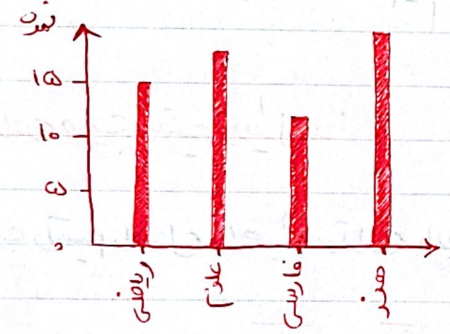


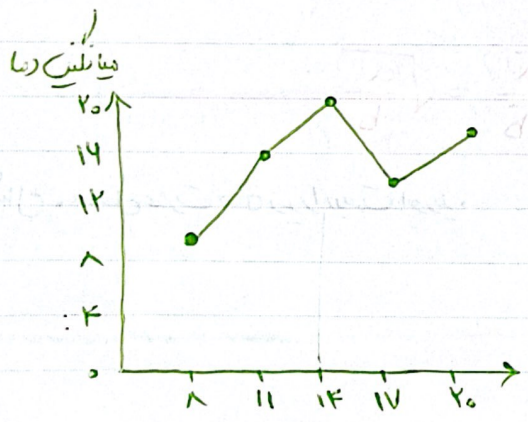
مرداد
فصل هشتم - امار و احتمال

تعریف: سوال قبل آماری که آمار علم جمع آورنده سازمان دهنی و بررسی اطلاعات عدل است و اطلاعات عدل بررسی آمده در آمار داده های آماری می گویند.
 ۱۰ میزان بررسی و مقایسه آن استاندارد داده های آماری از نمودارها استفاده می شود. با وجود انواع از این نمودارها آشنا هستید:

۱) نمودار میله ای: میزان مقایسه داده ها و تعیین بیشترین و کمترین داده مورد استفاده قرار میگیرد.



۲) نمودار خط سلسله: میزان تغییرات تغییرات میله تغییرات
 تغییرات کالاها یا وضعیت پیشرفت درسی دانش آموزان در زمانها
 ۱۵
 ۱۶
 ۱۷
 ۱۸
 ۱۹
 ۲۰
 ۲۱
 ۲۲
 ۲۳
 ۲۴
 ۲۵
 ۲۶
 ۲۷
 ۲۸
 ۲۹
 ۳۰
 ۳۱
 ۳۲
 ۳۳
 ۳۴
 ۳۵
 ۳۶
 ۳۷
 ۳۸
 ۳۹
 ۴۰
 ۴۱
 ۴۲
 ۴۳
 ۴۴
 ۴۵
 ۴۶
 ۴۷
 ۴۸
 ۴۹
 ۵۰
 ۵۱
 ۵۲
 ۵۳
 ۵۴
 ۵۵
 ۵۶
 ۵۷
 ۵۸
 ۵۹
 ۶۰
 ۶۱
 ۶۲
 ۶۳
 ۶۴
 ۶۵
 ۶۶
 ۶۷
 ۶۸
 ۶۹
 ۷۰
 ۷۱
 ۷۲
 ۷۳
 ۷۴
 ۷۵
 ۷۶
 ۷۷
 ۷۸
 ۷۹
 ۸۰
 ۸۱
 ۸۲
 ۸۳
 ۸۴
 ۸۵
 ۸۶
 ۸۷
 ۸۸
 ۸۹
 ۹۰
 ۹۱
 ۹۲
 ۹۳
 ۹۴
 ۹۵
 ۹۶
 ۹۷
 ۹۸
 ۹۹
 ۱۰۰

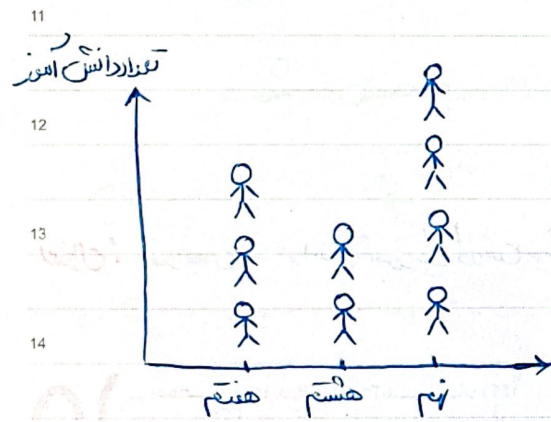


مرداد

۳) نمودار دایره ای : میزان نشان دادن مقدار داده ها نسبت به کل مورد استفاده قرار میگیرد و بپذیرد جدول اطلاعات
علاوه بر نمودار دایره ای را بصورت در صد بیان می کنند.



