

۲۶ اگر $A = 35^2 \times 42^2$ باشد، آن گاه عدد A چند شمارنده اول دارد؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲۷ (۴)

۲۷ اگر $A = 35^2 \times 40^2$ و $B = 25^4 \times 32^2$ باشد، آن گاه (A, B) بر کدام عدد زیر بخش پذیر است؟

- ۱۲۵ (۱) 64×5^4 (۲) $25^2 \times 32$ (۳) 5^{10} (۴)

۲۸ عددهای $A = 2^p$ و $B = 3^q$ عددهایی مرکب هستند، کدام گزینه قطعاً درست است؟

- $\frac{p}{q} < 1$ (۱) $pq < 1$ (۲) $\frac{p}{q} > 1$ (۳) $pq > 1$ (۴)

۲۹ کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

(۱) هر عدد طبیعی، حداقل یک شمارنده اول دارد.

(۲) اگر a یک عدد اول باشد، آن گاه هیچ یک از مضارب آن اول نیست.

(۳) بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد طبیعی متوالی، عدد یک است.

(۴) همه اعداد اول، فرد هستند.

۳۰ در میان اعداد روبه رو، تعداد عددهای اول چندتا بیشتر از تعداد عددهای مرکب است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۳۱ اگر $(a, b) = 2^3$ و $a = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$ باشد، b کدام می تواند باشد؟

- ۲۴۳ (۱) ۲۵۶ (۲) ۲۶۵ (۳) ۲۳۳ (۴)

۳۲ حاصل ضرب دو عدد اول ۱۱۸ می باشد. مجموع رقم های عدد بزرگ تر کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

۳۳ مجموع دو عدد اول، ۲۵ می باشد. حاصل ضرب آنها کدام است؟

- ۶۴ (۱) ۴۶ (۲) ۵۰ (۳) ۳۵ (۴)

۳۴ اگر a بر b بخش پذیر باشد و a و c دو عدد متوالی باشند، حاصل عبارت A کدام است؟

- $a + b^2$ (۱) $a \times b$ (۲) $2a + b$ (۳) $a + b$ (۴) $A = [a, b] + (a, b) \times (a, c) = ?$

۳۵ می خواهیم یک صفحه مستطیل شکل به ابعاد ۴۸ و ۳۶ را با کاشی های مربع شکل هم اندازه بپوشانیم. اندازه ضلع بزرگ ترین کاشی که

می توانیم استفاده کنیم، کدام است؟

- ۶ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴)

۳۶ چندتا از عددهای روبه رو اول هستند؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

$77777, 31 \times 37, 3^{13}, 6^{11} + 5^{11} + 1, 1001$



۹۱، ۱۴۳، ۸۱، ۱۰۱، ۸۴

۴۲ چندتا از عددهای روبه‌رو نسبت به عدد ۲۱۰ اول هستند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۳ اگر $(a, b) = 1$ و $a = 2^2 \times 3^2 \times 5^4$ ، b کدام می‌تواند باشد؟

۲۳۳ (۴)

۲۶۵ (۳)

۲۵۶ (۲)

۲۴۳ (۱)

۴۴ کدام دو عدد نسبت به هم اول نیستند؟

۷۳، ۷۲ (۴)

۲۵، ۱۶ (۳)

۷۲، ۲۷ (۲)

۳۱، ۱۳ (۱)

۴۵ در بین عددهای ۱۵، ۱، ۴۹، ۹، ۱۶ و ۲۱ چند جفت عدد می‌توانیم تشکیل دهیم که نسبت به هم اول باشند؟

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۶ (۱)

۴۶ اگر دو عدد $M = 12^5 \times 7^{20}$ و $N = 8^{2a-10}$ نسبت به هم اول باشند، آن‌گاه مقدار a برابر با کدام گزینه است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

صفر (۱)

۴۷ کدام جفت از عددهای زیر، نسبت به هم اول هستند؟

۹، ۵۷ (۴)

