



## درس اول : عدد اول

### شمارنده های یک عدد (مقسوم علیه ها)

برای درک بهتر مفهوم شمارنده عدد ۱۰ را در نظر بگیرید.

این عدد را می توان دوتا دوتا شمرد یعنی:  $10 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$  پس ۲ شمارنده ی عدد ۱۰ است (یا به عبارت دیگر ۱۰ بر ۲ بخش پذیر است).



عدد ۱۰ را مانند نمونه می توان به دسته های ۵ تایی تقسیم کرد: پس ۵ شمارنده ی دیگر عدد ۱۰ است.

باقی مانده ی تقسیم عدد ۱۰ بر ۳ صفر نیست پس ۳ شمارنده ی ۱۰ نیست.

به اعدادی که عدد  $a$  به آن ها بخشپذیر باشد ( یعنی باقی مانده تقسیم  $a$  بر آن ها صفر شود ) شمارنده ی عدد  $a$  می گوئیم

**نکته:** هر عدد طبیعی بر خودش و یک خود عدد شمارنده های آن عدد محسوب می شود.

به کمک دسته بندی یا تقسیم شمارنده های یک عدد را می توان به دست آورد.

مثال: برای عدد ۱۰ همه ی تقسیم هایی که باقی مانده ی آن ها صفر است را یادداشت می کنیم:

$$10 \div 1 = 10 \quad 10 \div 2 = 5 \quad 10 \div 5 = 2 \quad 10 \div 10 = 1$$

پس شمارنده های عدد ۱۰ عبارتند از: ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰

مثال : شمارنده های اعداد زیر را بنویسید :

۱، ۳ : شمارنده های عدد ۳ ( زیرا ۳ بر یک و بر ۳ بخشپذیر است )

۱، ۲، ۴، ۸ : شمارنده های عدد ۸ ( زیرا ۸ بر یک و ۲ و ۴ و ۸ بخشپذیر است )

۱، ۲، ۳، ۶ : شمارنده های عدد ۶

۱، ۳، ۹ : شمارنده های عدد ۹

**مثال :** عدد ۲، شمارنده ۴ است. عدد ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

**پاسخ :** بله زیرا ۱۲ هم بر ۴ بخشپذیر است و هم بر ۲ بخشپذیر است. یا ۱۲ را می توانیم ۲ تا ۲ تا بشماریم.

پس به طور کلی اگر عدد  $a$  شمارنده ی  $b$  و عدد  $b$  شمارنده ی  $c$  باشد عدد  $a$  حتما شمارنده ی  $c$  است.

### اعداد اول:

هر عدد طبیعی که فقط دو شمارنده (خودش و یک) داشته باشد عددی اول است.

**مثال :** اعداد ۲، ۳، ۵ هر کدام عددی اول است. چرا؟

**پاسخ :** زیرا هر کدام فقط دو شمارنده دارند. (یک و خود عدد)

۵، ۱ : شمارنده  
۱، ۳ : شمارنده  
۲، ۱ : شمارنده

**نکته :** تنها عدد زوج که اول هست عدد ۲ است **نکته :** عدد یک اول نیست.



**نکته:** به غیر از ۲ تمام اعداد اول فرد هستند.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ... و اعداد اول یک رقمی = ۲, ۳, ۵, ۷

**نکته:** بی شمار عدد اول وجود دارد.

بیشتر بدانیم

عدد مرکب: هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عددی مرکب است. (یعنی به غیر از خودش و یک، شمارنده ی دیگری داشته باشد.)

مثال: اعداد ۱۵ و ۹ مرکبند.

۹, ۳, ۱: شمارنده های عدد ۹

زیرا ۹ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

۱۵, ۳, ۵, ۱: شمارنده های عدد ۱۵

زیرا ۱۵ بیشتر از ۲ شمارنده دارد.