۴) نمودار نقیصه ای : میزان مقایسه بین تقریبی عودها در بزرگ
مانند جنتیت یا تولیدات کشاورزی که مقدار دقیق عودها را
نیاز ندارد.



(هر دانش نشان دهنده ۲۵ دانش آموز است)

تعداد دسته : تعداد دسته را اکثر صورت سؤال به ما میدهد

دسته بندی داده ها : اگر تعداد داده ها در یک موضوع آمار زیاد باشد ، بران نسبت به یک ریزه ریزه و کلیه
داده ها ، آن ها را دسته بندی می کنند . برای تسهیل جدول مراحل زیر را طی کنید :

دامنه تقییرات : اختلاف بیشترین داده و کمترین داده را دامنه تقییرات می گویند .

فراوانی : تعداد داده ها در هر دسته را فراوانی آن دسته می گویند که بران نشان آن ها از جدول استفاده می کنیم .

مجموع فراوانی : مجموع فراوانی هر دامنه تقییرات بر تعداد دسته ها بدست می آید .

نکته : تعداد دسته را یا جودها تقییرات می کنیم یا بصورت سؤال مشخص می کنند .

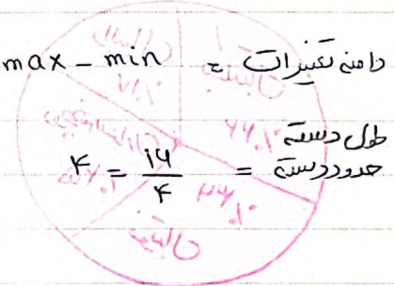
مثال . میراث درسی را چنانچه دانش آموز بصورت زیر است جدول آماری مربوط به آن را رسم کنید (۴ دسته)

مرداد

۷,۵، ۱۱,۵، ۱۵,۵، ۱۹,۵، ۳,۵، ۷,۵، ۱۱,۵، ۱۵,۵، ۱۹,۵، ۱۴,۵، ۱۲,۵، ۱۰,۵، ۸,۵، ۶,۵، ۴,۵، ۲,۵، ۱,۵، ۰,۵، ۰,۵، ۱,۵، ۲,۵، ۳,۵، ۴,۵، ۵,۵، ۶,۵، ۷,۵، ۸,۵، ۹,۵، ۱۰,۵، ۱۱,۵، ۱۲,۵، ۱۳,۵، ۱۴,۵، ۱۵,۵

دامنه تغییرات: $\max - \min$

$19,5 - 3,5 = 16$



حدود دسته ها	فراوانی	جواب خط
$3,5 \leq x < 7,5$	۳	///
$7,5 \leq x < 11,5$	۷	####
$11,5 \leq x < 15,5$	۴	####
$15,5 \leq x \leq 19,5$	۴	####

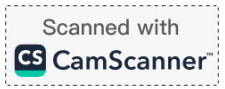
سوال: نمره های ۲۵ دانش آموزی به واسطه به شرط زیر آزمون با استفاده از دست داده ها را رسم کنید.

۱۷,۵، ۱۵,۵، ۱۴,۵، ۱۳,۵، ۱۲,۵، ۱۱,۵، ۱۰,۵، ۹,۵، ۸,۵، ۷,۵، ۶,۵، ۵,۵، ۴,۵، ۳,۵، ۲,۵، ۱,۵، ۰,۵، ۰,۵، ۱,۵، ۲,۵، ۳,۵، ۴,۵، ۵,۵، ۶,۵، ۷,۵، ۸,۵، ۹,۵، ۱۰,۵، ۱۱,۵، ۱۲,۵، ۱۳,۵، ۱۴,۵، ۱۵,۵، ۱۶,۵، ۱۷,۵، ۱۸,۵، ۱۹,۵، ۲۰,۵، ۲۱,۵، ۲۲,۵، ۲۳,۵، ۲۴,۵، ۲۵,۵

