

توان :

توان  $m \rightarrow a^m$    
 $a$  را  $m$  بار در خودش ضرب کنیم   
 (توان  $a$  به  $m$  برابر)

مثال  $\left\{ \begin{aligned} 2^5 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \\ \left(-\frac{1}{3}\right)^2 &= \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = +\frac{1}{9} \end{aligned} \right.$

و شترای؟

۱- هر عدد به توان ۱ برابر است با همان عدد   
 $a^1 = a$

مثال:  $\left(-\frac{1}{100}\right)^1 = -\frac{1}{100}$

۲- هر عدد (غیر صفر) به توان صفر برابر با ۱ است.   
 $a^0 = 1$    
 $(a \neq 0)$

مثال:  $(-4 \times 1500 \div 7)^0 = 1$

۳- صفر به توان هر عدد (غیر صفر) برابر است با صفر.   
 $0^n = 0$    
 $(n \neq 0)$

مثال:  $0^{100} = 0$

۴- ۱ به توان هر عدد برابر است با ۱   
 $1^n = 1$

مثال:  $1^{400} = 1$

۵- اگر عددی بین صفر و ۱ باشد، هر چه به توان عدد بزرگتری برسد، کوچکتر خواهد شد.

مثال:  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$    
 $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$    
 (توان بزرگتر را کوچکتر از راضد)

۶. اگر عددی بزرگتر از ۱ باشد، هر چه به توان عدد بزرگتری برسد، بزرگتر خواهد شد.

$$\frac{5}{4} > 1 \Rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^3 > \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

$$7^5 > 7^4 > 7^3 > 7^2 > 7^1 > 7^0 = 1$$

تست: اگر  $0 < x < 1$  و  $a < b$  اعداد طبیعی باشند و  $b > a$ ، کدام ناصواب است؟

$$(1) \quad x^a > \frac{1}{x^a} \quad \leftarrow \quad x = \frac{1}{2}, a = 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \Rightarrow \frac{1}{4} > 4$$

$$(2) \quad x^a < x^b \quad \leftarrow \quad \text{مثال نقض:} \quad \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

(3)  $x^b < 0$  ← چون  $x$  یک عدد مثبت است، به توان هر عددی برسد همواره مثبت خواهد بود.

$$(4) \quad x^b < x^a \quad \leftarrow \quad \text{(بیشتره)}$$

۷. اگر پایه منفی و توان زوج باشد، حاصل عدد مثبت و اگر پایه منفی و توان فرد باشد

$$(-3)^2 = +3^2 = +9$$

$$(-2)^{100} = +2^{100}$$

$$(-3)^3 = -3^3 = -27$$

$$(-2)^{99} = -2^{99}$$

۸. اگر پایه یک عدد منفی و علامت منفی داخل پرانتز باشد و پرانتز به توان یک عدد زوج باشد

منفی نمی‌تواند در رسد اما در غیر این صورت توان فقط برای عدداست نه منفی

$$(-2)^4 = +2^4 = +16$$

$$-2^4 = -16$$

توان ۴ منفی برای ۴ است - منفی



# محاسبات اعداد توان دار

## ۱- ضرب اعداد توان دار

$a^m \times a^n = a^{m+n}$  ← پایه های مساوی ← پایه ی میان را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.  
 مثال:  $3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$

$a^m \times b^m = (a \times b)^m$  ← توان ها مساوی ← توان میان را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.  
 نکته (تعیین امیانه)

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

مثال:  $3^2 \times 4^2 = (3 \times 4)^2 = 12^2$

نکته: اگر هم پایه و هم توان میان بود، به رکنه از زیر از حالت فوق استفاده می کنیم.

مثال:  $2^3 \times 2^3 = 2^{3+3} = 2^6$

$(2 \times 2)^3 = 4^3 = 2^6$

مثال: حاصل عبارات زیر را بصورت یک عدد توان دار بنویسید.

①  $7^3 \times 7^1 \times 7^1 \times 7^2 = 7^{3+1+1+2} = 7^7$

②  $10^2 \times (7/10)^4 \times 3^2 \times 4^4 = 10^2 \times 3^2 \times 4^4 = 10^2 \times 3^2 \times 4^4 = 10^2 \times 3^2 \times 2^8 = 10^2 \times 3^2 \times 2^8$

③  $(-\frac{3}{4})^4 \times (-4)^4 \times (\frac{1}{9})^4 = (\frac{-3}{4} \times (-4) \times \frac{1}{9})^4 = (\frac{+1}{3})^4$

۲- توان یک توان: توان ها را در هم ضرب می کنیم. (نکته: تعیین امیانه)

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$$

مثال:  $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4} = 2^{12}$

$$r^r = r^q$$

$$(a^m)^n \neq a^{m^n} \quad : \text{wü}$$

$$(r^r)^r = r^{r \times r} = r^7$$

$$\textcircled{K} \quad (r^r)^r - r^{r^r} + (r^r)^{r^0} = r^7 - r^7 + r^r = 7^7 - 7^7 + 7 = -1 \wedge \wedge$$

