۱ گزینه ۲

$$۹^{۴} \times ۳^{۲^{۳}} \times ۲۷^{۳} = (۳^{۲})^{۴} \times ۳^{۸} \times (۳^{۳})^{۳} = ۳^{۸} \times ۳^{۸} \times ۳^{۹} = ۳^{۲۵} \Rightarrow k = ۲۵$$

۲ گزینه ۴

همهٔ گزینه‌ها صحیح هستند غیر از گزینهٔ "۴".

$$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = \vec{i} + ۲\vec{j}$$

۳ گزینه ۴

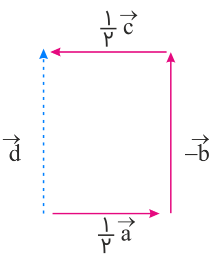
رابطهٔ جمع بردارهای زیر به‌صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ +۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix} + (-۲\vec{a}) = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad -۲\vec{a} = \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ +۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad -۲\vec{a} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۲ \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = j$$

۴ گزینه ۲



۵ گزینه ۲

$$(-۲)\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} - \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۱۲ \\ ۸ \end{bmatrix} + ۳\begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ \\ ۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۹ \\ ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

۶ گزینه ۳

جمع بردارهای $\vec{a}$, $\vec{d}$, $\vec{c}$, $\vec{e}$ برابر صفر است زیرا از یک نقطه شروع و دوباره به همان نقطه می‌رسند، پس فقط بردار b باقی می‌ماند.

$$\underbrace{\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}}_{\vec{o}}+\vec{b}=\vec{b}$$

۷ گزینه ۱

$$\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix} \quad , \quad \vec{b}=۲\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴\\-۶\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴\\-۴\end{bmatrix}$$

$$\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}=\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۴\\-۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۲\\۱\end{bmatrix}=-۲\vec{i}+\vec{j}$$

۸ گزینه ۴

$$\frac{(\frac{a}{c})^۲-b^{-c}}{a^۲-(a+b)^{-c}}=\frac{(\frac{۶}{-۲})^۲-(-۴)^۲}{۶^۲-(۶-۴)^۲}=\frac{(-۳)^۲-۱۶}{۳۶-۲^۲}=\frac{۹-۱۶}{۳۶-۴}=\frac{-۷}{۳۲}$$

۹ گزینه ۳

باتوجه‌به شکل:

$$\vec{x}+\vec{d}+\vec{c}=\vec{b}\Rightarrow\vec{x}=\vec{b}-\vec{d}-\vec{c}$$

۱۰ گزینه ۳

در این ده حرکت، ۵ حرکت به بالا دارد و در حرکات به جلو ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹ واحد به جلو می‌رود که در مجموع ۲۵ واحد می‌شود، پس در نقطهٔ $\begin{bmatrix}۲۵\\۵\end{bmatrix}$ قرار می‌گیرد.

۱۱ گزینه ۱

از انتهای بردار موازی با دو خط داده شده رسم شده است.

۱۲ گزینه ۳

$$۴^۱(۴^۵)=۴^۶$$

۱۳ گزینه ۲

$$۲^{۳} + ۲^{۳} + ۲^{۳} + ۲^{۳} = ۴(۲^{۳}) = ۲^{۲} \times ۲^{۳} = ۲^{۵}$$

۱۴ گزینه ۳

$$۳i + ۲j + ۲\overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۸ \end{bmatrix} + ۵i$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} + ۲\overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۸ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲\overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۸ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۲\overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{x} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

$$m = -۱ \ , \ n = ۳ \Rightarrow m - n = -۱ - ۳ = -۴$$

۱۵ گزینه ۴

حرکات افقی اعداد فرد هستند.

$$۱ + ۳ + ۵ + ۷ + ۹ = ۲۵$$

حرکات عمودی اعداد زوج هستند.

$$۲ + ۴ + ۶ + ۸ + ۱۰ = ۳۰$$

مختصات پس از حرکت دهم: $\begin{bmatrix} ۲۵ \\ ۳۰ \end{bmatrix}$

۱۶ گزینه ۱

$$\overrightarrow{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} \quad , \quad \overrightarrow{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{x} = ۲\begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix} = ۲\overrightarrow{i} - ۴\overrightarrow{j}$$

