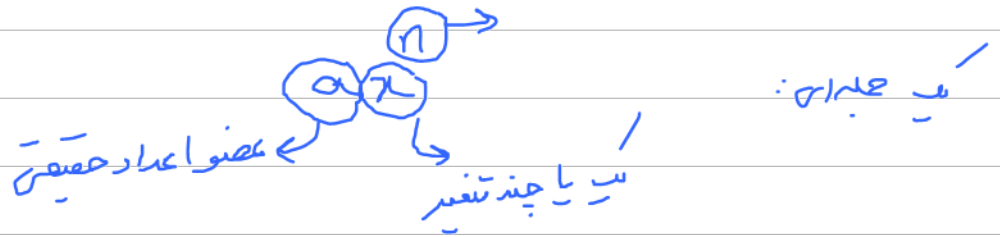


فصل ۴ (جبر و معادله) عنوان اعداد حسابی



مثال:  $37x^2$ ,  $-25x^2$ ,  $\sqrt{2} a^2 b^4$ ,  $k$

$\rightarrow 4x^0 = 4x^1 = 4$

توان نسبی  $\rightarrow$  توان منفی  $\rightarrow$  توان مثبت

ب جمله اول نیستند:  $3x^2$  و  $7x^{\frac{3}{4}}$  (مثال بعد مفضل ترین خوانیم)

ب جمله اول: عدد ثابت و یا حاصل ضرب ب عدد ثابت و تعداد متغیر است - توان آن با بابه اعداد حسابی باشند.

جملات متساوی: ب جمله اولی به بخش متغیر آن با کاملاً مساوی باشد.

مثال: جملات متساوی زیرا مشخص نیستند.

$16ac$ ,  $3abc^2$ ,  $3abc^2$ ,  $\sqrt{57} cb^2a$ ,  $-\frac{7}{3} bac^2$ ,  $-19 a^2bc$

نتیجه: اگر جمله اول ضرب عددی داشته باشد، ضرب عددی آن 1 است.

$x = 1x$

چند جمله اول: جمع یا تفریق چند ب جمله اول غیر متساوی با جمع، چند جمله اول می بیند.

دو جمله اول  $\Rightarrow -\frac{7}{5} ax + 3a^2x$

سه جمله اول  $\Rightarrow -\sqrt{2}xab + 3ac - 4$

\* در عبارات عبارات جبری، تنها جملات مشابه با هم جمع و تفریق می‌شوند.

مثال: عبارات جبری زیر را ساده کنید.

$$\textcircled{1} \quad \underline{-3ab} + \underline{7ba} - \underline{7ax} + \underline{10a^2x} - \underline{15xa} = (-3+7)ab + (-7-15)xa + 10a^2x$$

$$= +4ab - 22xa + 10a^2x$$

$$\textcircled{2} \quad \underline{\frac{2}{3}ax^2y} - \underline{5} - \underline{\frac{4}{5}xa^2y} - \underline{\frac{1}{7}yx^2a} + \underline{15} =$$

$$\left(\frac{2x^2}{3x^2} - \frac{1}{7}\right)ax^2y + 10 - \frac{4}{5}xa^2y = \frac{1}{7}ax^2y + 10 - \frac{4}{5}xa^2y$$

$\frac{2-1}{7} = \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$

$$\textcircled{3} \quad (\underline{5x} - \underline{4y} + \underline{7}) - (\underline{7y} + \underline{11x} - \underline{3})$$

$$\underline{5x} - \underline{4y} + \underline{7} - \underline{7y} - \underline{11x} + \underline{3} = \underline{-6x} - \underline{11y} + \underline{10}$$

\* ضرب عدد در یک جمله اول: عدد فقط در ضرب عدد ضرب می‌شود.

$$-3 \times 4xy = -12xy$$

\* ضرب عدد در صند جمله اول:

$$7 \times (-4xy + 11a - 3) = -28xy + 77a - 21$$

\* اگر پس از عدد ویرانه علامت نباشد، به معنی علامت  $\times$  است.