دامنه تغییرات = $\max - \min = 20 - 5 = 15$

عدد دسته = $\frac{15}{5} = 3$

دامنه تغییرات = $\frac{\text{عدد دسته}}{\text{تعداد داده ها}}$



مرداد

حورد دسته ها	فراوانی	چوب خط
۸ < x < ۱۱	۲	//
۱۱ < x < ۱۴	۳	///
۱۴ < x < ۱۷	۵	#####
۱۷ < x < ۲۰	۴	#### 1
	۹	#####

میانگین داده ها

تعریف: از تقسیم مجموع داده های آماری بر تعداد آن ها، میانگین (معدل) داده ها حاصل می شود.

$$\bar{x} = \frac{S}{n}$$

مجموع داده ها (S) →
تعداد داده ها (n) →
میانگین (x̄) ←

نکته: مثلاً فرض کنید شما مفصل چهار کتاب درسی و عملاً نجات لغت سرک توسط خانم ماضی میرزید را مطالعه کنید از رابطه

بالا دو رابطه را حل کنید به دست می آید:

$$S = n \times \bar{x} \quad \text{یا} \quad n = \frac{S}{\bar{x}}$$

مثال. میانگین اعداد زیر را بیست آورید.

۱۴، ۱۳، ۱۵، ۱۴، ۱۸، ۱۵، ۱۱، ۲۰

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{14 + 13 + 15 + 14 + 18 + 15 + 11 + 20}{4} = \frac{94}{4} = 23.5$$

مرداد

مثال ۸: برای اضافه کردن نمرات در هر دو گروه، باید ابتدا مجموع نمرات هر دو گروه را به دست آوریم، سپس

مجموع میانگین جدید را حساب کنیم.

مثال ۹: میانگین نمره های دانش آموزان یک کلاس ۷۰٪ تقریباً ۱۷۱٫۵ می باشد، اگر نمره های دو نفر از دانش آموزان را

۸ و ۷۵ نمره از کنار بگذاریم، میانگین جدید را بدست آورید. $S = 350$ $\rightarrow S = \frac{S}{n} \Rightarrow 171.5 = \frac{S}{70}$ $\Rightarrow \bar{x} = \frac{S}{n}$
 برای مجموع نمرات ۷۰ دانش آموز

$$334.5 = 350 - (8 + 75) = \text{مجموع نمرات ۱۸ دانش آموز}$$

$$\bar{x} = \frac{334.5}{18} \approx 18.58$$

مثال ۱۴: اگر هر دو گروه را با یک عدد بیت (صفت یا مقدر) جمع کنیم، میانگین هر دو آن عدد ثابت جمع منسوخ و اگر

هر دو گروه را در یک مقدر ثابت ضرب کنیم یا بر یک مقدر ثابت تقسیم کنیم، میانگین هر دو آن مقدر ثابت ضرب یا بر آن

تقسیم منسوخ.

مثال ۱۷: اگر میانگین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ... برابر \bar{x} باشد، میانگین اعداد ۳، ۴، ۵، ۶، ... ۱۵۰ چقدر است؟

$$\bar{x} = \frac{150}{50} = 3 \quad \bar{x} = \frac{150}{50}$$

مرداد

میانگین میانگین با جدول

اگر تعداد داده ها زیاد باشد ، بار دست برداری داده ها و سلسله جدول ، میانگین را به روش زیر می توانیم محاسبه کنیم :
مرکز درسته از جمع اعداد و تقسیم بر ۲ بدست می آید .

$$\text{مجموع (فراوانی} \times \text{مرکز درسته)} = \text{میانگین (با جدول)} \times \text{مجموع فراوانی ها}$$

وقت کمتری با این روش میانگین بصورت تقریبی بدست می آید .