۹۱، ۱۳ (۳)

۷۵، ۱۸ (۲)

۴۹، ۲۵ (۱)



۶۸ در غربال اعداد اول ۹۰ تا ۱۲۰، هفدهمین عددی که خط می خورد کدام است؟

- (۱) ۹۶ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۱۸ (۴) ۹۹

۶۹ در غربال اعداد کوچکتر از ۱۵۰، علاوه بر خط زدن عدد ۱، مضرب های کدام دسته عددهای اول زیر باید خط بخورند؟

- (۱) ۱۳، ۱۱، ۷، ۵، ۳، ۲ (۲) ۱۱، ۷، ۶، ۳، ۲ (۳) ۱۳، ۱۱، ۵، ۳، ۲ (۴) ۱۱، ۷، ۵، ۳، ۲

۷۰ در غربال اعداد ۱ تا ۲۰۰، بعد از عدد ۱۳۵ کدام عدد خط می خورد؟

- (۱) ۱۳۸ (۲) ۱۳۶ (۳) ۱۴۵ (۴) ۱۴۱

۷۱ در روش غربال اعداد ۱ تا ۷۰، چندتا از مضرب های ۳، در سری مربوط به عدد ۳ خط می خورند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۲ در غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ کدام گزینه ترتیب درست خط خوردن اعداد را به درستی نشان می دهد؟ (از چپ به راست)

- (۱) ۹۷۵، ۹۹۹، ۹۶۱، ۹۷۳ (۲) ۹۷۵، ۹۹۹، ۹۷۳، ۹۶۱ (۳) ۹۷۵، ۹۷۳، ۹۹۹، ۹۶۱ (۴) ۹۷۳، ۹۶۱، ۹۷۵، ۹۹۹

۷۳ اگر بخواهیم با استفاده از روش غربال، اعداد اول ۱ تا ۳۰۰ را پیدا کنیم، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) بعد از این که عدد ۲۲۵ را خط زدیم، باید عدد ۲۳۱ را خط بزنیم.

(۲) عدد ۱۶۱ قبل از عدد ۱۲۱ خط می خورد.

(۳) عدد ۲۵۳ به عنوان مضرب عدد ۲۳ خط می خورد.

(۴) عدد ۲۸۹ آخرین عددی است که خط می خورد.

۷۴ در روش غربال برای تعیین عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰۰، عدد ۶۱۵ چند بار خط می خورد؟

- (۱) دو (۲) سه (۳) چهار (۴) یک

۷۵ در روش غربال برای تعیین اعداد اول کوچکتر از ۳۰، عدد ۲۵، چندمین عددی است که خط می خورد؟ (فرض کنیم می توانیم هر عدد

مركب را فقط يك بار خط بزنيم.)

- (۱) هجدهمین (۲) نوزدهمین (۳) بیستیم (۴) هفدهمین

۷۶ برای تعیین عددهای اول کوچکتر از ۱۰۰ به روش غربال و در مرحله حذف مضرب های ۷، سومین عددی که خط می خورد کدام است؟

- (۱) ۶۳ (۲) ۹۱ (۳) ۷۷ (۴) ۴۹



۲۳ گزینه ●● اگر عدد A را به شمارنده‌های اول تجزیه کنیم،
عددهای ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۳۰ دارای شمارنده اول ۵ هستند:

$$\begin{aligned} 5 &= 5 & 10 &= 2 \times 5 \\ 15 &= 3 \times 5 & 20 &= 2^2 \times 5 \\ 25 &= 5^2 & 30 &= 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

پس در تجزیه عدد A، ۷ بار عدد اول ۵ مشاهده می‌شود.

با سایر عددهای اول در تجزیه A کاری نداریم و اگر ضرب همه آن‌ها
با k بنامیم، آن‌گاه $A = 5^7 \times k$ است. هم‌چنین می‌دانیم ب.م.م
A و B برابر با عامل‌های مشترک با توان کم‌تر است؛ یعنی 5^7 .