۱۷ گزینه ۲

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = ۲\begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} ۴ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$$

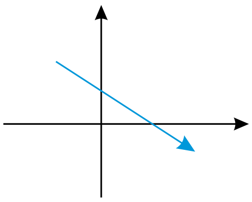
$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{j} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = -\vec{i} + ۲\vec{j}$$

۱۸ گزینه ۲

$$۱۶ \times ۶۲۵ \times ۸۱ = ۲^۴ \times ۵^۴ \times ۳^۴ = ۳۰^۴$$

۱۹ گزینه ۳

این بردار از ناحیهٔ سوم عبور نمی‌کند.



۲۰ گزینه ۱

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} , \vec{b} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = n\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} ۱ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۲n \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m \\ -۳m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۶ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۳m = -۶ \Rightarrow m = ۲ \\ ۲n + ۲ = ۳ \Rightarrow n = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

$$n - m = \frac{۱}{۲} - ۲ = -\frac{۳}{۲}$$

۲۱ گزینه ۲

$$\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۴ \\ -۶ \end{bmatrix} + ۳\begin{bmatrix} -۱ \\ ۲ \end{bmatrix} + (-\frac{۱}{۳})\begin{bmatrix} ۶ \\ ۹ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۳ \\ ۶ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

۲۲ گزینه ۲

$$\begin{bmatrix}۳\\-۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲\\-۳\end{bmatrix}+۳\vec{x}=\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}+\vec{x}\Rightarrow\begin{bmatrix}۵\\-۴\end{bmatrix}+۳\vec{x}=\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}+\vec{x}\Rightarrow ۳x-x=\begin{bmatrix}۱\\۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۵\\-۴\end{bmatrix}$$

$$۲x=\begin{bmatrix}-۴\\۶\end{bmatrix}\Rightarrow x=\begin{bmatrix}-۲\\۳\end{bmatrix}\Rightarrow -۲+۳=۱$$

۲۳ گزینه ۴

$$۲\times ۲^{۲}\times ۲^{۳}\times\cdots\times ۲^{۱۰}=۲^{۱+۲+۳+\cdots+۱۰}=۲^{۵۵}$$
$$۲^{۵۵}\div ۴^{۱۰}=۲^{۵۵}\div ۲^{۲۰}=۲^{۳۵}$$

۲۴ گزینه ۴

به روش مثلثی بردارهای $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ پشت سر هم هستند و $\vec{d}$ مجموع آن‌ها است.

۲۵ گزینه ۴

$$\vec{b}=-۲\vec{a}=-۲\begin{bmatrix}۲\\-۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۴\\۲\end{bmatrix}$$

$$\vec{c}=۳\vec{b}=۳\begin{bmatrix}-۴\\۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱۲\\۶\end{bmatrix}$$

$$\vec{b}-\vec{c}=\begin{bmatrix}-۴\\۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۱۲\\۶\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۸\\-۴\end{bmatrix}$$

۲۶ گزینه ۲

بردارهای b و c در ادامهٔ هم رسم شده‌اند و بردار $\vec{a}$ ابتدا را به انتها متصل کرده است.

$$\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$$

۲۷ گزینه ۳

$$\underbrace{\vec{a}+\vec{c}}_{\vec{b}}+\underbrace{\vec{b}+\vec{d}}_{\vec{e}}+\vec{d}+\vec{e}=\vec{b}+\vec{e}+\vec{d}+\vec{e}=\underbrace{\vec{b}+\vec{d}}_{\vec{c}}+\vec{e}+\vec{e}=۳\vec{e}$$

۲۸ گزینه ۱

$$۲(i-۳j)-\vec{x}=(\frac{۱}{۲})\begin{bmatrix}-۴\\ ۲\end{bmatrix}+j+\vec{x} \Rightarrow ۲\begin{bmatrix}۱\\ -۳\end{bmatrix}-\vec{x}=\begin{bmatrix}-۲\\ ۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}+\vec{x}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}۲\\ -۶\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-۲\\ ۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۰\\ ۱\end{bmatrix}=۲\vec{x}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}۴\\ -۸\end{bmatrix}=۲\vec{x} \Rightarrow \vec{x}=\begin{bmatrix}۲\\ -۴\end{bmatrix}$$