مثال . قد ۲۰ دانش آموز بر حسب سانتی متر اندازه گیری شد است و بصورت زیر است و جدول آماری و سپس میانگین آن

را بدست آورید .
۱۵۲ ، ۱۵۱ ، ۱۴۹ ، ۱۵۳ ، ۱۴۸ ، ۱۴۰ ، ۱۴۳ ، ۱۴۱ ، ۱۵۲ ، ۱۴۲ ، ۱۵۸ ، ۱۴۷ ، ۱۵۷ ، ۱۴۸ ، ۱۴۹ ، ۱۵۰ ، ۱۴۱ ، ۱۴۵ ، ۱۵۴ ، ۱۴۲ ، ۱۵۸ (۴ درسته)

$$\text{میانگین} = \frac{\sum (A_i) \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2990}{20} = 149.5$$

حدود درسته ها	* مرکز درسته	خط نشانی	فراوانی	* مرکز درسته x فراوانی
$140 \leq x < 145$	۱۴۲٫۵	###	۵	$142.5 \times 5 = 712.5$
$145 \leq x < 150$	۱۴۷٫۵	###	۴	$147.5 \times 4 = 590$
$150 \leq x < 155$	۱۵۲٫۵	###	۵	$152.5 \times 5 = 762.5$
$155 \leq x < 160$	۱۵۷٫۵	////	۴	$157.5 \times 4 = 630$
	* مجموع		* ۲۰	* ۲۹۹۰

مرداد

احتمال یا اندازه گیری شانس

تعریف شانس: آن چه قرار است اتفاق بیفتد یا نیست باید را نسبت مدعی گوئیم. برای مثال در تئوری آب و هوا، ابری

بودن یا آفتابی بودن یک شانس است. در روایات تاس و پسته ها که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ را داریم.

تعریف احتمال: در ریاضی، احتمال اتفاق افتادن یک شانس یا اتفاق برابری است با نسبت حالت های مطلوب به تعداد

کل حالت های ممکن و اگر احتمال رخ دادن چند شانس را مسأله بپوشد، آن ها را **شماسنت** می نامیم.

نکته: احتمال رخ دادن شانس A را با $P(A)$ و تعداد حالت های مطلوب شانس A را با $n(A)$ و تعداد کل حالت های $n(S)$

نمایش می دهیم و احتمال را اینگونه فرمول بندی می کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

مثال. وقتی تاسی را سه بار اندازیم احتمال اینکه زوج بیاید چقدر است؟

زوج
{ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ }

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

نکته: از آن جایی که احتمال رخ دادن هر یک از روایات برابر است با $\frac{1}{2}$ و کوچکترین حالت آن ۱ است. یعنی اگر $P(A) = 1$

یعنی شانس قطعی و اگر $P(A) = 0$ ، آن شانس غیر ممکن می گویند. مثال { بجای چهار تا پستان بیاید } وجود یک عدد طبیعی بین ۷ و ۸

مرداد

نکته: در هر مسئله احتمال، مجموع همه احتمال‌ها (هم مطلوب هم غیرمطلوب) همواره برابر است با ۱.

8

مثلاً. احتمال اینکه در پرتاب یک تاس عدد ۳ ظاهر نشود چقدر است؟

(۳)

مجموع احتمال‌ها

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\frac{3}{4} \leftarrow \text{احتمال آمدن ۳} \quad \frac{1}{4} \leftarrow \text{احتمال نیامدن ۳}$$

9

10

بررسی حالت‌های ممکن

11

برای ۳ تاس در احتمال هر اتفاق باید تمام حالت‌هایی که اتفاق می‌افتد را بنویسیم. مثلاً $A = 3$

12

(۱) در پرتاب یک تاس، تمام حالت‌ها برابر است با $n(S) = 4$ $\{1, 2, 3, 4\}$

13

و همچنین در پرتاب دو تاس $n(S) = 4 \times 4 = 34$ $\{(1,1), (1,2), \dots, (1,4)\}$

14

$\{(2,1), (2,2), \dots, (2,4)\}$ $n(S) = 4^2$

15

$\{(3,1), \dots, (3,4)\}$ $\{(4,1), \dots, (4,4)\}$ $n(S) = 4^3 = 214$ و در پرتاب ۳ تاس

16

(۲) در پرتاب یک سکه، تمام حالت‌ها برابر است با $n(S) = 2$ $\{\text{سخت}, \text{رو}\}$

17

و پرتاب دو سکه $n(S) = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ $\{(ر,ر), (ر,س), (س,ر), (س,س)\}$

انوار بازگشت ازادگان به همین اسلایس (۱۳۸۹ هجری)