۲۴ گزینه ● الف) اگر عدد ۹۱ را تجزیه کنیم، داریم:

$$91 = 13 \times 7$$

شمارنده‌های اول عدد ۹۱، اعداد ۱۳ و ۷ هستند. پس عبارت (الف)
نادرست است.

ب) ۲ عددی زوج و اول است. پس این عبارت درست است.

پ) اولین مضرب طبیعی عدد ۳۱ که خود عدد ۳۱ است، اول است.
پس این عبارت نادرست است.

ت) هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک را که مرکب باشد، می‌توان
به صورت حاصل‌ضرب چند عدد اول نوشت. پس این عبارت نیز
نادرست است.

بنابراین فقط عبارت (ب) درست است.

۲۵ گزینه ●● در گزینه (۳) عدد موردنظر همواره بر a و b
بخش‌پذیر خواهد بود. پس علاوه بر این که $a \times b$ و ۱ شمارنده
آن عدد هستند، a و b دو شمارنده دیگر به حساب می‌آیند. پس
 $a \times b$ همواره مرکب است.

بررسی سایر گزینه‌ها

گزینه (۱): اگر $a = 2$ و $b = 5$ باشد، $a + b = 7$ اول است.

گزینه (۲): اگر $a = 7$ و $b = 2$ باشد، $a - b = 5$ اول است.

گزینه (۴): حاصل $\frac{a}{b}$ عددی طبیعی نیست؛ بنابراین مرکب هم
نمی‌تواند باشد.

۲۶ گزینه ●● ابتدا عدد را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= (5 \times 7)^2 \times (2 \times 3 \times 7)^2 = 5^2 \times 7^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 7^2 \\ A &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^4 \Rightarrow \{2, 3, 5, 7\} \end{aligned}$$

۲۷ گزینه ●● در ابتدا A و B را به عوامل اول، تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= (5 \times 7)^2 \times (2^2 \times 5)^2 = 5^2 \times 7^2 \times 2^4 \times 5^2 = 5^4 \times 2^4 \times 7^2 \\ B &= (5^2)^4 \times (2^5)^2 = 5^8 \times 2^{10} \\ (A, B) &= 5^4 \times 2^4 \end{aligned}$$

حال اگر هر یک از گزینه‌ها را به طور جداگانه تجزیه کرده و مورد
بررسی قرار دهیم، مشخص می‌شود عدد $5^4 \times 2^4$ فقط بر گزینه
(۲) بخش‌پذیر است.

۲۸ گزینه ●● چون A و B عددهای مرکب هستند، پس در
حالت کلی p و q باید از یک بزرگ‌تر باشند، پس همواره $pq > 1$
خواهد بود. مثال نادرستی گزینه‌های (۱) و (۳) هم در زیر آمده است:

$$\text{رد گزینه (۱): } \frac{3}{2} > 1, A = 2^2, B = 3^2$$

$$\text{رد گزینه (۳): } \frac{2}{3} < 1, A = 2^2, B = 3^2$$

۲۹ گزینه ●●

بررسی سایر گزینه‌ها
گزینه (۱): هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱،
حداقل یک شمارنده اول دارد؛ پس گزینه (۱) نادرست است.

گزینه (۲): اگر a یک عدد اول باشد، پس خود a، که جزء مضارب
آن می‌باشد، عددی اول است؛ پس گزینه (۲) نادرست است.

گزینه (۴): ۲، عددی اول و زوج است، پس گزینه (۴) نادرست است.

۳۰ گزینه ●● عددهای اول: ۲۳، ۲۷ و ۱۱

عددهای مرکب: ۱۵ و ۴۹

عدد ۱ نه اول است و نه مرکب و عدد ۴۱ - به دلیل این که عدد
طبیعی نیست در دسته‌بندی اعداد اول و مرکب قرار نمی‌گیرد.