۲۹ گزینه ۳

$$۲^{۸} \div ۴ = ۲^{۸} \div ۲^{۲} = ۲^{۶}$$

۳۰ گزینه ۴

$$\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix} \qquad \vec{b}=\begin{bmatrix}۱\\ -۱\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ -۲\end{bmatrix}$$

$$\vec{c}=۲\begin{bmatrix}۳\\ -۲\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱\\ ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\ -۴\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۱\\ ۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\ -۳\end{bmatrix}=۳\vec{i}-۳\vec{j}$$

۳۱ گزینه ۴

$$۸^{۵}\times ۲^{۳^{۲}}\times (۲^{۵})^{۴}=(۲^{۳})^{۵}\times ۲^{۹}\times ۲^{۲۰}=۲^{۱۵}\times ۲^{۲۹}=۲^{۴۴}$$

$$\Rightarrow (۲^{۲})^{۲۲}=۴^{۲۲} \Rightarrow a=۲۲$$

۳۲ گزینه ۳

بردار $\vec{c}$ به اندازه سه بردار $\vec{a}$ و هم جهت حرکت کرده و به اندازه دو بردار $\vec{b}$ و در خلاف جهت حرکت کرده است.

$$\vec{c}=۳\vec{a}-۲\vec{b}$$

۳۳ گزینه ۱

$$\begin{bmatrix}۳\\ -۱\end{bmatrix}+۲\vec{x}=\begin{bmatrix}-۳\\ ۸\end{bmatrix}-\vec{x} \Rightarrow ۲\vec{x}+\vec{x}=\begin{bmatrix}-۳\\ ۸\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۳\\ -۱\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow ۳\vec{x}=\begin{bmatrix}-۶\\ ۹\end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x}=\begin{bmatrix}-۲\\ ۳\end{bmatrix}$$

$$-۲+۳=+۱$$

۳۴ گزینهٔ ۴

$$(a^b + a^b) \times c = (۲^۴ + ۲^۴) \times ۸ = ۲ \times ۲^۴ \times ۲^۳ = ۲^۸ = a^c$$

۳۵ گزینهٔ ۳

براساس $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b}$ باید بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{c}$ در ادامهٔ هم باشند و بردار $\vec{b}$ ابتدای آن را به انتها وصل کند که گزینهٔ ۳ این‌گونه است.

۳۶ گزینهٔ ۲

$$\frac{۳^{\square} \div ۹}{۳^۵} = ۲۷ \Rightarrow \frac{۳^{\square} \div ۳^۲}{۳^۵} = ۳^۳ \Rightarrow ۳^{\square} \div ۳^۲ = ۳^۸$$
$$\Rightarrow \square - ۲ = ۸ \Rightarrow \square = ۱۰$$

۳۷ گزینهٔ ۳

۱) حاصل این عدد منفی است و از بقیه کوچک‌تر است.

$$۱)\ (-۸^۲)^{۱۵} = -۸^{۳۰} = -(۲^۳)^{۳۰} = -۲^{۹۰}$$

$$۲)\ (-(۲^۲)^۲)^۴ = (-۲^۴)^۴ = ۲^{۱۶}$$

$$۳)\ (۲^۳)^۷ = ۲^{۲۱}$$

$$۴)\ ۸^۴ = (۲^۳)^۴ = ۲^{۱۲}$$

پس گزینهٔ "۳" از بقیه بزرگ‌تر است.