مرداد

$n(S) = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

درتایب سه سکه

(۳) تعداد فرزندان یک خانواده اگر خانواده یک فرزند داشته باشد

$n(S) = 2$ {پ، د}

اگر ۲ فرزند داشته باشد $n(S) = 2^2 = 4$ { (پ، پ)، (پ، د)، (د، پ)، (د، د) }

اگر ۳ فرزند داشته باشد $n(S) = 2^3 = 8$ { (پ، پ، پ)، (پ، پ، د)، (پ، د، پ)، (پ، د، د)، (د، پ، پ)، (د، پ، د)، (د، د، پ)، (د، د، د) }

مثال . درتایب ۲ سکه . احتمال اینکه هر دو رو بیاید چقدر است ؟

تمام حالات تریاب = { (ر، ر)، (ر، پ)، (پ، ر)، (پ، پ) }

حالت مطلوب = { (ر، ر) } $P(A) = \frac{1}{4}$

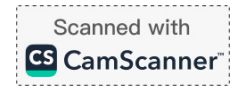
الف) احتمال اینکه دست کم یک سکه رو بیاید چقدر است ؟
حاصل $P = \frac{3}{4}$

جدولک : یعنی کم بعرض به دون رو بیاید یا به دون رو بیاید دون رو بیاید

حالت مطلوب = { (ر، ر)، (ر، پ)، (پ، ر) }

$P(A) = \frac{3}{4}$

کودنای آمریکا برای بازگرداندن شاه (۱۳۳۳ هـ ش)



مرداد

سؤال . دو تاس را پرتاب می کنیم . الف) احتمال اینکه هر دو مقرب ۳ بیاید چقدر است ؟ ب) احتمال اینکه اعداد رو شده کمتر از ۵ باشد چقدر است ؟

طرح حالات (الف) $4 \times 4 = 16$ $n(S) = 16$

حالت مطلوب $= \{(3,3), (3,4), (4,3), (4,4)\}$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

ب) حالت مطلوب $= \{(1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (1,4), (4,1)\}$ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

سؤال . سه تاس را پرتاب می کنیم . الف) احتمال قرفه زدن آن $\frac{3}{5}$ باشد چقدر است ؟ ب) احتمال قرفه زدن آن $\frac{2}{5}$ باشد چقدر است ؟

گروه قرفه زدن سه تاس وجود دارد ؟

$\frac{2}{5} = \frac{9x}{10}$ $9x = 4$ $x = \frac{4}{9}$

سؤال . در پرتاب یک تاس و یک سکه احتمال اینکه سکه «سخت» و تاس عدد اول بیاید کدام است ؟

تعداد طرح حالاتها $= n(S) = 2 \times 4 = 8$

تیر تاس \rightarrow سکه پرتاب سکه

$P(A) = \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

تعداد حالات مطلوب $= n(A) = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$

طرح حالات ممکن $= \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6)\}$

والت حضرت خدیجه (س) (۲ سال قبل از هجرت) - روز بزرگداشت علامه مجلسی - روز جهانی مسجد

ب) اتفاقی که احتمال آن صفر باشد.

ب) اتفاقی که احتمال آن یک باشد.

ت) اتفاقی که احتمال آن بیش‌تر از $\frac{1}{3}$ باشد.

۵) ۱۸ کارت هم‌اندازه و هم‌شکل داریم و روی آن‌ها اعداد ۲۱ تا ۳۸ را نوشته‌ایم. کارت‌ها را به پشت، روی میز قرار می‌دهیم و به‌طور تصادفی یک کارت از میانشان برمی‌داریم.

الف) احتمال آن که عدد روی کارت شماره‌دهی ۳۵ باشد چقدر است؟

ب) احتمال آن که عدد روی کارت مضرب ۵ باشد چقدر است؟

ب) چند حالت هم‌شانس وجود دارد؟

۶) درون کیسه‌ای ۷ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی سبز وجود دارد. مهره‌ای به تصادف بیرون می‌آوریم. چند حالت هم‌شانس وجود دارد؟

۷) چهار سکه را هم‌زمان می‌اندازیم:

الف) چقدر احتمال دارد که هر ۴ سکه پشت بیاید؟

ب) سه سکه پشت و یک سکه رو بیاید؟

ب) دو سکه رو و دو سکه پشت بیاید؟