

مثال: کوچکترین عدد طبیعی - باید در  $A = 3^5 \times 5^3 \times 2^4 \times 7^2$  ضرب شود تا عدد مربع کامل شود

شود چیست؟

$$3^5 \times 3 = 3^6$$

$$5^3 \times 5 = 5^4$$

$$2^4 \times 2 = 2^8$$

عدد ضرب شده:  $3 \times 5 \times 2 = 30$

مطلب حاصل: عددی که پس از تجزیه به عوامل اول، توان تک تک عوامل اول آن،

مضرب از ۳ باشد. یعنی عددی وجود دارد که اگر ۳ بار در خودش ضرب شود،

عدد مورد نظر ما (مطلب حاصل) را بسازد.

$$1728 = 2^8 \times 3^3$$

$$12 \times 12 \times 12 = 12^3 = 1728$$

مثال: کوچکترین عدد طبیعی - باید در  $A = 2^4 \times 3^2$  ضرب شود تا حاصل

$$2^4 \times 2^2 = 2^6$$

$$3^2 \times 3 = 3^3$$

$$\text{عدد ضرب شده} = 2^2 \times 3 = 12$$

مطلب حاصل باشد چیست؟

کوچکترین عدد طبیعی که باید در  $45^3 \times 5^2 \times 7$  ضرب تا مربع کامل شود چند است؟ مکعب کامل چگونه؟

۱۰

$$45^3 \times 5^2 \times 7 = (3^2 \times 5)^3 \times 5^2 \times 7 = 3^6 \times 5^3 \times 5^2 \times 7 = 3^6 \times 5^5 \times 7$$

مربع کامل:  $5^5 \times 5 = 5^6$  عدد ضرب شد =  $5 \times 7 = 35$

$7 \times 7 = 7^2$

مکعب کامل:  $5^5 \times 5 = 5^6$

عدد ضرب شد =  $5 \times 7^2$

$7 \times 7^2 = 7^3$

۱۶۸

Scanned by CamScanner

مثال: نصف مربع عدد ۲ را بیابید.

$$\frac{2^2}{2} = \frac{4}{2} = 2 = 2^{2-1} = 2^1$$

ربع  $2^2$

$$\frac{2^2}{4} = \frac{4}{4} = 1 = 2^{2-2} = 2^0$$

مثال: ربع شانزده برابر عدد ۳ را بیابید.

$$\frac{1}{4} \times 16 \times 3^3 = 12 \times 3^3 = 108$$

ب:

$$\frac{1}{4} \times 4^2 \times 4^3 = \frac{4^5}{4} = 4^4$$

مثال: نُه ۲۷ برابر عدد ۹ را بیابید.

$$\frac{1}{9} \times 27 \times 9^2 = 3 \times 81 = 243$$

$$\frac{27 \times 9^2}{9} = \frac{3^3 \times 3^4}{3} = 3^6$$

مثال: مربع عدد  $(3^5 \div 3^2 \div 3)$  را بدست آورید.

$$\left( \frac{3^5}{3^2 \div 3} \right)^2 = (3^2)^2 = 3^4$$

یادآور: بدست آوردن مقدار عبارات صعب:

مثال: حاصل عبارات زیر را با ازاں مقادیر داده شده بدست آورید.

الف)  $a^2 + b^2 a^3$  ,  $a = -2$  ,  $b = -3$

$$(-2)^2 + (-3)^2 (-2)^3 = 4 + 9 \times (-8) = 4 + (-72) = -68$$

ب)  $\frac{a^5 b^2}{c^4 d^7}$  ,  $a = 27$  ,  $b = -11$  ,  $c = -9$  ,  $d = 3$

$$\frac{27^5 \times (-11)^2}{(-9)^4 \times 3^7} = \frac{(3^3)^5 \times (3^2)^2}{(3^2)^4 \times 3^7} = \frac{3^{15} \times 3^4}{3^8 \times 3^7} = \frac{3^{19}}{3^{15}} = 3^4$$

ج)  $\frac{x^2 y^3}{z^4}$  ,  $x = 17$  ,  $y = -32$  ,  $z = -74$

$$\frac{17^2 \times (-32)^3}{(-74)^4} = \frac{(2^4)^2 \times (-2^5)^3}{(-2^7)^4} = -\frac{2^8 \times 2^{15}}{2^{28}} = -\frac{2^{23}}{2^{24}} = -\frac{1}{2}$$

مثال: اگر  $2^x = 3$  ، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف)  $2^{x+1} = 2^x \times 2^1 = 3 \times 2 = 6$

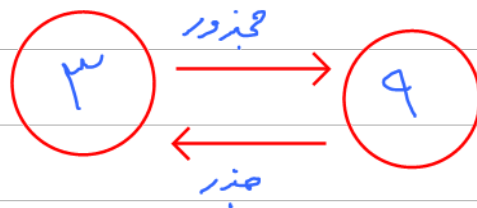
ب)  $2^{3x} = (2^x)^3 = 3^3 = 27$

ج)  $2^{2x+1} = 2^{2x} \times 2^1 = (2^x)^2 \times 2 = 3^2 \times 2 = 9 \times 2 = 18$

د)  $2^{2x-1} = 2^{2x} \times 2^{-1} = (2^x)^2 \times \frac{1}{2} = 3^2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$

جذر: محل جذر ، عکس مجذور من باشد و با علامت  $\sqrt{\quad}$  نشان داده شود.