پس تعداد عددهای اول یکی بیشتر از تعداد عددهای مرکب است.

۳۱ گزینه ●● چون ب.م.م دو عدد 2^3 شده است، یعنی هر دو
عدد بر 2^3 بخش‌پذیر هستند که در بین گزینه‌ها فقط گزینه (۲) بر
۸ بخش‌پذیر است.

۳۲ گزینه ●● حاصل‌ضرب دو عدد اول فقط زمانی زوج می‌شود
که حتماً یکی از آن‌ها عدد ۲ باشد. عدد اول بزرگ‌تر $59 = 118 \div 2$
 $5 + 9 = 14$

۳۳ گزینه ●● تمام اعداد اول به جز ۲ فرد هستند و می‌دانیم
مجموع دو عدد فرد همواره عددی زوج است، ولی در این‌جا
مجموع دو عدد اول برابر ۲۵ شده است که عددی فرد است؛ در
نتیجه یکی از آن‌ها برابر ۲ و دیگری ۲۳ است و حاصل‌ضرب آن‌ها
برابر ۴۶ است.

۳۴ گزینه ●● ب.م.م دو عددی که یکی بر دیگری بخش‌پذیر
باشد، برابر است با عدد کوچک‌تر؛ یعنی در این سؤال: $(a, b) = b$
ب.م.م دو عدد متوالی هم برابر است با ۱، یعنی: $(a, c) = 1$
ک.م.م دو عددی که یکی بر دیگری بخش‌پذیر باشد، برابر است با
عدد بزرگ‌تر؛ یعنی در این سؤال: $[a, b] = a$ ، پس:

$$[a, b] + (a, b) \times (a, c) = a + b$$

۳۵ گزینه ●● اندازه ضلع کاشی، باید طوری باشد که هر دو عدد
۴۸ و ۳۶ بر آن عدد بخش‌پذیر باشند. این اعداد عبارت‌اند از:

$$1, 2, 3, 4, 6, 12$$

بزرگ‌ترین

که بزرگ‌ترین آن‌ها برابر می‌شود با: $(48, 36) = 12$



۳۶ گزینه • عدد ۷۷۷۷۷ بر ۷ بخش پذیر بوده، لذا مرکب است. حاصل عدد ۳۱×۳۷ بر ۳۷، ۳۱، ۱ و ۳۱×۳۷ بخش پذیر است، پس مرکب است. عدد ۳۱۳ بر ۳ بخش پذیر است، پس مرکب است. حاصل عدد $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ زوج بوده؛ لذا بر ۲ بخش پذیر و در فرد فرد زوج نتیجه مرکب است.

عدد $1001 = 7 \times 11 \times 13$ مرکب است.

پس هیچ کدام از اعداد در این سؤال، اول نیستند.

۳۷ گزینه • برای این که عددی نسبت به $7 \times 2 \times 5 = 70$ اول باشد، باید دارای عوامل ۲، ۵ و ۷ در تجزیه خود نباشد که در بین گزینه ها تنها عدد ۳ دارای این ویژگی است.

۳۸ گزینه • همه اعداد نسبت به ۱ اول هستند زیرا ب.م.م همه آن ها با یک، خود عدد یک می باشد.

۳۹ گزینه • همه اعداد کوچک تر از یک عدد اول، نسبت به آن عدد، اول هستند. ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

همگی نسبت به ۷ اول هستند.

۴۰ گزینه • اعدادی که نسبت به $3 \times 5 = 15$ اول هستند بر ۳ و ۵ بخش پذیر نیستند. پس در بین اعداد کوچک تر از ۱۵ آن هایی که بر ۳ و ۵ بخش پذیر هستند را خط می زنیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴

و اعداد باقی مانده نسبت به ۱۵ اول هستند که تعداد آن ها ۸ تا است.

