه $۳/۶ \times ۱۰^{۳}$ = ۳۶۰۰ = دقیقه ۶۰ = ۱ ساعت

سرعت نور = ۳×۱۰^{۸} = ۳۰۰۰۰۰۰۰۰

و در نهایت متر بر ثانیه $۱/۰۸ \times ۱۰^{۱۴} = ۱۰/۸ \times ۱۰^{۱۳} = ۳ \times ۱۰^{۸} \times ۳/۶ \times ۱۰^{۵}$

احمد گفت: چقدر ضرب ها راحتتر محاسبه شدند . البته از قوانین توان ها هم استفاده شد .حالا راه حلت را توضیح بده تا من هم یاد بگیرم .

رضا گفت که: هر عدد گویا را می توانیم به صورت یک عدد اعشاری مثبت ، با یک رقم صحیح غیر از صفر در توانی از ۱۰ نمایش داد . مثلا ۳۶۰۰ را به صورت ۳/۶ نوشت و به تعداد ارقام عدد داده شده غیر از ۳ ، توانی برای ۱۰ نوشت .

یعنی: $۳۶۰۰ = ۳/۶ \times ۱۰^{۳}$

در نماد علمی، کلیه اعداد به شکل: $a\times10^{n}$ نوشته می‌شوند. که در آن توان n یک عدد صحیح، و ضریب a یک عددمثبت حقیقی است

$a \times ۱۰^{n}$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{Z}$ و $۱ \leq a < ۱۰$

میتوان گفت که : نماد علمی روشی است برای نوشتن اعدادی که خیلی بزرگ یا خیلی کوچک هستند و نمی‌توان به سادگی آن‌ها را در نماد دهدهی نوشت.

نماد علمی تعدادی ویژگی‌های کاربردی دارد و استفاده از آن در ماشین‌حساب‌ها و توسط دانشمندان، ریاضی‌دانان، متخصصین سلامت و مهندسان رایج است. همچنین انجام محاسبات ریاضی با نماد علمی راحت تر می باشد .

از جمله کاربردهای نماد علمی می توان در محاسبات فضایی ، محاسبات مهندسی ، پزشکی و ... اشاره کرد که در انتهای درس چند مثال از کاربرد نماد علمی در علوم مختلف را برایتان حل شده است .

برای نوشتن اعداد به صورت نمادعلمی دو حالت داریم:

حالت اول : عددی که به ما داده شده، اعشار ندارد.

* * عدد ۳۷۵۳۲۰۰۰۰۰۰۰ رو با نماد علمی بنویسید.

قدم اول : بعد از اولین رقم از سمت راست ، یک اعشار بزنید. ۳/۷۵۳۲۰۰۰۰۰۰۰

قدم دوم : اکنون بعد از اعشاری که زدید، تعداد ارقام اعداد را بشمارید. تعداد ارقام بعد از ممیز = ۱۱ عدد

قدم سوم : عدد ممیز زده را بدون صفر ها بنویسید . ۳/۷۵۳۲

قدم چهارم : عدد ۳/۷۵۳۲را در ۱۰ ضرب کنیم وعدد ۱۱ را که در قدم دوم بدست آمده را به عنوان توان برای ۱۰ بنویسیم.

$۳۷۵۳۲۰۰۰۰۰۰۰ = ۳/۷۵۳۲ \times ۱۰^{۱۱}$

حالت دوم: عدد داده شده دارای اعشار باشد.

الف) عدد از یک بزرگتر است؟ بله خیر ☑

مثال: عدد ۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۲۵۸ را به صورت نماد علمی بنویسید.

قدم اول .تعیین کنید که عدد داده شده بزرگتر از یک یا کوچکتر از یک است . کوچکتر از یک است

قدم دوم :از سمت چپ عدد شروع به حرکت کنید، به اولین رقم غیر صفر که رسیدید بعدش یک اعشار بزنیم.

چون عدد داده شده خودش یک ممیز داشت ، از ممیز عدد داده شده تا ممیزی که خودمان نوشتیم تعداد ارقام را بشماریم.



قدم سوم :در این مرحله عدد ۳/۲۵۸ را در ۱۰ ضرب کرده و برای توان ۱۰ ، تعداد ارقامی که شماره ایم را با علامت منفی بنویسیم .

