

۵. تقسیم اعداد توان دار

← پایه های مساوی : پایه های مساوی را نوشته و توان ها را از هم کم می‌کنیم. (توان اول مساوی)

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

مثال: $3^7 \div 3^3 = 3^{7-3} = 3^4$

← توان های مساوی : توان مساوی را نوشته و پایه ها را بر هم تقسیم می‌کنیم.

$$a^m \div b^m = \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

مثال: $\frac{10^3}{2^3} = 10^3 \div 2^3 = \left(\frac{10}{2}\right)^3 = 5^3$

نتیجه: اگر هم پایه و هم توان مساوی بود، حاصل برابر ۱ خواهد بود.

$$\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$$

مثال: $\frac{a^m}{a^m} = \left(\frac{a}{a}\right)^m = 1^m = 1$

مثال: حاصل عبارت زیر را بصورت یک عدد توان دار بنویسید.

① $9^7 \div 9^3 = 9^{7-3} = 9^4$

② $35^7 \div 7^7 = (35 \div 7)^7 = 5^7$

③ $\frac{11^3}{11} = 11^{3-1} = 11^2$

④ $\left(\frac{1}{4}\right)^{10} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{10} = \left(\frac{1}{4}\right)^{10-10} = \left(\frac{1}{4}\right)^0$

⑤ $\frac{5^3}{5^7} = \frac{5^3}{5^3 \times 5^4} = \frac{1}{5^4}$

نتیجه اضافه : $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ مثال - $(5)^{-k} = \left(\frac{1}{5}\right)^k = \frac{1}{5^k}$
 (درست یا نه؟) (درست یا نه؟) (مثال) (مثال)
 (N عضو n) (مثال) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ مثال . $\left(\frac{2}{3}\right)^{-k} = \left(\frac{3}{2}\right)^k$

⑥ $2^k \div 2^k = \left(\frac{2^k}{2^k}\right)^k$

⑦ $2^{11} \div (0.5)^{11} \div 2^2 \div 2^9 = 2^{11} \div 2^2 \div 2^9 = 2^9 \div 2^9 = (2 \div 2)^9 = 1^9$
 $(2 \div 0.5)^{11} = (2 \div \frac{1}{2})^{11} = (2 \times 2)^{11} = 2^{22}$

⑧ $\left[(-2)^1 \div (+2)^1\right] \times 2^1 = (-2)^1 \times 2^1 = (-2 \times 2)^1 = (-4)^1 = -4$
 $(-2 \div 2)^1 = (-1)^1$

⑨ $\frac{a^k \times (a)^k}{a^1 \times a} = \frac{a^{2k}}{a^2} = a^{2k-2} = a^{2(k-1)}$

⑩ $\frac{37^9 \div 37^2}{3^2 \times 9^2} = \frac{37^7}{3^2 \times 9^2} = 37^7$

⑪ $\left(\frac{10^k}{2 \cdot 5}\right)^0 \div \left(\frac{7^k}{18^k}\right)^0 = \left(\frac{10^k}{2 \cdot 5} \div \frac{7^k}{18^k}\right)^0 = \left(\frac{10^k}{2 \cdot 5} \times \frac{18^k}{7^k}\right)^0 = 1^0 = 1$

⑫ $\frac{10^k \times 2^k \times 7^k}{2^k \times 10^k} = \frac{10^k}{10^k} \times \frac{7^k}{2^k} \times 2^k = 1 \times \frac{7^k \times 2^k}{2^k} = \left(\frac{10 \times 2}{2}\right)^k = \left(\frac{20}{2}\right)^k = 10^k$

$$\textcircled{13} \quad \frac{14^3 \div 7^2}{7^1 \div 14^5} = \frac{\frac{14^3}{7^2}}{\frac{7^1}{14^5}} = \frac{14^3 \times 14^5}{7^2 \times 7^1} = \frac{14^8}{7^3} = \left(\frac{14}{7}\right)^8 = 2^8$$

کار در کلاس ۱۵۷



۱- حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$8^4 \div 8^5 = 8^{-1}$$

$$\frac{3^7}{3^3} = 3^4$$

$$6^2 \div 6^1 = 6^1$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = \left(-\frac{3}{5}\right)^3$$

$$-\left(\frac{3}{5}\right)^5 \div \left(\frac{3}{5}\right)^2 = -\left(\frac{3}{5}\right)^3$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^6 \div \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^4$$

$$\frac{(-2)^9}{(-2)^2} = (-2)^7$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^4 \div \left(\frac{1}{9}\right) = \left(\frac{1}{9}\right)^3$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^5 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \quad \frac{7^5}{7} = 7^4$$

۲- جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$$\frac{2^{15}}{(2^2)^5} = 1$$

$$14^5 \div (14)^2 = 14^3$$

$$3^5 \div 3^{\textcircled{1}} = 3^2$$

$$\frac{7^2}{7^5} = \frac{7^{\cancel{2}}}{\cancel{7^2} \times 7^2} = \frac{1}{7^2}$$

۳- حاصل را به صورت یک عبارت توان‌دار بنویسید.

$$a^{12} \div a^5 = a^7$$

$$(xy)^5 \div (xy)^2 = (xy)^3 \quad (-x)^5 \div (-x)^2 = (-x)^3 = -x^3$$

کار در کلاس ۱۵۸



۱- حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$5^7 \div 3^7 = \left(\frac{5}{3}\right)^7$$

$$14^2 \div 7^2 = \left(\frac{14}{7}\right)^2 = 2^2$$

$$(-8)^5 \div (-2)^5 = \left(\frac{-8}{-2}\right)^5 = 4^5$$

$$9^2 \div 27^2 = \left(\frac{9}{27}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$5^7 \times 3^2 \times 2^7 \times 3^2 = 1.5^7 \times 3^4 = 3.5^7$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^8 \div \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{8-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\frac{3.0^7 \times 3.0^5}{6^{10} \times 5^{10}} = \frac{3.0^{12}}{3.0^{10}} = 3.0^2$$

$$\frac{(a^2)^4}{a^2} = \frac{a^8}{a^2} = a^6$$

$$\frac{(x^2)^5 \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{10} \times x^7}{x^{11}} = \frac{x^{17}}{x^{11}} = x^6$$

مثال: حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بدست آورید.

$$\textcircled{1} \quad \frac{x+2y}{x+y} \div \frac{x+y}{x+2y} = \frac{x+2y - (x+y)}{x+2y - (x+y)} = \frac{x+2y - x - y}{x+2y - x - y} = \frac{y}{y}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5^x \cdot 5^{a+b}}{5^b} = \frac{5^{a+b+1}}{5^b} = 5^{a+1}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{2^{a+2} + 2^a + 2^{a+3}}{2^{a+1} - 2^a} = \frac{2^a \cdot 2^2 + 2^a + 2^a \cdot 2^3}{2^a \cdot 2^1 - 2^a} = \frac{2^a(2^2 + 1 + 2^3)}{2^a(2 - 1)}$$

$$= \frac{2^a(4+1+8)}{2^a} = 13$$

مربع کامل (مجزور کامل): عددی است از تجزیه به عوامل اول، توان آن‌ها مساوی مضرب از

۲ باشد. یعنی در واقع عدد وجود داشته باشد در درجش ضرب شود، عدد مورد نظر ما

بر ۲ بخش پذیرند (تجزیه اند)

$$144 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$$

(مربع کامل) را بنویسید

$$144 = 12 \times 12$$

مثال: کوچکترین عدد صحیح n باید در $A = 5^k \times 7^l$ ضرب شود تا حاصل مربع کامل

$$5^k \times 7^l = 35$$

باشد، چیست؟