**نکته:** هر عدد طبیعی بر ۱ بخش پذیر است پس عدد ۱ کوچکترین شمارنده ی همه ی اعداد طبیعی است.

**نکته:** بزرگترین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

**نکته:** همه ی شمارنده های هر عدد کوچکتر یا مساوی آن عدد هستند.

**نکته:** هر عدد بزرگتر از یک حداقل ۲ شمارنده دارد.

**نکته:** مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی زوج است.

**نکته:** مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه زوج است.

**نکته:** مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی فرد است.

**مثال:** آیا حاصلضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

**پاسخ:** خیر، حاصل بر هر دو عدد اول بخش پذیر است پس بیش از دو شمارنده دارد. مانند  $۱۵ = ۳ \times ۵$

۳ و ۵ اعداد اولند ولی حاصلضربشان ۱۵ عددی اول نیست.

**مثال:** سه عدد بنویسید که ۷ شمارنده ی آن ها باشد؟

**پاسخ:** یعنی اعدادی که بر ۷ بخش پذیرند. ... ۲۱, ۱۴, ۷

**مثال:** مجموع اولین و ششمین عدد اول چند است؟

**پاسخ:** ... ۱۷, ۱۳, ۱۱, ۷, ۵, ۳, ۲: اعداد اول

اولین ششمین

$$۱۳ + ۲ = ۱۵$$

**مثال:** تفاضل (اختلاف) سومین عدد اول و یک چند است؟

۲, ۳, ۵, ۷, ...: اعداد اول

$$۵ - ۱ = ۴$$

سومین

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را پاسخ دهید.

**سوال ۱:** تمام شمارنده های عددهای مقابل را بنویسید. ۲۵, ۳۳, ۴۶

**سوال ۲:** تفاضل (اختلاف) نهمین و دومین عدد اول چند است؟

دانش آموزان عزیز با مرور مطالب بالا برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۵۸ را نیز حل کنید.

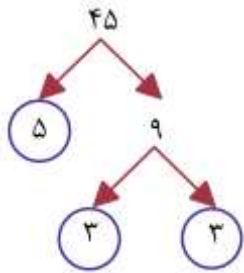


## درس دوم: شمارنده ی اول

از بین شمارنده های هر عدد، آن شمارنده ای که عددی اول است را شمارنده ی اول آن عدد می نامیم.  
**مثال:** شمارنده های اول عدد ۱۲ را بنویسید.

**پاسخ:** ۲ و ۳ شمارنده های اول ۱۲ هستند  $\rightarrow ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲$  شمارنده

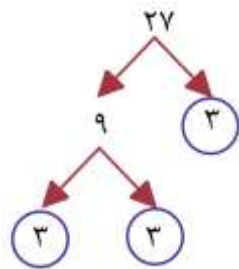
**نکته:** برای تعیین شمارنده های اول یک عدد از نمودار درختی نیز می توان استفاده کرد (تجزیه) که برای آن عدد طبیعی ضربی بزرگتر از یک می نویسیم این روش را ادامه می دهیم تا برای عدد ضربی غیر از یک نتوان نوشت.



**مثال:** شمارنده های اول عدد ۴۵ را به روش نمودار درختی بنویسید.

**پاسخ:**

بنابراین تجزیه ی عدد ۴۵ به حاصل ضرب اعداد اول به صورت:  $۴۵ = ۳ \times ۳ \times ۵$  است.



**مثال:** شمارنده های اول عدد ۲۷ را به روش تجزیه بنویسید.

**پاسخ:**

بنابراین  $۲۷ = ۳ \times ۳ \times ۳$  پس تنها شمارنده ی اول ۲۷، عدد ۳ است.

**نکته:** با حاصلضرب شمارنده های اول یک عدد می توان شمارنده های دیگر آن عدد را به دست آورد.

**سوال:** با توجه به تجزیه ی عدد ۱۲ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۱۲ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۳

