

با توجه به مثال‌های صفحه قبل، توضیح دهید تساوی $۴^۵ = ۲^۵ \div ۸^۵$ چگونه به دست آمده است. اکنون، برای تقسیم دو عدد توان‌دار با توان‌های مساوی، قانون زیر را کامل کنید.

در تقسیم اعداد توان‌دار با توان‌های مساوی _____

به کمک قانونی که نوشته‌اید، حاصل تقسیم‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$$۶^۸ \div ۳^۸ = \quad \quad \quad (-۲)^۴ \div (-۳)^۴ =$$

اکنون قانون فوق را با نمادهای ریاضی هم نشان دهید.

$$a^m \div b^m = (\quad)^{(\quad)} \quad \quad \quad b \neq 0 \text{ و } m \text{ یک عدد طبیعی و } a \text{ و } b \text{ دو عدد دلخواه}$$

کار در کلاس



۱- حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \div ۳^۷ = \quad \quad \quad ۱۴^۳ \div ۷^۳ =$$

$$(-۸)^۵ \div (-۲)^۵ = \quad \quad \quad ۹^۲ \div ۲۷^۲ =$$

۲- عبارت‌های زیر را ساده کنید و در صورت امکان، پاسخ را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$۵^۷ \times ۳^۴ \times ۲^۷ \times ۳^۳ = \quad \quad \quad \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸ \div \left(\frac{۲}{۳}\right)^۵ =$$

$$\frac{۳^۰ \cdot ۳^۰ \cdot ۳^۰ \cdot ۳^۰}{۶^۱ \cdot ۵^۱} =$$

$$\frac{(a^۳)^۴}{a^۳} =$$

$$\frac{(x^۲)^۵ \times x^۷}{x^{۱۱}} =$$

پاسخ: $\boxed{۲.۴۸}$

تمرین



۱- هر یک از عددهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$۸۱ = ۳^۴ \quad -۸ = (-۲)^۳ \quad ۱۰۲۴ = ۲^{۱۰} \quad -\frac{۱۲۵}{۷۲۹} = \left(-\frac{۵}{۹}\right)^۳ \quad \frac{۱}{۵۱۲} = \frac{۱}{۲^۹} \quad -\frac{۱}{۳۲} = \left(-\frac{۱}{۲}\right)^۵ = -\frac{۱}{۲^۵}$$

۲- کدام عبارت‌های زیر درست و کدام نادرست‌اند؟ توضیح دهید.

$\times \left(\frac{-۵}{۲}\right)^۲ = -\frac{۲۵}{۴} + \frac{۲۵}{۴}$

$\times \left(\frac{۵}{۱۱}\right)^۰ = ۱$

$\times \left[\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳\right]^۵ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۸ \rightarrow \left(\frac{۲}{۳}\right)^{۱۵}$

$\checkmark \left(\frac{۲}{۷}\right)^۴ \times \left(\frac{۳}{۵}\right)^۴ = \left(\frac{۲}{۷}\right)^۴$

$\times ۱۰^۳ \times ۱۰^۴ = ۱۰^{۱۲}$
 $۱۰^۳ + ۱۰^۴ = ۱۰^۷$

$\checkmark (-۲)^۳ \times (-۲) = ۱۶$
 $(-۲)^۴ = ۱۶$

ضرب $\begin{cases} a^m \times a^n = a^{m+n} \\ a^m \times b^m = (ab)^m \end{cases}$ تقسیم $\begin{cases} a^m \div a^n = a^{m-n} \\ a^m \div b^m = (\frac{a}{b})^m \end{cases}$ $(a^m)^n = a^{mn}$

۳- حاصل هر عبارت را به صورت عددی توان دار بنویسید.
 $(\frac{1}{3})^4 \times 3^{10} = \frac{1^4 \times 3^{10}}{3^4} = 3^{10-4} = 3^6$ $\frac{5^2 \times 7^3}{5^3 \times 7^2} = \frac{5^{2-3} \times 7^{3-2}}{1} = \frac{5^{-1} \times 7^1}{1} = \frac{7}{5} = (7/5)^1$ $x^2 \times y^2 = (xy)^2$

۴- در جاهای خالی عدد مناسب بگذارید.
 $3^5 \times 3^{\textcircled{4}} = 3^9$ $(7^4)^{\textcircled{2}} = 7^8$ $\sqrt[3]{6^3 \times 7^3} = \sqrt[3]{6^3 \times 7^3} = 6 \times 7 = 42$

$(\frac{2}{3})^{\textcircled{7}} \div (\frac{2}{3})^5 = (\frac{2}{3})^{\textcircled{2}}$ $\frac{(-6)^8}{(-6)^{\textcircled{5}}} = (-6)^{\textcircled{3}}$

۵- عددهای زیر را از کوچک ترین تا بزرگ ترین و به ترتیب از چپ به راست مرتب کنید.
 $6^5, 1/2, -4^2, (-1)^5, 0, (\frac{1}{2})^5$ $-4^2 < (-1)^5 < 0 < (\frac{1}{2})^5 < 1/2 < 6^5$

۶- کدام تساوی های زیر درست و کدام نادرست اند؟

$\sqrt{25} = 5$ $\sqrt{(\sqrt{5})^2} = 5$ $\sqrt{(\sqrt{5})^2} = (-\sqrt{5})^2$ $x + \sqrt{5} = -\sqrt{5}$