$۰/۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۳۲۸۵ = ۳/۲۵۸ \times ۱۰^{-۱۲}$

ب) عدد بزرگتر از یک

مثال : عدد داده شده را با نماد علمی بنویسید . ۲۹۸۲۵۴۳۸۵۲/۰۲۱

قدم اول : **از سمت چپ بعد از اولین رقم (مخالف صفر) یک ممیز بنویسید .**

۲/۹۸۲۵۴۳۸۵۲ /۰۲۱

نه رقم

قدم دوم : تعداد ارقام بین ممیز عدد تا ممیزی که جدید زده ایم را بشمارید .

قدم دوم : عدد ۲/۹۸۲۵۴۳۸۵۲۰۲۱ را در ۱۰ ضرب کنید .وتعداد ارقام شمارش شده ی بین دو ممیز(۹) را برای توان ۱۰ بنویسید .

$$۲۹۸۲۵۴۳۸۵۲/۰۲۱ = ۲/۹۸۲۵۴۳۸۵۲۰۲۱ \times ۱۰^{۹}$$

سوالات آزمون نهایی خرداد ۹۸

۱) **شعاع خورشید ۶۹۵۰۰۰ کیلو متر است .این عدد را با نماد علمی بنویسید .(قم ۹۸)**

جواب : عدد از یک بزرگتر است . پس از سمت چپ اولین عدد غیر صفر را مشخص کرده و جلوی آن ممیز نوشته و می نویسیم.

$$۶۹۵۰۰۰ = ۶/۹۵ \times ۱۰^{۵}$$

۲)فاصله ی مریخ تا زمین ۹۷۱۰۰۰۰۰ کیلومتر است . این عدد را با نماد علمی بنویسید .(تهران ۹۸)

جواب: $۹۷۱۰۰۰۰۰ = ۹/۷۱ \times ۱۰^{۷}$

۳)قطر خورشید $۱/۴ \times ۱۰^{۹}$ متر و قطر زمین حدوداً $۱/۳ \times ۱۰^{۷}$ متر است . قطر خورشید چند برابر قطر زمین است ؟

جواب :

$$\frac{\text{قطر خورشید}}{\text{قطر زمین}} = \frac{۱/۴ \times ۱۰^{۹}}{۱/۳ \times ۱۰^{۷}} = ۱/۰۸ \times ۱۰^{۲} = ۱۰۸$$

۴) نمایش اعداد زیر را با نماد علمی بنویسید .

کرمان : $۷۸۴۰۰۰۰۰ = ۷/۸۴ \times ۱۰^{۷}$

اردبیل : $۱۳۹۸/۰۳۰۱ = ۱/۳۹۸۰۳۰۱ \times ۱۰^{۳}$

سیستان و بلوچستان : $۹۸۰۰۰۰۰۰۰ = ۹/۸ \times ۱۰^{۸}$

سمنان : $۵۳۵۳۵۳ \times ۱۰^{-۷} = ۵/۳۵۳۵۳ \times ۱۰^{۵} \times ۱۰^{-۷} = ۵/۳۵۳۵۳ \times ۱۰^{-۲}$

۵) نمایش اعشاری اعداد داده شده را بنویسید . (تالیفی)

جواب: چون توان ۱۰ منفی است این عدد از یک کوچکتر است پس: از عدد توان بدون در نظر گرفتن علامت، یک واحد کم می کنیم و بعد از ممیز تا عدد ۲ به تعداد عدد حاصله صفر می نویسیم . (۸-۱=۷)

$$۲/۷۵ \times ۱۰^{-۸} = ۰/۰۰۰۰۰۰۰۲۷۵$$

هشت رقم

جواب : چون توان ۱۰ مثبت است این عدد از یک بزرگتر است پس : به تعداد ارقام بعد از ممیز از توان ۱۰ کم می کنیم و به اندازه ی عدد بدست آمده جلوی عدد ۴ ، صفر می نویسیم . (۶-۳=۳)

$$۳/۰۲۴ \times ۱۰^{۶} = ۳۰۲۴۰۰۰$$

شش رقم

۶) حاصل عبارات زیر را به دست آورید .(تالیفی)

$$۶ \times ۱۰^{۸} \times \frac{۳}{۷} \times ۱۰^{-۶} = \left(۶ \times \frac{۳}{۷}\right) \times (۱۰^{۸} \times ۱۰^{-۶}) = ۲۲/۲ \times ۱۰^{۲} = ۲/۲۲ \times ۱۰ \times ۱۰^{۲} = ۲/۲۲ \times ۱۰^{۳}$$