۳۸ گزینهٔ ۴

$$a = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} \quad , \quad b = ۲\vec{a} = ۲\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix}$$

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۶ \end{bmatrix}$$

$$\vec{d} = \vec{a} - \frac{۱}{۲}\vec{c} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} - \frac{۱}{۲}\begin{bmatrix} ۳ \\ -۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{۳}{۲} \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{۱}{۲} \\ ۱ \end{bmatrix} = -\frac{۱}{۲}i + j$$

۳۹ گزینهٔ ۳

$$\frac{۴^۵ \times ۲^{۴۲} \times (۸^۲)^۳}{۱۶^۸} = \frac{(۲^۲)^۵ \times ۲^{۱۶} \times ۸^۶}{(۲^۴)^۸} = \frac{۲^{۱۰} \times ۲^{۱۶} \times ۲^{۱۸}}{۲^{۳۲}} = \frac{۲^{۴۴}}{۲^{۳۲}} = ۲^{۱۲} \Rightarrow a = ۱۲$$

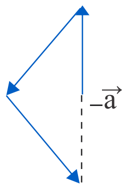
۴۰ گزینه ۱

$$\frac{۳^{\square}\times ۹^{۵}}{۸۱^{۲}}=۲۷\Rightarrow \frac{۳^{\square}\times ۳^{۱۰}}{(۳^{۴})^{۲}}=۳^{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۳^{\square}\times \cancel{۳^{۱۰}}^{\,۳^{۲}}}{\cancel{۳^{۸}}_{\,۱}}=۳^{۳}\Rightarrow ۳^{\square}\times ۳^{۲}=۳^{۳}\Rightarrow \square=۱$$

۴۱ گزینه ۴

بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم.



۴۲ گزینه ۲

$$۳^{\bigcirc}\times ۴^{۵}=۲^{۱۰}\ \Rightarrow\ ۳^{\bigcirc}\times (۲^{۲})^{۵}=۲^{۱۰}\ \Rightarrow\ ۳^{\bigcirc}\times ۲^{۱۰}=۲^{۱۰}\ \Rightarrow\ \bigcirc=۰$$

$$۷^{۹}\div ۷^{\square}=۷^{۳}\ \Rightarrow\ \square=۶\ \Rightarrow\ \bigcirc+\square=۶$$

۴۳ گزینه ۲

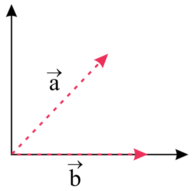
$$\begin{bmatrix}۵\\ y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۷\\ ۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ -۴\end{bmatrix}\Rightarrow \begin{bmatrix}۵-۷\\ y+۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\ -۴\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}۵-۷=x=-۲\\ y+۳=-۴\Rightarrow y=-۷\end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y=-۲-۷\Rightarrow x+y=-۹$$

۴۴ گزینه ۲

این دو بردار را رسم می‌کنیم. هر نقطه روی بردار a از دو محور x و y به یک فاصله است، پس نیمساز دو محور است. پس زاویهٔ بین بردارها ۴۵° است.



۴۵ گزینه ۱

در همهٔ بردارهای افقی، مقدار عرض برابر صفر است.

$$۳x + ۹ = ۰ \Rightarrow x = -۳$$

۴۶ گزینه ۴

بردار $\vec{c}$ به اندازهٔ سه برابر بردار $\vec{a}$ و برعکس حرکت کرده و به اندازهٔ بردار $\vec{b}$ نیز به بالا حرکت داشته است:

$$\vec{c} = -۳\vec{a} + \vec{b}$$

۴۷ گزینه ۴

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} \text{ , } \vec{b} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = ۳\vec{a} - ۲\vec{b} = ۳\begin{bmatrix} ۱ \\ -۲ \end{bmatrix} - ۲\begin{bmatrix} ۳ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ \\ ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۶ \end{bmatrix}$$

۴۸ گزینه ۳

$$\vec{c} = ۲\vec{a} - \vec{b} = ۲\begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۰ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۸ \end{bmatrix}$$

۴۹ گزینه ۱

براساس بردارها رابطهٔ زیر را داریم.

$$\begin{bmatrix} a \\ ۳ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۴ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a + (-۴) = ۱ \Rightarrow a = ۵ \\ ۳ + ۲ = b \Rightarrow b = ۵ \end{cases} \Rightarrow a - b = ۵ - ۵ = ۰$$

۵۰ گزینه ۲

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۵ \end{bmatrix} \quad , \quad \vec{y} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}$$

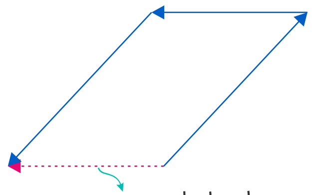
$$\vec{a} = \vec{x} - ۲\vec{y} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۵ \end{bmatrix} - ۲\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۵ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ ۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۹ \end{bmatrix}$$

پس بردار به‌صورت $\downarrow$ خواهد بود.

