

فصل ۴ : جبر معادله

بجمله‌ها: عد ثابت و یا حاصل ضرب یک عدد ثابت و تعدادی متغیر است - توان آن‌ها باید عدد حسابی باشد.

عنوان اعداد حسابی \rightarrow (n)
 یک یا چند متغیر \rightarrow (x)
 هر عدد حقیقی \rightarrow (a)

$2^3 x^0 = 2^3 \times 1 = 2^3$

2^3 , $-\sqrt{3} a^2 b^3 c^4$, $2x$

اعداد حسابی: $\dots, 4, 3, 2, 1, 0$

توان متغیر \rightarrow (-1)
 توان سرتی \rightarrow $(\frac{1}{3})$
 $\sqrt{2} x$, $3x^{-1}$

جهت متساوی: بجمله‌ها حسابی هستند - بخش متغیر آن‌ها طاقاً یا زوجاً باشد

متساوی \Rightarrow $(x^2 y^2)$ و $(-3x^2 y^2)$

مثال: جهت متساوی را مشخص کنید

- (۱)
 $b^2 ac$
- (۲)
 $3a^2 b^2 c$
- (۳)
 $3abc^2$
- (۴)
 $\sqrt{5} abc^2$
- (۵)
 $-\frac{1}{3} bac^2$
- (۶)
 $-19 a^2 bc$

* اگر جمله‌ها ضرب عددی نباشد، ضرب عددی آن است. $x = 1x$
 $abc^2 = 1abc^2$

چند جمله‌ای: مجموع دگرگون چند جمله‌ای غیرمتساوی، یک چند جمله‌ای بود

$-\frac{1}{3} ax + a \Rightarrow$ ۲ جمله‌ای

$3a^2 b + 5ab - 3 \Rightarrow$ ۳ جمله‌ای

* در محاسبات عبارات جبری، تنها جابجایی مساوی با هم جمع یا تفریق می‌شوند.

مثال: عبارات جبری زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\textcircled{1} \quad \underline{-3ab} + \underline{vba} - \underline{va\alpha} + 1.0\alpha^2\alpha - \underline{1\omega\alpha} + 1\alpha$$

$$(-3+v)ab + (-v-1\omega)\alpha\alpha + 1.0\alpha^2\alpha + 1\alpha$$

$$= +kab - 2\alpha\alpha + 1.0\alpha^2\alpha + 1\alpha$$

$$\textcircled{2} \quad \underline{\frac{2}{3}ax^2y} - \omega - \underline{\frac{4}{\omega}x\alpha^2y} - \underline{\frac{1}{7}y\alpha^2} + 1\omega$$

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{7}\right)ax^2y + 1.0 - \frac{4}{\omega}x\alpha^2y = \frac{1}{7}ax^2y + 1.0 - \frac{4}{\omega}x\alpha^2y$$

$$\rightarrow \frac{2-1}{7} = \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

$$\textcircled{3} \quad (5x - 2y + v) - (7y + 11x - 3)$$

$$= \underline{5x} - \underline{2y} + \underline{v} - \underline{7y} - \underline{11x} + \underline{3} = -6x - 9y + 1.0 + v$$

* ضرب یک عدد در یک جمله: عدد فقط در ضرب عددی ضرب می‌شود.

$$\underline{-3} \times \underline{4xy} = -12xy$$

* ضرب یک عدد در چند جمله‌ای:

$$v \times (-2xy + 1.0a - 3) = -2vxy + 1.0va - 3v$$

* اگر بین یک عدد و پرانتز علامتی نبود، به معنی علامت \times است.

* توان به عمل در ضرب عددها: توان رساندن ضرایب عددی را تغییر

$$(2^1 x^2)^3 = 2^3 x^6 = 8x^6$$

$$* (x^a)^b = x^{a \times b}$$

$$(2^1 a^2 b^3 c^4)^2 = 2^2 a^4 b^6 c^8 = 4a^4 b^6 c^8$$

$$(x^a)^b \neq x^{a^b}$$

که با این اشتباه نکنیم

$$(-3^1 x^2 y^3 z^4)^3 = -3^3 x^6 y^9 z^{12}$$

$$= -27 x^6 y^9 z^{12}$$

* ضرب به عمل این در ضرب عددها: ضرایب عددی در هم ضرب می شوند.

$$(-3^1 x^2 y^3)(4^1 x^2 y^3) = -12 x^4 y^6$$

$$= -12 x^4 y^6$$

$$(-4^2 a^3 b c)(-2^1 a^2 b^2 c^2 d) = +8 a^5 b^3 c^3 d$$

* ضرب به عمل این در چند جمله ای: چند جمله ای در ضرب عددها ضرب می شود.

$$-2ax(3b + 1a^2) = -6ab - 2a^3$$

که با این اشتباه نکنیم

$$-2xy(5ax + 2y - 3) = -10x^2ya - 4xy^2 + 6xy$$

* ضرب چند جمله‌ای در چند جمله‌ای: باید تعداد جملات در هم ضرب شوند.