۷) عبارات درست را با ☑ و عبارات نادرست را با ☒ مشخص کنید .(عبارات نادرست را به صورت درست بنویسید .) (تالیفی)

(۱) $۲/۶۸ \times ۱۰^{۳} = ۲۶۸۰۰۰$ **(۲)** $۵/۸ \times ۱۰^{-۶} = ۰/۰۰۰۰۵۸$ **(۳)** $۳/۱۷ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۰۰۰۳۱۷$ **(۴)** $۹/۸۵۴۷ \times ۱۰^{۵} = ۹۸۵۴۷۰$

۱) نادرست ☒ $۲/۶۸ \times ۱۰^{۳} = ۲۶۸۰$

۲)درست ☑ $۵/۸ \times ۱۰^{-۶} = ۰/۰۰۰۰۰۵۸$

۳) نادرست ☒ $۳/۱۷ \times ۱۰^{-۴} = ۰/۰۰۰۳۱۷$

۴)درست ☑ $۹/۸۵۴۷ \times ۱۰^{۵} = ۹۸۵۴۷۰$

۸)اعداد داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید . (تالیفی)

$۲/۸ \times ۱۰^{-۲}$ ، $۴/۳۵ \times ۱۰^{-۲}$ ، $۱/۷ \times ۱۰^{-۲}$ ، $۱/۵ \times ۱۰^{-۳}$

ابتدا با توجه به توانهای عدد ۱۰ به مقایسه می پردازیم ، در صورتی که توانها برابر بودند، سراغ قسمت اعشاری رفته و آنها را با هم مقایسه می کنیم . با توجه به توانهای عدد ۱۰ داریم : $-۲ > -۳$ ، چون سه عدد دارای توان ۲- هستند اکنون باید اعداد اعشاری را مقایسه کنیم :

$۱/۷ < ۲/۸ < ۴/۳۵$

و در نهایت داریم : $۱/۵ \times ۱۰^{-۳} < ۱/۷ \times ۱۰^{-۲} < ۲/۸ \times ۱۰^{-۲} < ۴/۳۵ \times ۱۰^{-۲}$

*** فرزندم : حالا با توجه به توضیحات و نمونه سوالات حل شده انتظار دارم که صفحه ی ۶۵ تا صفحه ی ۶۷ از کتاب درسی را ابتدا با دقت مطالعه کرده و سپس پاسخ فعالیت ها ، کاردرکلاس ها و تمرین را بنویسید .

جزوه فصل چهارم

پایه نهم

موضوع : ضرب و تقسیم رادیکال‌ها





موضوع: جمع و تفریق رادیکال ها

ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

نکته ۱: همانطور که در سال گذشته خواندید برای ضرب و تقسیم رادیکال‌ها باید فرجه‌ها مثل هم باشند.

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ a و b مثبت (اعداد حسابی)

$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $(b \neq ۰)$

مثال: ضرب و تقسیم کنید.

الف) $\sqrt{۷} \times \sqrt{۲} = \sqrt{۷ \times ۲} = \sqrt{۱۴}$

ب) $\sqrt{۱۵۰} \div \sqrt{۵} = \sqrt{\frac{۱۵۰}{۵}} = \sqrt{۱۵}$

نکته: گاهی اوقات پس از ضرب و تقسیم می‌توان جذر گرفت.

$\sqrt{۲} \times \sqrt{۳۲} = \sqrt{۲ \times ۳۲} = \sqrt{۶۴} = ۸$

$\sqrt{۲۷} \div \sqrt{۳} = \sqrt{\frac{۲۷}{۳}} = \sqrt{۹} = ۳$

نکته ۲: همین مطلب (نکته۱) برای فرجه ۳ نیز استفاده می‌شود.