۴۱ گزینه • بررسی گزینه ها

$$\begin{aligned} (2, 6) &= 2 & (3, 9) &= 3 \\ (31, 62) &= 31 & (21, 22) &= 1 \end{aligned}$$

پس اعداد موجود در گزینه (۴) نسبت به هم اول هستند، زیرا ب.م.م آن ها یک است.

۴۲ گزینه • ابتدا عدد ۲۱۰ را تجزیه می کنیم:

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

حال تک تک اعداد داده شده را تجزیه می کنیم:

$$91 = 7 \times 13 \text{ و } 81 = 3^4 \text{ و } 84 = 7 \times 3 \times 2^2$$

$$\text{عدد اول } 101 \text{ و } 143 = 11 \times 13$$

با توجه به تجزیه اعداد بالا، عدد ۲۱۰ با عدد ۱۴۳ و ۱۰۱ هیچ عامل مشترکی ندارد، پس نسبت به این دو عدد، اول است.

۴۳ گزینه • چون ب.م.م دو عدد a و b، ۱ شده است؛ پس a و b نسبت به هم اول هستند. به عبارت دیگر، نباید هیچ شمارنده اول مشترک بین دو عدد باشد. گزینه (۱) شمارنده سه، گزینه (۲) شمارنده دو و گزینه (۳) شمارنده پنج را با a مشترک دارند، در حالی که عدد ۲۳۳ هیچ شمارنده اول مشترکی با عدد a ندارد.

۴۴ گزینه • گزینه (۴) دو عدد متوالی نسبت به هم اول هستند پس:

$$(72, 73) = 1$$

بررسی سایر گزینه ها

$$(27, 72) = 9 \quad \text{گزینه (۲):}$$

$$(31, 12) = 1 \quad \text{گزینه (۱):}$$

$$(25, 16) = 1 \quad \text{گزینه (۳):}$$

۴۵ گزینه • جفت عددهای زیر نسبت به هم اول اند، زیرا ب.م.م آن ها برابر ۱ است. (شمارنده اول مشترکی ندارند.)

$$(1, 15), (1, 49), (1, 9), (1, 16), (1, 21)$$

$$(15, 49), (15, 16)$$

$$(49, 9), (49, 16)$$

$$(9, 16)$$

$$(16, 21)$$

که تعداد آن ها ۱۱ تا است.

۴۶ گزینه • چون دو عدد M و N نسبت به هم اول هستند، پس نباید شمارنده اول مشترکی داشته باشند:

$$M = 12^5 \times 7^{20} = (2^2 \times 3)^5 \times 7^{20} = 2^{10} \times 3^5 \times 7^{20}$$

$$N = (2^3)^{2a-10} = 2^{6a-20}$$

با توجه به تجزیه بالا، چون عدد M، دارای شمارنده اول ۲ است، پس توان ۲ در عدد N باید صفر باشد تا ب.م.م M و N یک شود. $6a - 20 = 0 \Rightarrow 6a = 20 \Rightarrow a = 5$

۴۷ گزینه • دو عدد نسبت به هم اول هستند، هرگاه پس از تجزیه، شمارنده اول مشترکی نداشته باشند، یا ب.م.م دو عدد برابر یک شود. $49 = 7 \times 7 \quad 25 = 5 \times 5$

بنابراین این دو عدد نسبت به هم اول هستند.

در گزینه های (۲) و (۴) هر دو عدد بر ۳ بخش پذیر هستند و در گزینه (۳) هر دو عدد بر ۱۳ بخش پذیر هستند.

۴۸ گزینه • گزینه ها را بررسی می کنیم:

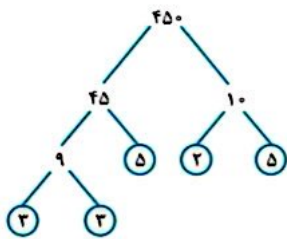
عدد $2 \times 3 \times 5 = 30$ کوچک ترین عامل اولش ۲ است، پس با مضارب ۲ خط می خورد.

عدد $3 \times 3 \times 5 = 45$ کوچک ترین عامل اولش ۳ می باشد، پس با مضارب ۳ خط می خورد.