$$۴ = ۲ \times ۲, \quad ۶ = ۲ \times ۳$$

$$\leftarrow ۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

شمارنده های عدد ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

**سوال:** با توجه به تجزیه ی عدد ۷۰ به عوامل اول، همه ی شمارنده های ۷۰ را بنویسید.

هیچ شمارنده اولی ندارد: ۱

۲, ۵, ۷

$$۳۵ = ۵ \times ۷, \quad ۱۰ = ۲ \times ۵, \quad ۱۴ = ۲ \times ۷$$

$$\leftarrow ۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

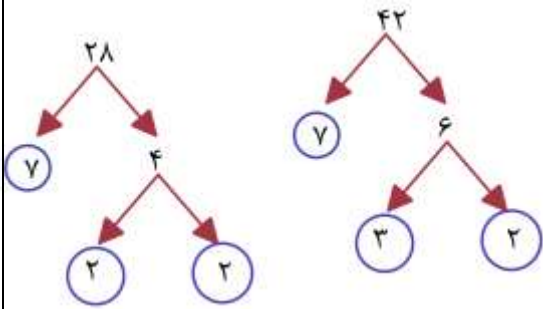
$$۷۰ = ۲ \times ۵ \times ۷$$

شمارنده های عدد ۷۰: ۱, ۲, ۵, ۷, ۱۰, ۱۴, ۳۵, ۷۰

**نکته :** با تجزیه کردن عددهای صورت و مخرج کسر می توان کسرها را ساده تر کرد.

$$\frac{28}{42}$$

**مثال :** کسر مقابل را ساده کنید.



**پاسخ :** با توجه به نمودار درختی :  $28 = 2 \times 2 \times 7$        $42 = 2 \times 3 \times 7$

$$\frac{28}{42} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

بنابراین :

**نکته :** تمام عددهای طبیعی بزرگتر از یک شمارنده ی اول دارند.

**مثال :** عدد ۱۸ به شکل مقابل به ضرب اعداد اول تجزیه شده است :  $18 = 2 \times 3 \times 3$

الف . شمارنده های اول ۱۸ را بنویسید.

**پاسخ :** ۲ , ۳

ب . یک شمارنده ۱۸ را بنویسید که عدد اول نباشد.

**پاسخ :** اعداد ۱ و ۶ و ۹ و ۱۸ شمارنده های غیر اول ۱۸ هستند.

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را با دقت پاسخ دهید.

**سوال ۳ :** با نمودار درختی شمارنده های اول اعداد زیر را بنویسید.

۵۴ , ۱۶۰ , ۳۶



**سوال ۴ :** عدد ۲۴ پس از تجزیه به شکل مقابل در آمده است :

$$24 = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

الف . شمارنده های اول ۲۴ را بنویسید.

ب . ۲ شمارنده ۲۴ را بنویسید که اول نباشند.

**سوال ۵ :** تمام شمارنده های عدد ۶۳ را بنویسید :

$$63 = 7 \times 3 \times 3$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۱ را نیز حل کنید.



## درس سوم : بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد

بزرگترین شمارنده ی مشترک بین دو عدد را بزرگترین مقسوم علیه مشترک یا به طور مختصر (ب م م) دو عدد می گوئیم. ب م م دو عدد  $a$  و  $b$  را با  $(a, b)$  نمایش می دهیم. برای به دست آوردن (ب م م) دو عدد دو روش ارائه می دهیم.

### روش اول :

مرحله ی اول. همه ی شمارنده های دو عدد را می نویسیم.  
مرحله ی دوم. شمارنده های مشترک را مشخص می کنیم.  
مرحله ی سوم. بزرگترین شمارنده ی مشترک را مشخص می کنیم که همان (ب م م) دو عدد است.

**مثال:** ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را بدست آورید.

**پاسخ:**

$$(12, 18) = ?$$

شمارنده های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲



$$\{1, 2, 3, 6\} \Rightarrow \text{ب م م} = 6$$

شمارنده های ۱۸: ۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸

شمارنده های مشترک

$$(12, 18) = 6$$

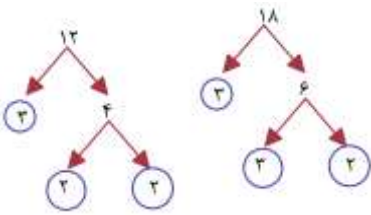
روش دوم : با استفاده از تجزیه اعداد به شمارنده های اول، ب م م مشخص می شود:

مرحله ی اول : با نمودار درختی اعداد را تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.