$\sqrt[۳]{ab} = \sqrt[۳]{a} \times \sqrt[۳]{b}$ a و b عدد حقیقی

$\sqrt[۳]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[۳]{a}}{\sqrt[۳]{b}}$ $(b \neq ۰)$

مثال:

$\sqrt[۳]{۲} \times \sqrt[۳]{۴} = \sqrt[۳]{۲ \times ۴} = \sqrt[۳]{۸} = ۲$

$\sqrt[۳]{۱۲۸} \div \sqrt[۳]{۲} = \sqrt[۳]{\frac{۱۲۸}{۲}} = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

نکته ۳: اما برای جمع و تفریق تساوی‌های زیر همیشه برقرار نیستند.

$$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b} \qquad \sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}\neq\sqrt[3]{a+b}$$

$$\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b} \qquad \sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a-b}$$

سوال: آیا تساوی زیر درست است؟ چرا؟

$$\sqrt{۵}+\sqrt{۲۰}=\sqrt{۲۵}$$

حل: خیر، زیرا:

$$\sqrt{۵}+\sqrt{۲۰}=\sqrt{۲۵} \Rightarrow \underbrace{۲/۲+۴/۴}_{۶/۸}=۵ \Rightarrow ۶/۸\neq ۵$$

سوال۱: حاصل هر عبارت را بدست آورید؟

الف) $-۵\sqrt{۳}\times۲\sqrt{۵}=(-۵\times۲)(\sqrt{۳}\times\sqrt{۵})=-۱۰\sqrt{۱۵}$

ب) $۷\sqrt[3]{-۲}\times۹\sqrt[3]{۴}=(۷\times۹)(\sqrt[3]{-۲\times۴})=۶۳\sqrt[3]{-۸}=۶۳\times(-۲)=-۱۲۶$

پ) $۱۵\sqrt{۵۰}\div۳\sqrt{۲}=(۱۵\div۳)\sqrt{\frac{۵۰}{۲}}=۵\sqrt{۲۵}=۵\times۵=۲۵$

ت) $۴۲\sqrt[3]{۲۵۰}\div۱۴\sqrt[3]{۲}=(۴۲\div۱۴)\sqrt{\frac{۲۵۰}{۲}}=۳\sqrt[3]{۱۲۵}=۳\times۵=۱۵$

سوال۲: آیا تساوی $\sqrt[3]{-۵}=-\sqrt[3]{۵}$ درست است؟ بلی ☑ خیر ☐

سوال۳: اگر مساحت یک مکعب $۲۴a^۲$ باشد حجم آن بر حسب a چیست؟

الف) ☑ $۸a^۳$ ب) ☐ $۸a^۲$ پ) ☐ $۶۴a^۳$ ت) ☐ $۱۶a^۳$

حل: $۲۴a^۲\div۶=۴a^۲\rightarrow\sqrt{۴a^۲}=۲a\rightarrow۲a.۲a.۲a=۸a^۳$

۹) حاصل عبارت زیر را بدست آورید. (خ ۹۶ گیلان)

$$\underbrace{\sqrt[۳]{۵}\times\sqrt[۳]{۲۵}}_{\sqrt[۳]{۵\times۲۵}}=\sqrt[۳]{(۲\times۴)\times۲۵}=\sqrt[۳]{۱۲۵}=۵\times۸=۴۰$$

۲) حاصل عبارت زیر را بدست آورید. (خ ۹۶ یزد)

$$\frac{\sqrt[۳]{۵۴}\times\sqrt[۳]{۲۰}}{\sqrt[۳]{۵}}=\sqrt[۳]{\frac{۵۴\times۲۰}{۵}}=\sqrt[۳]{\underbrace{۵۴\times۴}}=\sqrt[۳]{۲۱۶}=۶$$



جمع و تفریق رادیکال‌ها:

نکته۱: ساده کردن یک عبارت رادیکالی را در سال گذشته خواندید. مثال:

$$\sqrt{۱۲}=\sqrt{۴\times۳}=۲\sqrt{۳}$$

نکته۲: برای جمع و تفریق عبارات رادیکالی در صورتی که رادیکال‌ها مثل هم باشند از فاکتورگیری کمک می‌گیریم:

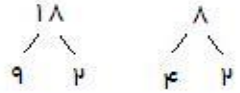
الف) $۵\sqrt{۳}+۲\sqrt{۳}=(۵+۲)\sqrt{۳}=۷\sqrt{۳}$

ب) $۱۸\sqrt{۷}-۲\sqrt{۷}=(۱۸-۲)\sqrt{۷}=۱۶\sqrt{۷}$

نکته ۳: گاهی اوقات برای جمع و تفریق عبارات رادیکالی باید ابتدا تجزیه کنیم:

$$\sqrt{۱۸}+\sqrt{۸}=\sqrt{۹\times۲}+\sqrt{۴\times۲}=۳\sqrt{۲}+۲\sqrt{۲}=۵\sqrt{۲}$$