۷- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.
 $(-1 \cdot 0^2)^2 = (-1 \times 1 \cdot 0^2)^2 = (-1 \cdot 0)^2 = 1$ $[(-1 \cdot 0)^2]^2 = (-1 \cdot 0)^4 = 1$ $(x^2 y^2)^4 = x^8 y^8$ $(\frac{x^y}{x^z})^5 = (\frac{x^4}{x^2})^5 = x^{\frac{4 \cdot 5}{2}} = x^{10}$
 $(-1)^3 \times (1 \cdot 0^2)^3 = -1 \cdot 0^6 = 0$ $[3^6 \div (-3)^5] \div [(-2)^5 \times (-3)^5] = (-12)^5 \div (+6)^5 = (-2)^5$

۸- نصف ۲^۹ و ربع ۴^۷ را به صورت عددهای توان دار بنویسید.
 $\frac{2^9}{2} = 2^8$ $\frac{4^7}{4} = 4^6$

خواندنی

رشد باکتری ها به شرایط مناسب محیطی و وجود مواد غذایی بستگی دارد. باکتری ها در وضعیت مطلوب در هر ۲۰ دقیقه به دو نیم تقسیم می شوند، سپس در ۲۰ دقیقه دیگر رشد می کنند و دوباره هر کدام به دو قسمت تقسیم می شوند. تکثیر باکتری ها تا جایی ادامه پیدا می کند که مواد غذایی لازم موجود باشد؛ برای مثال اگر در حال حاضر ۲ باکتری داشته باشیم در ۲۰ دقیقه دیگر ۴ = ۲ × ۲ باکتری و در ۶۰ دقیقه دیگر ۱۶ = ۲^۴ باکتری خواهیم داشت. به نظر شما اگر مواد غذایی لازم موجود باشد، پس از گذشت ۲۴ ساعت چند باکتری خواهیم داشت؟

۶

هریک از عبارتهای زیر را با هم مقایسه کنید.

الف $-7^{11} \text{ (Yellow) } = (-7)^{11}$

ب $-5^{10} \text{ (Yellow) } < (-5)^{10} + 5^{10}$

پ $(\frac{5}{7})^9 \text{ (Yellow) } > (\frac{5}{7})^7$

ت $(-\frac{3}{4})^{12} \text{ (Yellow) } > (-\frac{3}{4})^{11}$

ث $(-1)^9 \text{ (Yellow) } = (-1)^9$

ج $(-\frac{3}{7})^4 \text{ (Yellow) } > (-\frac{3}{7})^6$

دلیل: $0 < \frac{3}{7} < 1$

ح $(-\frac{1}{2})^8 \text{ (Yellow) } > (-\frac{1}{2})^9$

د $(-1)^{50} \text{ (Yellow) } > (-1)^{101}$

ح $(2^5)^5 \text{ (Yellow) } = (2^5)^5$

به جای چند عدد طبیعی می توان نوشت که نامساوی های زیر برقرار باشد؟

۷

الف $7 \text{ (Yellow) } < 100 \Rightarrow \text{Yellow} = 1, 2$

ب $3 \text{ (Yellow) } < 100 \Rightarrow \text{Yellow} = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

$\sqrt{7^1} = 7 < 100 \dots \quad 7^2 = 49 < 100 \dots \quad 7^3 = 343 > 100 \dots$

$3^1 = 3 < 100 \dots \quad 3^2 = 9 < 100 \dots \quad 3^3 = 27 < 100 \dots \quad 3^4 = 81 < 100 \dots \quad 3^5 = 243 > 100 \dots$

ب $(-5) \text{ (Yellow) } < 400 \Rightarrow \text{Yellow} = 1, 2, 3, 5$

ت $(-2) \text{ (Yellow) } > 500 \Rightarrow \text{Yellow} = 4, 6, 8, 10, 12, \dots$

$(-5)^1 = -5 \quad (-5)^2 = 25 \quad 7, 9, 11, \dots$

۸

حاصل هر یک از عبارتهای زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف $(-\frac{4}{3})^3 \times 5^3 = (-\frac{4}{3} \times 5)^3 = (-\frac{20}{3})^3$

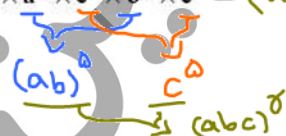
ب $(-\frac{2}{5})^6 \times 5^6 = (-\frac{2}{5} \times 5)^6 = (-2)^6 = 2^6$

ب $125 \times 216 = 5^3 \times 6^3 = (5 \times 6)^3 = 30^3$

ت $5^a \times 12^a = (5 \times 12)^a = 60^a$

ت $(abc)^5 \times a^5 \times c^5 \times b^5 \times c^5 = (abc)^9$

ح $(a+b) \times (a+b)^7 = (a+b)^8$



حاصل هر یک از عبارات زیر را به دست آورید.

۹

الف $2^2 + (-2)^2 - 1 \times 2^2 =$

ب $(12 \times 14)^2 - (13 \times 20)^2 - (14 \times 21)^2 =$

$4 + (-8) - 16 = -4 - 16 = -20$

$1 - 1 - 1 = -1$

ب $(3^2 + 2^3) \times 15^0 - 3^2 \div 9 =$

ت $7 - 7 \times 2^2 - 2^2 \div 8^0 + 1^7 =$

$(9 + 8) \times 1 - 9 \div 9 = 17 - 9 = 8$

ت $\frac{12a^0 + 4(a+1)^0}{3(a-1)^0 + 12a^0} =$

ح $\frac{1 - (-2)^0 - 4^2}{1^2 + 3 \times 2^2} =$

کوچک ترین عدد طبیعی که باید در $45^3 \times 5^2 \times 7$ ضرب تا مربع کامل شود چند است؟ مکعب کامل چگونه؟

۱۰