مثلاً:  $\sqrt{9}$  یعنی عدد مثبتی که به توان ۲ رسید و برابر با ۹ شد باشد.  
 $\sqrt{9} = 3$



ویژگی‌ها:

مثال:  $\sqrt{3^2} = 3$

①  $\sqrt{x^2} = x$  (به شرط  $x \geq 0$ )

که مختلط تر در کتاب هم

$\sqrt{x^2} = |x|$

مثال:  $\sqrt{3^6} = 3^{\frac{6}{2}} = 3^3$

$\sqrt{x^m} = x^{\frac{m}{2}}$

در حالت کلی

② اعداد منفی، جذر حقیقی ندارند. مثلاً  $\sqrt{-4}$  در اعداد حقیقی تعریف نشده است.

③ حاصل  $\sqrt{\quad}$  هوایه عددی نامنفی است.

$\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{16} \neq -4$

$a = 25 \Rightarrow \sqrt{25} = 5 < 25$

$\sqrt{a} < a \iff a > 1$  ④

$a = 0.25 \Rightarrow \sqrt{0.25} = 0.5 > 0.25$

$\sqrt{a} > a \iff 0 < a < 1$  ⑤

$a = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

① جذر کامل دارند (مربع کامل)

② جذر تقریبی دارند

اعداد مثبت

$\sqrt{0} = 0$

$\sqrt{25} = 5$

$\sqrt{100} = 10$

$\sqrt{225} = 15$

$\sqrt{400} = 20$

$\sqrt{1} = 1$

$\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{121} = 11$

$\sqrt{289} = 17$

$\sqrt{4} = 2$

$\sqrt{49} = 7$

$\sqrt{144} = 12$

$\sqrt{289} = 17$

$\sqrt{9} = 3$

$\sqrt{64} = 8$

$\sqrt{169} = 13$

$\sqrt{324} = 18$

$\sqrt{16} = 4$

$\sqrt{81} = 9$

$\sqrt{196} = 14$

$\sqrt{361} = 19$

① جذر کامل دارند

۲) جذر تقریبی :

برخی از اعداد جذر کامل ندارند (یعنی مربع کامل نیستند) اما می توان مقدار تقریبی آنها را

به شیوه زیر پیدا کرد :

$$\sqrt{334} = ?$$

۱) مشخص می کنیم اعدادی که مورد تقریب شدن نام آورده در مجموع متوالی تکرار دارد

$$\sqrt{25} < \sqrt{34} < \sqrt{36} \Rightarrow 5 < \sqrt{34} < 6$$

۲) مربع میانین (وسط) آن دو عدد مجموع متوالی را حساب می کنیم در بررسی می بینیم

عدد مورد تقریب ، از آن عدد بیشتر است یا کمتر.

$$(5,5)^2 = 30,25$$

$$\rightarrow \sqrt{34} > 5,5$$

۳) در بازه های به دست آمده ، مجدداً اعداد را به دست می آوریم و مشخص می کنیم به صورت تقریبی

عدد مورد تقریباً به کدام عدد نزدیکتر است.

عدد	۵,۶	۵,۷	۵,۸	۵,۹
مقدور	۳۱,۳۶	۳۲,۴۹	۳۳,۶۴	۳۴,۸۱

برترین عددی که به وضعیت از عدد زیر  
رازیعال باشد را انتخاب می کنیم.  $\Rightarrow \sqrt{34} \approx 5,8$

مثال: مقدار  $\sqrt{41}$  را تا یک رقم اعشار برست آورید.

$$\sqrt{36} < \sqrt{41} < \sqrt{49} \Rightarrow 6 < \sqrt{41} < 7$$

$$(7,5)^2 = 42,25 > \sqrt{41}$$

عدد	6,1	6,2	6,3	6,4
مخزور	37,21	38,44	39,69	40,96

$\rightarrow \sqrt{41} \approx 6,4$

کار در مثال ص 111

مقدار  $\sqrt{2}$  و  $\sqrt{200}$  را بصورت تقریبی تا یک رقم اعشار حساب کنید.