عدد $5 \times 5 = 25$ ، با مضارب ۵ خط می خورد و عدد $3 \times 7 = 21$ که کوچک ترین عامل اولش ۳ می باشد با مضارب ۳ خط می خورد. واضح است که عدد ۲۵ دیرتر از بقیه با مضارب ۵ خط می خورد.

۴۹ گزینه • در غربال، عددی که کوچک ترین عامل اولش بزرگ تر باشد دیرتر خط می خورد. دقت کنید که در بین اعداد ۱ تا ۵۰ آخرین سری مضارب که خط می خورند مضارب عدد ۷ می باشند زیرا $\sqrt{50} < 7$. اولین عددی که با مضارب ۷ خط می خورد $49 = 7^2$ می باشد و مضرب بعدی ۷ بعد از ۴۹ در بین اعداد ۱ تا ۵۰ وجود ندارد، پس آخرین عددی که خط می خورد ۴۹ می باشد.

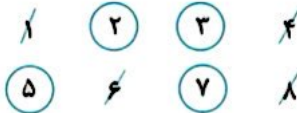




گزینه ۶۳: عدد ۴۵۰ را تجزیه می‌کنیم: ۲، ۳ و ۵ مقسوم‌علیه‌های اول ۴۵۰ می‌باشند.

گزینه ۶۴: مقسوم‌علیه‌های ۸ را می‌نویسیم: ۱، ۲، ۴، ۸ که در بین آن‌ها ۴ و ۸ مرکب هستند.

گزینه ۶۵: غربال اعداد ۱ تا ۸ را انجام می‌دهیم که ۴ تا عدد خط نمی‌خورند:



گزینه ۶۶: در غربال اعداد ۱ تا ۱۰ بعد از ۱ اعداد ۴، ۶ و ۸ خط می‌خورند، پس ۸ چهارمین عددی است که خط می‌خورد.

گزینه ۶۷: عدد ۲۰ با مضارب ۲ خط می‌خورد که در این دنباله عدد ۲۲ عدد بعدی می‌باشد.

گزینه ۶۸: در روش غربال، ابتدا مضارب ۲ خط می‌خورند: ۹۲، ۹۴، ۹۶، ...، ۱۱۸

پس از آن سراغ مضارب ۳ که برای اولین بار خط می‌خورند، می‌رویم. آن‌ها را به ترتیب می‌نویسیم تا به سومین مضرب ۳ که همان هفدهمین عددی است که خط خواهد خورد برسیم:

مضارب ۳: ۹۳، ۹۹، ۱۰۵

گزینه ۶۹:

با توجه به این که $11^2 = 121 < 150$ و $13^2 = 169 > 150$ ، پس باید مضرب‌های همه اعداد اول تا ۱۱ خط بخورند.

گزینه ۷۰: چون در غربال اعداد ۱ تا ۲۰۰ عدد ۱۳۵ جزء مضارب عدد ۳ خط می‌خورد، پس عدد بعدی که خط می‌خورد باید مضرب عدد ۳ باشد.

مضرب بعدی عدد ۳، ۱۳۸ است که قبلاً به عنوان مضرب عدد ۲ خط خورده، پس عدد ۱۴۱ عدد بعد از ۱۳۵ است که خط می‌خورد.

گزینه ۷۱: مضرب‌هایی از ۳ فقط یک بار خط می‌خورند که بر ۲ یا ۵ یا ۷ بخش پذیر نباشند که عبارت‌اند از:

۹، ۲۷، ۳۳، ۳۹، ۵۱، ۵۷، ۶۹

گزینه ۷۲: $999 = 3 \times 333$ و $975 = 3 \times 325$ و $961 = 31 \times 31$ و $973 = 7 \times 139$

با توجه به تجزیه بالا مشخص می‌شود که ترتیب خط خوردن اعداد در گزینه (۲) درست است.