جذر دارد جذر دارد



نکته۴: اگر قبل از رادیکال عددی داشتیم بعد از جذر گرفتن ضرب می‌کنیم:

$$۵\sqrt{۲۷}-۲\sqrt{۱۲}=\underbrace{۵\sqrt{۹\times۳}-۲\sqrt{۴\times۳}}=۵\times۳\sqrt{۳}-۲\times۲\sqrt{۳}$$

$$= ۱۵\sqrt{۳} - ۴\sqrt{۳} = ۱۱\sqrt{۳}$$

نکته: برای جمع و تفریق رادیکال‌ها

۱) قسمت رادیکالی دو عدد بعد از ساده کردن یکسان باشند.

۲) فرجه رادیکال‌ها باید مثل هم باشند. مثال:

$۲\sqrt{۵} + \sqrt[۳]{۲}$ → نمی‌توان جمع کرد

تمرین:

۱) حاصل را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\sqrt{۹۰} + \sqrt{۱۶۰} - \sqrt{۴۰} = \sqrt{۹ \times ۱۰} + \sqrt{۱۶ \times ۱۰} - \sqrt{۴ \times ۱۰}$$

$$= ۳\sqrt{۱۰} + ۴\sqrt{۱۰} - ۲\sqrt{۱۰} = (۳ + ۴ - ۲)\sqrt{۱۰} = ۵\sqrt{۱۰}$$

۲) حاصل را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$-۲\sqrt[۳]{۵۴} + ۵\sqrt[۳]{۱۶} - ۲\sqrt[۳]{۲۷ \times ۲} + ۵\sqrt[۳]{۸ \times ۲} = -۲ \times ۳\sqrt[۳]{۲} + ۵ \times ۲\sqrt[۳]{۲}$$

$$= -۶\sqrt[۳]{۲} + ۱۰\sqrt[۳]{۲} = ۴\sqrt[۳]{۲}$$

۳)الف) مساحت مربعی به ضلع $۵\sqrt{۲}$ را بدست آورید.

یک ضلع ضربدر خودش = مساحت مربع

$$۵\sqrt{۲} \times ۵\sqrt{۲} = (۵ \times ۵)(\sqrt{۲} \times \sqrt{۲}) = ۲۵ \times \sqrt{۴} = ۲۵ \times ۲ = ۵$$

ب) محیط مربع بالا را محاسبه کنید.

۴) حاصل را به ساده ترین صورت بدست آورید.

$$\sqrt{۴+\frac{۱}{۸۱}+\frac{۴}{۹}}=\sqrt{\frac{۳۲۴+۱+۳۶}{۸۱}}=\sqrt{\frac{۳۶۱}{۸۱}}=\frac{۱۹}{۹}$$

سوالات امتحان نهایی فصل۴

۱) عبارت زیر را ساده کنید. (خ ۹۶ کردستان)

$$۷\sqrt{۲۰}-\sqrt{۴۵}=۷\sqrt{۴\times۵}-\sqrt{۹\times۵}=۷\times۲\sqrt{۵}-۳\sqrt{۵}=۱۱\sqrt{۵}$$

۲) حاصل را به ساده ترین صورت بدست آورید. (تهران خ ۹۶)

$$۳\sqrt{۴۵}-\sqrt{۵}=۳\sqrt{۹\times۵}-\sqrt{۵}=۳\times۳\sqrt{۵}-۱\sqrt{۵}$$
$$=(۹-۱)\sqrt{۵}=۸\sqrt{۵}$$

۳) حاصل عبارت مقابل را ساده کنید.

$$\sqrt{۷۲}-\sqrt{۳۲}+\sqrt{۱۸}=\sqrt{۳۶\times۲}-\sqrt{۱۶\times۲}+\sqrt{۹\times۲}=۶\sqrt{۲}-۴\sqrt{۲}+۳\sqrt{۲}$$
$$=(۶-۴+۱)\sqrt{۲}=۳\sqrt{۲}$$



گویا کردن مخرج کسرهای رادیکالی

محاسبه کدام‌یک از عبارت‌های زیر راحت‌تر است؟

الف) $\frac{۲}{۵}+\frac{۳}{۷}$

ب) $\frac{۲}{\sqrt{۵}}+\frac{۳}{\sqrt{۷}}$

نکته: برای گویا کردن مخرج

الف) وقتی فرجه رادیکال ۲ باشد کافی است صورت و مخرج کسر را در رادیکال مخرج ضرب کنیم.