$$\sqrt{2} \approx ? \quad \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2$$

$$(1,5)^2 = 2,25 > 2$$

عدد	1,1	1,2	1,3	1,4
مخزور	1,21	1,44	1,69	1,96

$\rightarrow \sqrt{2} \approx 1,4$

$$\sqrt{200} \approx ? \quad \sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225} \Rightarrow 14 < \sqrt{200} < 15$$

$$(14,5)^2 = 210,25 > 200$$

عدد	۱۴,۱	۱۴,۲	۱۴,۳	۱۴,۴
مجموعه (توان ۲)	۱۹۸,۱۸۱	۲۰۱,۶۴	۲۰۴,۴۹	۲۰۷,۳۶

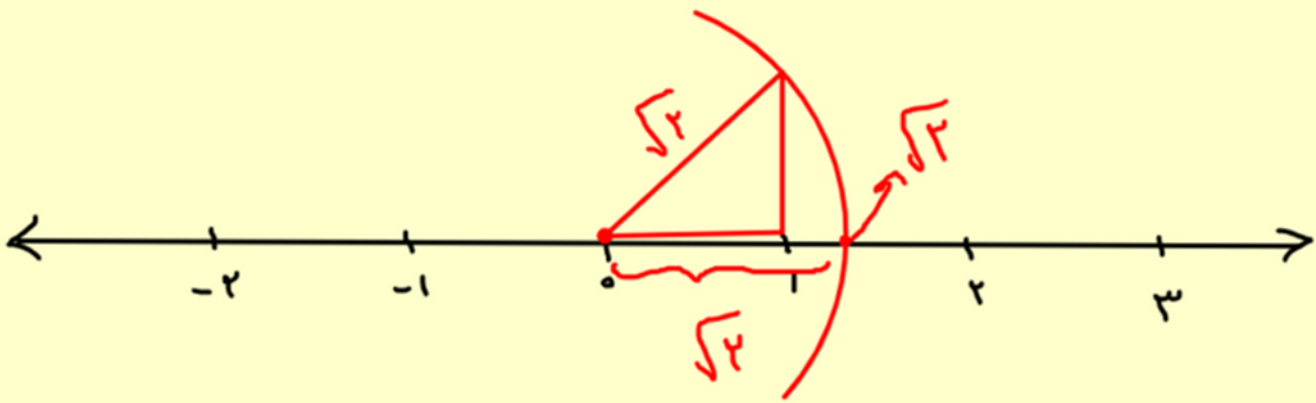
$\sqrt{200} \approx 14,1$

نمایش اعداد رادیکالی بر محور اعداد حقیقی

نمایش اعداد که به جذرهاصل دارند، روی محور بسیار ساده است. مثلاً  $\sqrt{25}$  همان ۵ است.

اما اعدادی که جذرهاصل ندارند، متفاوت است. مثلاً  $\sqrt{2}$  تقریباً برابر با ۱,۴

است اما دقیق نیست. اما می توان با یک روش هندسی به طور زیر رسم کرد.

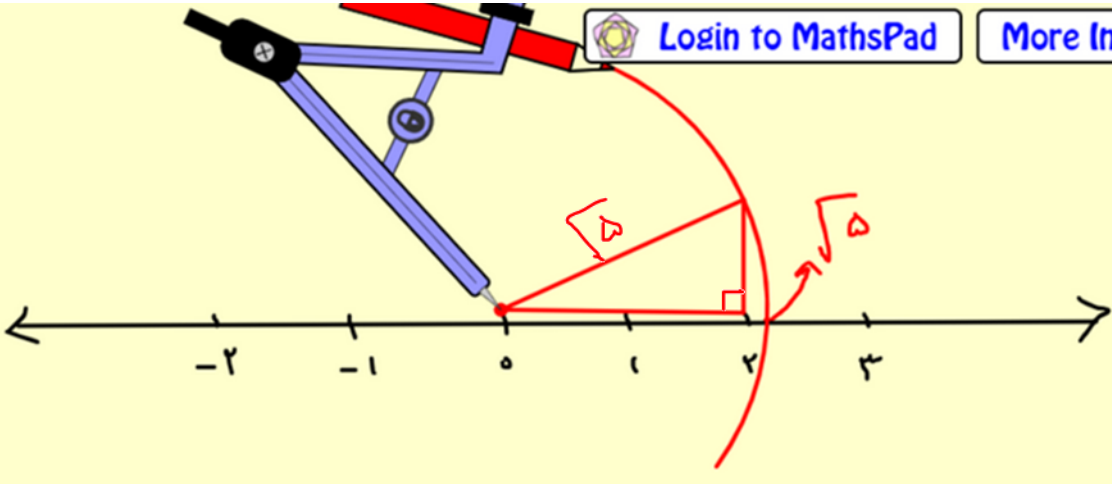


صیغه پیتاگورس:  $(\sqrt{2})^2 = 1^2 + 1^2$

$\sqrt{2}$  وتر مثلثی با اضلاع ۱ و ۱ است.







$$(\sqrt{a})^r = r^r + 1$$