گزینه ۷۳: عدد $253 = 11 \times 23$ خط می‌خورد، ولی نه به عنوان مضرب عدد ۲۳، بلکه به عنوان مضرب عدد ۱۱. بنابراین جزء مضارب عدد ۱۱ خط می‌خورد.

گزینه ۵۰: اولین عددی که با مضارب ۳ خط می‌خورد ۳۲ می‌باشد. گزینه ۵۱: در غربال اعداد ۱ تا ۵۰ بعد از ۱، عدد ۴، سپس ۶ خط می‌خورد، پس ۶ سومین عددی است که خط می‌خورد. گزینه ۵۲: در بین اعداد گزینه‌ها عدد ۲۰۱ بر سه بخش پذیر است (به مجموع ارقام آن توجه کنید) پس اول نیست.

گزینه ۵۳: در بین گزینه‌ها برای بررسی ۳۰ باید تا $\sqrt{30} \approx 5.47$ یعنی تا ۵ را بررسی کنیم. برای ۴۰ باید تا $\sqrt{40} \approx 6.32$ یعنی تا عدد ۵ را بررسی کنیم و برای بررسی ۱۵ نیز باید تا $\sqrt{15} \approx 3.87$ یعنی تا ۳ را بررسی کنیم. اما برای بررسی اول بودن ۵۰ باید اعداد اول تا $\sqrt{50} \approx 7.07$ را بررسی کنیم که ۷ آخرین عدد اول است که بررسی می‌شود.

گزینه ۵۴: عدد ۱۴۵ را تجزیه می‌کنیم: $145 = 5 \times 29$ که یعنی ۱۴۵ با مضارب ۵ خط می‌خورد زیرا کوچک‌ترین عامل اول آن ۵ می‌باشد.

گزینه ۵۵: برای آن که عددی نسبت به $2 \times 5 = 10$ اول باشد باید بر ۲ و ۵ بخش پذیر نباشد که در بین گزینه‌ها، گزینه (۴) یعنی ۳ این ویژگی را دارد.

گزینه ۵۶: در مورد اعداد اول می‌توان گفت که نسبت به تمام اعداد کوچک‌تر از خود اول هستند، پس عددی اول است که در بین گزینه‌ها تنها ۳۷ اول است.

گزینه ۵۷: کوچک‌ترین عدد اول عدد ۲ می‌باشد، دقت کنید که یک نه اول است و نه مرکب و صفر عددی طبیعی نیست (اول یا مرکب بودن برای اعداد طبیعی می‌باشد).

گزینه ۵۸: در غربال اعداد ۱ تا ۶۰ عدد خط می‌خورند:



گزینه ۵۹: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱) $10^2 + 1 = 10404 + 1 = 10405$

۲) $10^2 + 2 = 10404 + 2 = 10406$

$10^2 + 6 = 10404 + 6 = 10410$

گزینه اول یکان ۵ دارد، پس بر ۵ بخش پذیر است و گزینه‌های (۲) و (۳) زوج هستند، پس اول نیستند.

گزینه ۶۰: عددی مرکب است، زیرا بر ۳ بخش پذیر است و ۹۸ عددی زوج است، ۹۱ نیز بر ۷ بخش پذیر است. اما ۹۷ عددی اول است و در واقع بزرگ‌ترین عدد اول دورقمی است.

گزینه ۶۱: عدد ۴۱ عددی اول است، پس بین مضارب آن تنها یک عدد اول که آن هم خود ۴۱ است وجود دارد.

گزینه ۶۲: عدد ۴۱ عددی اول است پس تنها یک مقسوم‌علیه اول دارد و آن خود ۴۱ می‌باشد.