\* توان یک جمله ای: بتوان بر اندک ضرب عددها و تغییر

$$(2x^2)^3 = 2^3 x^2 \cdot 2 = 8x^2$$

$$*(x^a)^b = x^{a \times b}$$

$$(2a^2b^3c^4)^2 = 2^2 a^2 b^3 c^4 = 4a^2 b^3 c^4$$

$$(-3x^2y^3z^4)^3 = -3^3 x^2 y^3 z^4$$

$$(-1)^n = -1$$

$$(x^2)^3 = x^{2 \times 3} = x^6$$

$$(y^3)^2 = y^6 \quad (2^5)^3 = 2^{5 \times 3} = 2^{15}$$

\* ضرب یک جمله در یک جمله ای:

$$y^{2+3} = y^5$$

$$(-3xy^2)(4x^2y^3) = -12x^3y^5 = -12x^3y^5$$

$x^{1+2} = x^3$

\* ضرب یک جمله ای در چند جمله ای: یک جمله ای در مرتبه یک جمله ای چند جمله ای ضرب می شود.

$$\begin{aligned} -2a^2(3b + a^3) &= (-2a^2 \times 3b) + (-2a^2 \times a^3) \\ &= -6ab + (-2a^5) = -6ab - 2a^5 \end{aligned}$$

$$-5xy(4ax + 2y - 3) = -20x^2y - 10xy^2 + 15xy$$

\* ضرب چند جمله‌ای در چند جمله‌ای: باید ترتیب عملیات در هم ضرب شوند.

$$(x+y)(x-y) = x^2 - \cancel{xy} + \cancel{yx} - y^2 = x^2 - y^2$$

$$(2a+b)(2a-2b) = 4a^2 - \underline{4ab} + \underline{4ba} - 2b^2$$

$$4a^2 - ab - 2b^2$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\textcircled{1} -2(x-y) - 2x(1-y) + 2y(1+x)$$

$$= \underline{-2x} + \underline{2y} - \underline{2x} + \underline{2xy} + \underline{2y} + \underline{2yx}$$

$$= -4x + 4y + 4xy$$

$$\textcircled{2} (2x+y)(2x-y) + y^2(1-x)$$

$$\underline{4x^2} - \underline{2xy} + \underline{2yx} - \underline{y^2} + \underline{y^2} - \underline{y^2x}$$

$$= 4x^2 - y^2x$$

$$\textcircled{3} (3x-1)^2 = (3x-1)(3x-1) = 9x^2 - \underline{3x} - \underline{3x} + 1$$

$$9x^2 - 6x + 1$$

$$\textcircled{4} \quad 2a^2 b^3 c (2abc^2) = 2^2 a^3 b^3 c^3$$

$$\textcircled{5} \quad -vxy^2 (1 - 2zy^2x) = -vxy^2 + 2\omega x^2 y^2 z$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

عدد دو رقمی:  $\overline{ab}$

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c$$

عدد سه رقمی:  $\overline{abc}$

$$22 = 20 + 2 = 2 \times 10 + 2$$

$$513 = 500 + 10 + 3 = 5 \times 100 + 1 \times 10 + 3$$

نتیجه: معکوب یک عدد: رقمهای آن را از آخر به اول بنویسیم.

$$22 \xrightarrow{\text{معکوب}} 22$$

$$\overline{ab} \xrightarrow{\text{معکوب}} \overline{ba}$$

$$325 \xrightarrow{\text{معکوب}} 523$$

$$\overline{abc} \xrightarrow{\text{معکوب}} \overline{cba}$$

مثال: مجموع هر عدد دو رقمی و معکوب آن، مضرب چه عددی است؟ (مثال)

$$\overline{ab} + \overline{ba}$$

$$\overline{ab} + \overline{ba} = \underline{10a + b} + \underline{10b + a} = 11a + 11b = 11(a + b)$$

$$53 = \underline{50} + 3 = 10 \times \textcircled{5} + \textcircled{3}$$

$$\overline{ab} = 10a + b$$

که برای آن مضرب پیدا است  
(مضرب "11" است)

سؤال: اصطلاح هر عدد در برعکس و معکوب آن همواره معکوب چه عددها است؟

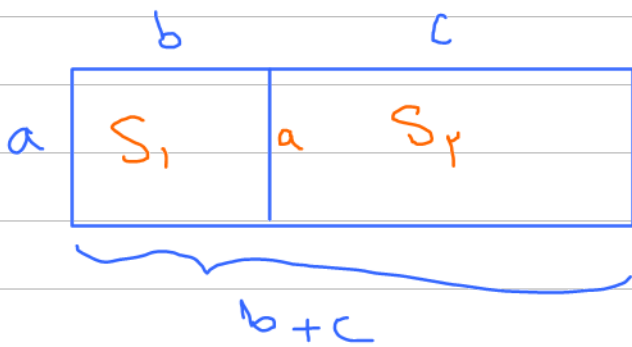
$$\overline{ab} - \overline{ba} = 10a + b - (10b + a) = 10a + b - 10b - a$$