$r^{r \times r} = r^7$   
 $r^{r \times 1} = r^r$

$$\textcircled{D} \quad (r^r)^r \times \left( \left( \left( -\frac{1}{r} \right)^r \right)^0 \right) \times r^1 \times 1.7$$

# تعریف: سوالات مشخص شده از کتاب درسی

توان

**یادآوری** در سال گذشته، ضرب دو عدد توان دار با پایه های مساوی و نیز توان های مساوی را یاد گرفتید. این قواعد را با نمادهای ریاضی به صورت زیر می نویسیم.  
اگر  $a$  عددی دلخواه و  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی باشند:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

(یا برای سادگی:  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  و  $a^m \cdot b^m = (ab)^m$ )

برای آمادگی بیشتر، تمرین های زیر را انجام دهید.

۱- حاصل هر یک از عبارات های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$2^6 \times 2^3 = \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^7 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \quad 8^2 \times 2^3 = \quad (-6)^4 \times \left(\frac{1}{6}\right)^4 =$$

$$2^5 \times 3^2 \times 6^5 \times 4^2 = \quad 3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^0 \times 81 = \quad 36 \times 144 = \quad 2^3 \times 8^5 \times 4^2 =$$

۲- حاصل هر یک را به صورت عبارتی توان دار بنویسید.

$$a^2 \times a^4 = \quad x^4 \times y^4 = \quad (ab)^5 \times a^2 \times b^4 =$$

$$(xy)^2 \times (xy)^4 = \quad 125 \times 18^2 \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 = \quad 8a \times (2a)^2 \times 2a^2 =$$

۳- حجم مکعبی به ضلع  $2a$  چند برابر حجم مکعبی به ضلع  $a$  است؟

۴- جاهای خالی را با عددها و حرف های مناسب پر کنید.

$$18^5 = (6 \times \bigcirc)^5 \quad a^4 = a^2 \times a^{\bigcirc} \quad 7^{\bigcirc} \times 4^5 = 4^5$$

$$\left(-\frac{7}{2}\right)^{\bigcirc} \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \left(-\frac{7}{2}\right)^9 \quad (4 \times 3)^6 = \bigcirc^6 \times \bigcirc^6$$

## فعالیت



حاصل عبارت  $2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$  را به دو روش زیر می‌توان نشان داد.

$$2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3+3+3} = 2^{12} \qquad 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = (2^3)^4$$

با مقایسه تساوی‌های بالا، آیا می‌توان نتیجه گرفت:  $(2^3)^4 = 2^{12}$

اکنون، درستی تساوی‌های زیر را به هر روشی که می‌توانید بررسی کنید.

$$(7^2)^5 = 7^{10} \qquad \left[ \left( \frac{1}{4} \right)^3 \right]^4 = \left( \frac{1}{4} \right)^{12}$$

$$\left[ (-2)^3 \right]^7 = (-2)^{21} \qquad (a^7)^4 = a^{28}$$

آنچه را فراگرفته‌اید به صورت قانون کلی بیان کنید.

اگر  $a$  عددی دلخواه و  $m$  و  $n$  عددهایی طبیعی باشند، آن‌گاه:

تعریف: سوالات مشخص شده از کتاب بررسی  $(a^m)^n = a^{\quad}$

## کار در کلاس



۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$(5^7)^4 = \qquad \left[ \left( \frac{2}{3} \right)^2 \right]^3 = \qquad [(-6)^2]^5 =$$

$$\left[ \left( -\frac{1}{4} \right)^3 \right]^4 = \qquad (18^2)^7 = \qquad (x^4)^8 =$$

$$[(ab)^3]^2 = \qquad (xy^2)^2 = \qquad (2^m)^n =$$

# تعریف: توان متضمن شده از توان بدوی

۲- کدام یک از تساوی‌های زیر، درست و کدام نادرست است؟ توضیح دهید.

$$(3^2)^4 = 3^2 \times 3^4$$

$$3^5 \times 3^5 = (3^5)^2$$

$$(3^2)^4 = 3^8$$

$$(3^5)^2 = 3^2$$

$$(5^2)^2 = 5^4$$

$$3^2 \times 3^2 = 9^4$$

$$3^5 \times (2^2)^5 = 12^5$$

$$a^2 \cdot a^2 = 1$$

$$((-2)^2)^2 = 2^6$$

$$(-4^6) = 4^6$$

۳- حاصل عبارت  $(-5)^2 \times [(-5)^2]^3$  برابر کدام یک از اندازه‌های زیر است؟

(الف)  $(-5)^8$

(ب)  $-5^8$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید.

$$9^5 = (3^{\quad})^5 = 3^{\quad}$$

## تمرین



۱- حجم مکعبی به ضلع ۸cm را به صورت یک عدد توان دار بنویسید که پایه آن عدد ۲ باشد.

۲- بیست و هفت برابر عدد  $9^5$  را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۳- حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به صورت یک عبارت توان دار بنویسید.

$$[(-3)^2]^2 =$$

$$[(3^2)]^2 =$$