۷۴ گزینه • ابتدا عدد ۶۱۵ را به شمارنده‌های اول تجزیه می‌کنیم:

$$615 = 3 \times 5 \times 41$$

چون در غربال ۱ تا ۱۰۰۰، بزرگ‌ترین عدد اولی که مضرب‌های آن را خط می‌زنیم، ۳۱ است، پس عدد ۶۱۵ یک بار در مضرب‌های ۳ و بار دیگر در مضرب‌های ۵ خط می‌خورد، ولی غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰۰ در مضرب‌های ۴۱ انجام نمی‌شود.

۷۵ گزینه • ابتدا عدد یک خط می‌خورد. از ۱ تا ۲۹، ۱۴

مضرب ۲ وجود دارد. با توجه به این که عدد ۲ خط نمی‌خورد، بنابراین ۱۳ تا از مضرب‌های عدد ۲ نیز خط می‌خورند. سپس مضرب‌های فرد عدد ۳ به جز خود عدد ۳ (۲۱، ۱۵، ۹ و ۳) را خط می‌زنیم.

بنابراین عدد ۲۵، نوزدهمین عددی است که در این روش خط می‌خورد.

۷۶ گزینه • عدد ۴۹ اولین مضرب ۷ است که در مرحله حذف

مضرب‌های ۷ خط می‌خورد و دو عدد بعدی در همین مرحله ۷۷ و ۹۱ هستند که ۹۱ سومین عددی است که خط می‌خورد. سایر مضرب‌های ۷ در مراحل حذف مضرب‌های ۲، ۳ و ۵ خط خورده‌اند، مانند ۲۱، ۳۵، ۵۶ و ۹۸.

۷۷ گزینه • عدد ۳۳۳ یعنی عدد گزینه (۲) که در عددها

نیست. (چون مسئله گفته کوچک‌تر از ۳۳۳) عدد ۳۳۲ مضرب ۲ است و زودتر از بقیه عددهای گزینه‌های دیگر خط می‌خورد. مربع ۵، ۷، ۱۱، ۱۳ و ۱۷ در میان عددهای مورد نظر است؛ بنابراین

آخرین عدد اولی که مضرب‌های آن خط می‌خورد، ۱۷ است.

اولین مضرب ۱۷ که خط می‌خورد: $17 \times 17 = 289$

آخرین عددی که خط می‌خورد: $17 \times 19 = 323$

۷۸ گزینه • ابتدا عدد ۳۸۰۱ با مضارب ۳، سپس عدد ۴۶۲۵

با مضارب ۵ و در نهایت عدد ۴۹۴۹ با مضارب ۷ خط می‌خورد.

در حالی که عدد ۴۱۴۱ بر هیچ‌کدام از عددهای ۲، ۳، ۵ و ۷

بخش‌پذیر نیست. اگر عدد ۴۱۴۱ را به شمارنده‌های اول تجزیه

کنیم، خواهیم داشت: $4141 = 41 \times 101$

پس عدد فوق در مضارب ۴۱ خط می‌خورد.

۷۹ گزینه • عدد ۳۵۰ مضرب ۲ است، اگر ۳۵۰ را خط بزنند،

باید دوباره به الگوریتم برگردد و بقیه اعداد مرکب را خط بزنند،

پس این عدد جواب سؤال نیست. عدد $13 \times 23 = 299$ است،

پس اگر الگوریتم تا عدد ۲۹۹ ادامه داشته باشد، هنوز عدد

$17 \times 17 = 289$ خط نخورده است. پس عدد ۲۹۹ نمی‌تواند عدد

آخر باشد. همچنین عدد ۳۴۵ اولین بار جزء مضارب عدد ۳ خط

می‌خورد، پس با خط خوردن آن، الگوریتم ادامه دارد. ولی عدد ۳۲۳

اگر آخرین عدد در نظر گرفته شود، تمامی اعداد مرکب قبل از آن

خط خورده است، چون: $17 \times 19 = 323$

۸۰ گزینه • باید بزرگ‌ترین عدد اولی را بیابیم که مربع آن از

عدد ۶۰۱ کوچک‌تر باشد.

$$29^2 = 841 > 601 \quad 23^2 = 529 < 601$$