$$= 9a - 9b = 9(a - b)$$

← معکوب 9 است

\* دلیل هندسی ضرب یک جمله ای در چند جمله ای

ضرب  $a(b+c) = ?$



ضرب یک جمله ای در چند جمله ای:

$$S = a(b+c)$$

$$S_1 = ab$$

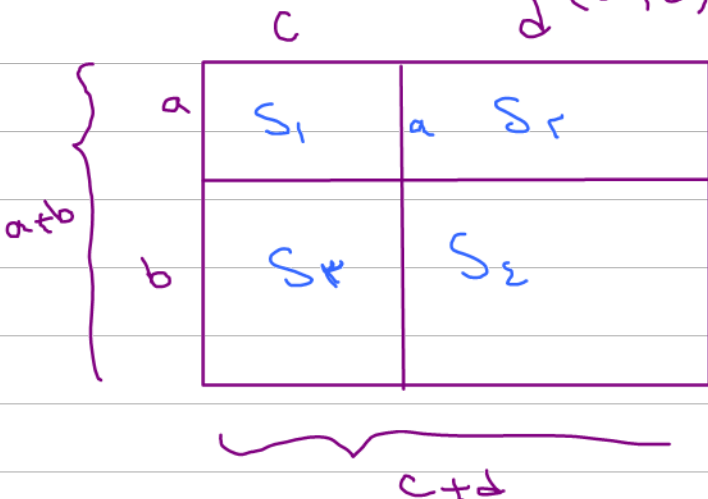
$$\Rightarrow S_1 + S_2 = ab + ac$$

$$S_2 = ac$$

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow a(b+c) = ab + ac$$

ضرب چند جمله ای در چند جمله ای:

ضرب  $(a+b)(c+d) = ?$



$$S = (a+b)(c+d)$$

$$S_1 = ac \quad \left. \begin{array}{l} S_1 = ac \\ S_2 = ad \\ S_3 = bc \\ S_4 = bd \end{array} \right\} S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S_2 = ad$$

$$S_3 = bc$$

$$S_4 = bd$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

اتحاد اول :

① اتحاد مربع مجموع دو جمله اولی  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

دلیل:  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$   
 $a^2 + 2ab + b^2$

② اتحاد مربع تفاضل دو جمله اولی  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$   
 $= a^2 - 2ab + b^2$

حل نمونه سوال

سؤال: درغزابل اعداد ۱ تا ۱۵۰ :

الف) اولین عدد مضرب ۵ - خط من خورد صیت ۲۵

ب) اولین عدد - خط من خورد صیت ۱

ج) آخرین عدد - خط من خورد صیت ۱۴۳

مضارب ۱۱ - بران ادین با خط من خورد  
 ۱۲۱ و ۱۳۲ و ۱۴۳ (آخرین عدد)

د) عدد ۶۰۲ با مضارب صید عدد - خط من خورد ۲

ه) ۲۰۱ ~ ~ ~ ۳

و) ترتیب خط خوردن اعداد ۶۹ ، ۸۲ ، ۷۷ ، ۵۵ ، ۵۰ ، ۱۲۱ را مشخص کنید.