مرحله ی دوم : حاصلضرب شمارنده های اول را برای هر عدد می نویسیم.

مرحله ی سوم : اعداد مشترک هر دو عدد را انتخاب و درهم ضرب می کنیم.

**مثال:** ب م م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به روش تجزیه به دست آورید.  $(12, 18) = ?$



$$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 2 \times 3 = 6 \Rightarrow (12, 18) = 6$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$



$$(10, 1) = 1$$

**نکته:** ب م م هر عدد با یک برابر است با یک. مثال :

$$(6, 6) = 6$$

**نکته:** ب م م هر عدد با خودش همان عدد می شود. مثال :

$$(3, 5) = 1$$

**نکته:** ب م م دو عدد اول متفاوت عدد ۱ است. مثال :

$$(17, 18) = 1$$

**نکته:** ب م م دو عدد طبیعی متوالی عدد ۱ است. مثال :

$$(6, 3) = 3$$

**نکته:** اگر عدد  $a$  بر عدد  $b$  بخشپذیر باشد ب م م آن ها عدد  $b$  است. مثال:

(زیرا عدد ۳ شمارنده ی ۶ است و بزرگترین شمارنده ی خودش پس ب م م دو عدد ۶ و ۳ عدد ۳ است.)

**نکته:** برای ساده کردن کسرهای از م م استفاده می کنیم.

مثال: کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\left. \begin{array}{l} \text{شمارنده های عدد } 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20 \\ \text{شمارنده های عدد } 25: 1, 5, 25 \end{array} \right\} \Rightarrow (20, 25) = 5 \Rightarrow \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{شمارنده های عدد } 27: 1, 3, 9, 27 \\ \text{شمارنده های عدد } 63: 1, 3, 7, 9, 21, 63 \end{array} \right\} \Rightarrow (27, 63) = 9 \Rightarrow \frac{27 \div 9}{63 \div 9} = \frac{3}{7}$$

**سؤال:** دو ظرف به گنجایش ۴۵ و ۳۰ لیتر داریم. می خواهیم با پیمانه هایی به گنجایش ۱ و ۲ و ۳ و ... لیتر آن ها را پر کنیم. با چه پیمانه هایی می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم؟  
با چه پیمانه ای زودتر پر می شود؟ (بزرگترین پیمانه را مشخص کنید).

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{شمارنده های عدد } 45: 1, 3, 5, 9, 15, 45 \\ \text{شمارنده های عدد } 30: 1, 2, 3, 5, 6, 15, 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{1, 3, 5, 15}_{\text{پیمانه های مشترک}} \Rightarrow \text{بزرگترین پیمانه ی مشترک}$$

با پیمانه های ۱، ۳، ۵، ۱۵ لیتری می توانیم دو ظرف را کامل پر کنیم.  
و با پیمانه ی ۱۵ لیتری ظرف ها سریعتر پر می شوند.

$$(45, 30) = 15$$

**مثال:** ب م م اعداد زیر را به صورت ذهنی به دست آورید.

(الف)  $(10, 30)$  (ب)  $(10, 11)$  (ج)  $(1, 73)$  (د)  $(13, 17)$

پاسخ:

(الف) عدد ۳۰ بر ۱۰ بخش پذیر است پس  $(10, 30) = 10$

(ب) دو عدد ۱۰ و ۱۱ متوالی هستند پس ب م م آن ها ۱ است.  $(10, 11) = 1$

(ج) ب م م هر عدد طبیعی و ۱ همان ۱ است.  $(1, 73) = 1$

(د) دو عدد ۱۳ و ۱۷ عدد اول هستند پس ب م م آن ها ۱ است.  $(13, 17) = 1$

**مثال:** با توجه به تجزیه ی دو عدد A و B به سوالات زیر پاسخ دهید:  $A = 2 \times 2 \times 3 \times 11$   $B = 2 \times 5 \times 5 \times 11 \times 11$

(الف) یک شمارنده ی اول مشترک هر دو عدد را بنویسید.

(ب) دو شمارنده ی غیر اول عدد B را بنویسید.