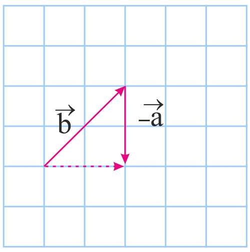
۵۱ گزینه ۳

$$۳^{bc} - ۲^{ab} = (۳^b)^c - (۲^a)^b = ۵^c - ۳^b = ۴ - ۵ = -۱$$

۵۲ گزینه ۱



۵۳ گزینه ۳



۵۴ گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = ۳\vec{i} - \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} = ۲\vec{i} + \vec{j} \ \times \Rightarrow ۲\vec{i}$$

$$\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \vec{i} + \vec{j} \ \times \Rightarrow -\vec{i} + \vec{j}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix} = ۳\vec{j}$$

دو عبارت صحیح است.

۵۵ گزینه ۳

$$۲\begin{bmatrix} -۱ \\ +۲ \end{bmatrix} + ۴\begin{bmatrix} -۵ \\ +۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ \\ +۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -۲۰ \\ +۸ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲۲ \\ +۱۲ \end{bmatrix}$$

۵۶ گزینه ۱

$$۲^{۵} \times ۲^{۵} \times ۲^{۵} = (۲^{۵})^{۳} \Rightarrow ۲^{۱۵} = ۲^{۱۵} \quad \checkmark$$

$$(۳^{۳})^{۴} = ۳^{۷} \Rightarrow ۳^{۱۲} = ۳^{۷} \quad \times$$

$$((-۲)^{۵})^{۲} = -۲^{۱۰} \Rightarrow (-۲)^{۱۰} = -۲^{۱۰} \quad \times$$

$$(۳^{۰})^{۲} = ۳ \Rightarrow ۱ = ۳ \quad \times$$

فقط یکی از روابط صحیح است.

۵۷ گزینه ۴

بردارهای a و c در ادامه هم می‌باشند و بردار b ابتدا را به انتها متصل کرده است.

$$\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$$

۵۸ گزینه ۲

$$(xy)^{۴} \times (x^{۳})^{۲} \times y^{۵} = x^{۴}y^{۴} \times x^{۶} \times y^{۵} = x^{۱۰}y^{۹}$$

$$\begin{matrix} a = ۱۰ \\ b = ۹ \end{matrix} \Rightarrow a + b = ۱۹$$

۵۹ گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} + ۲\left(\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix} + \vec{x}\right) = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix} + \vec{x} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۴ \\ ۶ \end{bmatrix} + ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix} + \vec{x}$$

$$\Rightarrow ۲\vec{x} - \vec{x} = \begin{bmatrix} ۴ \\ ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ \\ ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

۶۰ گزینه ۳

$$(۸^{۳} \times ۲^{۵} \times ۱۶) \div ۴^{۷} = ((۲^{۳})^{۳} \times ۲^{۵} \times ۲^{۴}) \div (۲^{۲})^{۷} = (۲^{۹} \times ۲^{۵} \times ۲^{۴}) \div ۲^{۱۴} = ۲^{۱۸} \div ۲^{۱۴} = ۲^{۴}$$

۶۱ گزینه ۳

$$\vec{c} = \vec{b} + ۲xj - \vec{a} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۲x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲x + ۳ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲x + ۳ = -۱ \Rightarrow ۲x = -۴ \Rightarrow x = -۲$$

۶۲ گزینه ۴

اگر دقت کنید بردارهای $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{d}$ در ادامهٔ هم می‌باشند:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} = \vec{c}$$

۶۳ گزینه ۴

$$\frac{(x^{۳})^{۴} \times xy^{۳}}{(yx^{۴})^{۲}} = \frac{x^{۱۲} \times xy^{۳}}{y^{۲}x^{۸}} = \frac{x^{۱۳}y^{۳}}{y^{۲}x^{۸}} = yx^{۵}$$

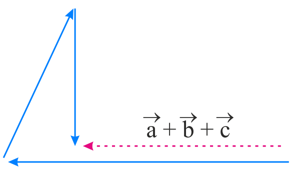
۶۴ گزینه ۴

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} - ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۵ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۲\vec{x}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -۲ \\ -۲ \end{bmatrix} = ۲\vec{x} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

۶۵ گزینه ۱

بردارها را در ادامه هم رسم می‌کنیم.