$$(x+y)(x-y) = \underbrace{x^2} - \underbrace{xy} + \underbrace{yx} - \underbrace{y^2} = x^2 - y^2$$

$$(2a+b)(3a-2b) = 6a^2 - \underbrace{4ab} + \underbrace{3ba} - 2b^2$$

$$= 6a^2 - ab - 2b^2$$

مثال: حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

① $-2x(x-y) - 2x(1-y) + 2y(1+x)$

$$\begin{aligned} & \underline{-2x + 2y} \quad \underline{-2x + 2xy} \quad \underline{+2y + 2yx} \\ & = -2x + 2y - 2x + 2xy + 2y + 2yx \end{aligned}$$

$$= -4x + 4y + 4xy$$

② $(2x+y)(2x-y) + y^2(1-x)$

$$\begin{aligned} & \underline{4x^2} - \underline{2xy} + \underline{2yx} - \underline{y^2} + \underline{y^2} - \underline{y^2x} \\ & = 4x^2 - y^2x \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad (x-1)^2 = (x-1)(x-1) = x^2 - x - x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$\textcircled{4} \quad \overline{abc} = \overline{cba} = 100a + 10b + c$$

$$\textcircled{5} \quad -x^2y^2(1 - \omega zyx) = -x^2y^2 + \omega x^2y^2z$$

∴

$$\overline{ab} = 10a + b \Rightarrow \overline{ab} = 10a + b$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c = 100a + 10b + c$$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

مقلوب اب مر :

$$\overline{ab} \xrightarrow{\text{مقلوب}} \overline{ba}$$

$$\overline{ab} \xrightarrow{\text{مقلوب}} \overline{ba}$$

$$\overline{abc} \xrightarrow{\text{مقلوب}} \overline{cba}$$

$$\overline{abc} \xrightarrow{\text{مقلوب}} \overline{cba}$$

مثال: مجموع هر عدد درستی و معکوب آن مضرب چه عددها است؟

$$\overline{ba} \quad \overline{ab}$$

$$\overline{ab} + \overline{ba} = \underbrace{10a + b} + \underbrace{10b + a} = 11a + 11b = 11(a + b)$$

مضرب ۱۱
یعنی

مثال: اختلاف هر عدد درستی و معکوب آن همواره مضرب چه عددها است؟

$$\overline{ba} \quad \overline{ab}$$

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (10a + b) - (10b + a) = \underline{10a + b} - \underline{10b + a}$$

$$9a - 9b = 9(a - b)$$

مضرب ۹

ساده کردن عبارات های جبری



فعالیت

$a < 0$: منفی
 $a > 0$: مثبت
 $a < 0$: منبسط
 $a > 0$: نامنقبض

۱- در سال گذشته با درس توان آشنا شدید. عبارات های کلامی را به صورت جبری و عبارات های

هر عدد (مخالفهض) بتوان صفر

جبری را به صورت کلامی بنویسید.

• هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود. $a^1 = a$

برابر با ۱ است.

• یک به توان هر عدد، برابر یک می شود. $1^m = 1$

• صفر به توان هر عدد مثبت، برابر صفر می شود. $0^n = 0$

• در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

• مربع یا مجذور عدد a a^2 در ضرب اعداد توان دار با توان ها مساوی، پایه از توان ها مساوی، پس از توان ها مساوی، $b^a \times c^a = (bc)^a$

۲- الف) در عبارت جبری $2n - 1$ به جای n عددهای طبیعی $(1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی

عددی متناظر را بنویسید.

$n=1 \rightarrow 2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$
 $n=2 \rightarrow 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$
 $n=3 \rightarrow 2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$

ب) در عبارت جبری $2m + 1$ به جای m عددهای حسابی $(0, 1, 2, 3, \dots)$ قرار دهید و الگوی

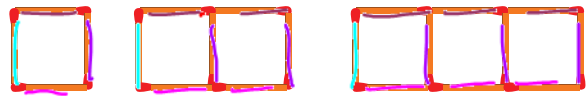
عددی متناظر را بنویسید.

$m=0 \rightarrow 2(0) + 1 = 1$
 $m=1 \rightarrow 2(1) + 1 = 3$

آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟

۳- شکل های زیر با چوب کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده اند. شکل n ام با چند چوب

کبریت ساخته می شود؟



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

در اینجا پاسخ چهار دانش آموز را می بینید. توضیح دهید هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است؛ سپس مانند نمونه ها، شکل هایی رسم کنید که روش مانهوش را مشخص کند و بین شکل ها و

عبارات های جبری رابطه برقرار کنید.

پاسخ ماهرخ: $3n + 1$

پاسخ مانهوش: $4 + (n-1) \times 3$

$4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1$

پاسخ ماهر: $1 + n + n + n = 3n + 1$

پاسخ مهتاب: $n + 1 + (n \times 2) \leftarrow 2 + (1 \times 2), 3 + (2 \times 2), 4 + (3 \times 2), 5 + (4 \times 2)$

پاسخ های مانهوش، ماهر و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ ماهرخ یکی هستند؟

آیا شما هم روشی برای شمارش چوب کبریت ها و یافتن جمله n ام دارید؟