از ترتیب را که : ۱۲۱ ، ۷۷ ، ۵۵ ، ۶۹ ، ۸۲ ، ۵۰  
 ۱۱۳ ، ۷۳ ، ۵۳ ، مضرب ۳ ، مضرب ۲

اعداد : ۲۱ ، ۲۲ ، ۵۹

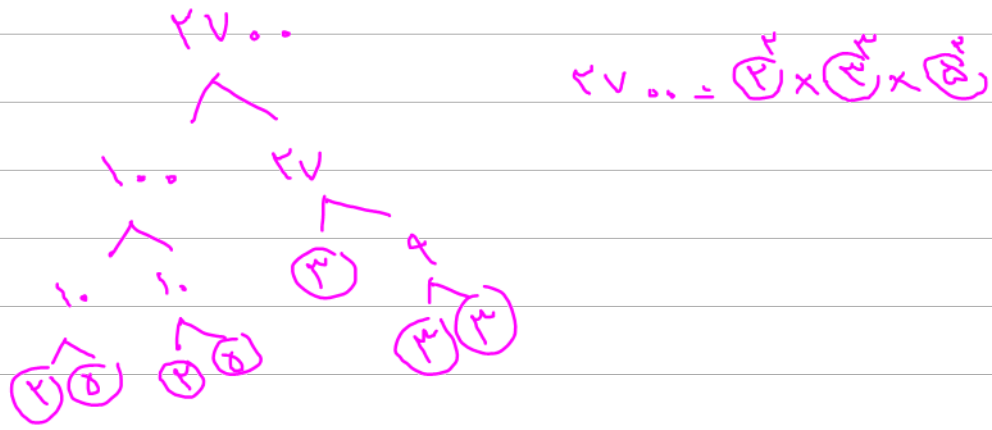
سؤال: درغزابل اعداد ۲۰ تا ۶۰ :

الف) اولین مضرب ۲ - خط من خورد ۲۲

ب) ~ ~ ~ ۲۱



سؤال: شماره‌های اول عدد ۲۷۰۰ و ۳، ۲، ۵



سؤال: اگر  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول باشند،  $a$  و  $b$  را به دست آورید.

$$\frac{a}{b} = \frac{2 \times 2}{2 \times 2} \times \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} \times \frac{5 \times 5}{5} = \frac{2 \times 5 \times 1}{3} = \frac{10}{3}$$

$a = 10$  ,  $b = 3$

# ساده کردن عبارات های جبری



## فعالیت

$a < 0$  منفی

$a > 0$  مثبت

$a = 0$  صفر

$a < 0$  منفی

۱- در سال گذشته با درس توان آشنا شدید. عبارات های کلامی را به صورت جبری و عبارات های

جبری را به صورت کلامی بنویسید.

$a^1 = a$

$1^m = 1$

• هر عدد به توان یک، برابر خود عدد می شود.  $a^0 = 1 (a \neq 0)$  هر عدد (مخالف صفر) توان صفر برابر ۱ است.

• یک به توان هر عدد، برابر یک می شود. • صفر به توان هر عدد مثبت، برابر صفر می شود.  $0^t = 0$

• در ضرب دو عبارت توان دار با پایه های مساوی، یک پایه را می نویسیم و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

$b^a \times c^a = (bc)^a$  مربع یا مجذور عدد  $a$

در ضرب اعداد توان دار با توان ها یکسان، پایه ها را در هم ضرب می کنیم. \* الف) در عبارت جبری  $2n - 1$  به جای  $n$  عددهای طبیعی  $(1, 2, 3, \dots)$  قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

$n=1 \rightarrow 2(1) - 1 = 1$   
 $n=2 \rightarrow 2(2) - 1 = 3$   
 ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

ب) در عبارت جبری  $2m + 1$  به جای  $m$  عددهای حسابی  $(0, 1, 2, 3, \dots)$  قرار دهید و الگوی عددی متناظر را بنویسید.

$m=0 \Rightarrow 2(0) + 1 = 1$   
 $m=1 \Rightarrow 2(1) + 1 = 3$   
 $m=2 \Rightarrow 2(2) + 1 = 5$   
 ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ...

آیا دو الگوی عددی با هم تفاوت دارند؟

۳- شکل های زیر با چوب کبریت و با الگویی مشخص ساخته شده اند. شکل  $n$ ام با چند چوب



کبریت ساخته می شود؟

شکل (۱)  $1+1+1+1$   
 شکل (۲)  $1+2+2+2$   
 شکل (۳)  $1+3+3+3$

در اینجا پاسخ چهار دانش آموز را می بینید. توضیح دهید هر کدام از آنها پاسخ خود را چگونه به دست آورده است؛ سپس مانند نمونه ها، شکل هایی رسم کنید که روش مانهوش را مشخص کند و بین شکل ها و عبارات های جبری رابطه برقرار کنید.

پاسخ ماهرخ:  $3n + 1$

پاسخ مانهوش:  $4 + (n-1) \times 3$

پاسخ ماهرو:  $1 + n + n + n = 3n + 1$

پاسخ مهتاب:  $n + 1 + (n \times 2) \leftarrow 2 + (1 \times 2), 3 + (2 \times 2), 4 + (3 \times 2), 5 + (4 \times 2)$

پاسخ های مانهوش، ماهرو و مهتاب را ساده کنید. آیا با پاسخ ماهرخ یکی هستند؟

آیا شما هم روشی برای شمارش چوب کبریت ها و یافتن جمله  $n$ ام دارید؟