مثال: مخرج عبارت زیر را گویا کنید.

$$\frac{۳}{\sqrt{۵}}=\frac{۳\times\sqrt{۵}}{\underbrace{\sqrt{۵}\times\sqrt{۵}}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{\sqrt{۲۵}}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$$

ب) اگر فرجه رادیکال ۳ باشد گویا کردن مخرج دو حالت دارد:

۱) عدد زیر رادیکال توان یک داشته باشد که در این حالت صورت و مخرج کسر را در رادیکال با توان دو ضرب می‌کنیم.

$$\frac{-۱۷}{\sqrt[۳]{۲}}=\frac{-۱۷\times\sqrt[۳]{۲^{۲}}}{\underbrace{\sqrt[۳]{۲}\times\sqrt[۳]{۲^{۲}}}}=\frac{-۱۷\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۸}}=\frac{-۱۷\sqrt[۳]{۴}}{۲}$$

۲) عدد زیر رادیکال توان دو داشته باشد که در این حالت صورت و مخرج کسر را در رادیکال مخرج با توان یک ضرب می‌کنیم.

$$\frac{۴}{\sqrt[۳]{۷^{۲}}}=\frac{۴\times\sqrt[۳]{۷}}{\sqrt[۳]{۷^{۲}}\times\sqrt[۳]{۷}}=\frac{۴\times\sqrt[۳]{۷}}{\sqrt[۳]{۳۴۳}}=\frac{۴\times\sqrt[۳]{۷}}{۷}$$

تمرین:

۱) مخرج کسر زیر را گویا کنید.

$$-\frac{۵}{۲\sqrt{a}}=\frac{-۵\times\sqrt{a}}{۲\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{-۵\sqrt{a}}{۲a}$$

۲) برای گویا کردن مخرج کسر $\frac{۱}{۲\sqrt[۳]{x}}$ باید صورت و مخرج را در ..... ضرب شوند.

الف) $\sqrt[۳]{x^۲}$ ب) x پ) $\sqrt[۳]{x}$ ت) $۲\sqrt{x}$

حل:

$$\frac{۱}{۲\sqrt[۳]{x}}=\frac{۱\times\sqrt[۳]{x^۲}}{۲\sqrt[۳]{x}\times\sqrt[۳]{x^۲}}=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}}{۲\sqrt[۳]{x^۳}}=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}}{۲x}$$

۳) ساده شده عبارت $\frac{۱۵}{۲\sqrt{۵}}$ پس از گویا کردن مخرج کدام است؟

الف) $\frac{۱}{۵}\sqrt{۵}$ ب) $\frac{۱}{۵}$ پ) $\frac{\sqrt[۳]{۵}}{۲}$ ت) $\frac{۳}{\sqrt{۵}}$

سوالات امتحان نهایی

۱) مخرج کسر را گویا کنید. (خ ۹۶ مازندران)

$$\frac{\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۳}\times\sqrt{۵}}{۲\sqrt{۵}\times\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲\sqrt{۲۵}}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۲\times۵}=\frac{\sqrt{۱۵}}{۱۰}$$

۲) مخرج کسر را گویا کنید. (خ ۹۶ کهکیلویه و بویراحمد)

$$\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}=\frac{۱\times\sqrt[۳]{۲^۲}}{\sqrt[۳]{۲}\times\sqrt[۳]{۲^۲}}=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{\sqrt[۳]{۲^۳}}=\frac{\sqrt[۳]{۴}}{۲}$$

۳) مخرج کسر را گویا کنید. (مولف)

$$\frac{-۵}{\sqrt[۳]{۴a}}=\frac{-۵\times\sqrt[۳]{۲a^۲}}{\sqrt[۳]{۲^۲a}\times\sqrt[۳]{۲a^۲}}=\frac{-۵\times\sqrt[۳]{۲a^۲}}{\sqrt[۳]{۲^۳a^۳}}=\frac{-۵\times\sqrt[۳]{۲a^۲}}{۲a}$$