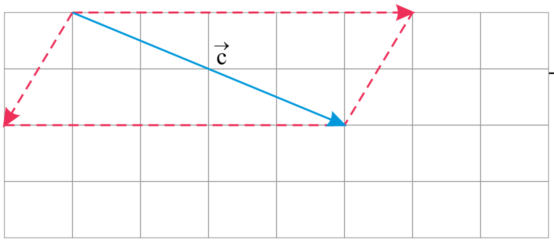
۶۶ گزینه ۳

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} + ۳\vec{x} = \vec{x} + \begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix} \Rightarrow ۳\vec{x} - \vec{x} = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۴ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix} \Rightarrow ۲\vec{x} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

۶۷ گزینه ۴

باید بردار $\vec{c}$ را به کمک بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ تجزیه کنیم.

به اندازهٔ ۵ برابر بردار $\vec{a}$ و همان جهت و به اندازهٔ بردار $\vec{b}$ و در خلاف جهت آن حرکت می‌کند.



$$\vec{c} = ۵\vec{a} - \vec{b}$$

۶۸ گزینه ۴

$$\frac{(x^{۲}y)^{۴} \times xy}{x^{۳}y^{۲}} = \frac{x^{۸} \times y^{۴} \times x \times y}{x^{۳}y^{۲}} = \frac{x^{۹}y^{۵}}{x^{۳}y^{۲}} = x^{۶}y^{۳}$$

۶۹ گزینه ۳

$$\frac{۹^{\square} \div ۳^{۵}}{۳^{۸}} = ۳^{۳} \Rightarrow \frac{۳^{۲\square} \div ۳^{۵}}{۳^{۸}} = ۳^{۳}$$
$$\Rightarrow \frac{۳^{۲\square-۵}}{۳^{۸}} = ۳^{۳} \Rightarrow ۳^{۲\square-۱۳} = ۳^{۳} \Rightarrow \square = ۸$$

۷۰ گزینه ۳

باید بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در ادامهٔ هم باشند و بردار $\vec{c}$ ابتدای آن‌ها را به انتها متصل کند که گزینهٔ ۳ این شرایط را دارد.

۷۱ گزینه ۱

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -۲ \\ -۴ \end{bmatrix} , \vec{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{۱}{۲}\vec{a} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix} \\ ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۳ \end{bmatrix} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\vec{a} - ۳\vec{b} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۶ \\ -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۷ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

۷۲ گزینه ۴

برای اینکه از ابتدای بردار $\vec{c}$ به انتهای آن برسیم، باید به اندازه $\vec{a}$ به بالا حرکت کنیم و به اندازه ۲ برابر $\vec{b}$ به چپ حرکت کنیم.

$$\vec{c} = \vec{a} + ۲\vec{b}$$

۷۳ گزینه ۲

مجموع بردارهای شکل گزینهٔ "۲" برابر با بردار صفر است.

۷۴ گزینه ۴

$$\begin{cases} ۲a - ۳ = ۴a + ۵ \Rightarrow ۲a = -۸ \Rightarrow a = -۴ \\ \frac{b}{۲} + ۳ = \frac{b}{۳} + ۴ \Rightarrow ۶(\frac{b}{۲} + ۳) = ۶(\frac{b}{۳} + ۴) \\ \Rightarrow ۳b + ۱۸ = ۲b + ۲۴ \Rightarrow b = ۶ \end{cases}$$
$$\Rightarrow b - a = ۶ - (-۴) = ۱۰$$

۷۵

گزینه ۱

جمع دو بردار قرینه برابر با بردار صفر است.