(ج) ب م م دو عدد A و B را محاسبه کنید.

پاسخ: (الف) اعداد ۲ و ۱۱ شمارنده های اول مشترک هر دو عدد هستند.

(ب) با ضرب کردن اعداد اول عدد B شمارنده های غیر اول به دست می آید:  $2 \times 5 = 10$  و  $5 \times 11 = 55$

ج) با ضرب کردن اعداد مشترک در تجزیه ی دو عدد A و B داریم:  $(A, B) = 2 \times 11 = 22$

**مثال:** حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

الف)  $(5, 11, 7)$  :

ب)  $(42, 28, 21)$  :

**پاسخ:**

الف) اعداد داده شده همگی اول هستند پس تنها شمارنده ی مشترکشان عدد ۱ است بنابراین:  $(5, 11, 7) = 1$

ب) ابتدا هر سه عدد را تجزیه می کنیم و عدد یا اعدادی که در هر سه مشترک است را انتخاب می کنیم:

$$42 = 2 \times 3 \times 7 \quad 28 = 2 \times 2 \times 7 \quad 21 = 3 \times 7$$

تنها عدد مشترک در تجزیه ۷ است پس:  $(42, 28, 21) = 7$

با توجه به نکات و مثال های حل شده سوالات زیر را حل کنید.

**سؤال:** مستطیلی به ابعاد ۲۴ و ۱۸ سانتی متر داریم.

الف) اگر با کاشی های مربعی سطح این مستطیل را پر کنیم، ضلع این کاشی های مربعی چه اعدادی می تواند باشد؟

ب) ضلع بزرگترین کاشی چند است؟ راه حل را بنویسید.

**سؤال:** کسرهای زیر را با تجزیه صورت و مخرج (استفاده از ب م م) ساده کنید.

$$\frac{36}{28} =$$

$$\frac{42}{56} =$$

**سؤال:** به کمک نمودار درختی اعداد زیر ۷۲ و ۱۴۴ تجزیه کنید و ب م م آن ها را محاسبه کنید.

$$(144, 72) = \dots\dots\dots$$

**سؤال:** حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(40, 30) =$$

$$(55, 56) =$$

$$(21, 35) =$$

$$(6, 54) =$$

$$(15, 1) =$$

$$(3, 2, 7) =$$

دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۳ را نیز حل کنید.



## درس چهارم : کوچکترین مضرب مشترک دو عدد

مضرب های طبیعی اعداد : از ضرب یک عدد در اعداد طبیعی، مضارب طبیعی آن عدد بدست می آیند.  
مضارب طبیعی یک عدد را به اختصار مضارب آن عدد می نامیم.

مثال:

$$5 \text{ مضارب} = 5 \times 1, 5 \times 2, 5 \times 3, 5 \times 4, \dots$$

$$5, 10, 15, 20, \dots$$

$$8 \text{ مضارب} = 8 \times 1, 8 \times 2, 8 \times 3, 8 \times 4, \dots$$

$$8, 16, 24, 32, \dots$$

**نکته :** هر عدد اولین مضرب طبیعی خودش است.

نکته: تنها مضرب اول هر عدد اول خودش است.

**نکته :** علامت ... در نوشتن مضارب عدد به معنای این است که این اعداد با همین الگو ادامه پیدا می کنند و پایان ندارند.

**مثال :** الف. اولین مضرب ۱۲ چند است؟ ۱۲

ب. پنجمین مضرب ۱۲ چند است؟  $12 \times 5 = 60$

پ. ۳۶ چندمین مضرب ۱۲ است؟

پاسخ : ۳۶ سومین مضرب ۱۲ است.  $36 \div 12 = 3$

### کوچکترین مضرب مشترک دو عدد :

از میان مضارب طبیعی دو عدد، اولین مضربی که مشترک باشد، کوچکترین مضرب مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  است که به طور مختصر به آن  $K$  م م دو عدد گفته می شود و به صورت  $[a, b]$  نوشته می شود.  
دو روش برای بدست آوردن  $K$  م م دو عدد ارائه می شود :

روش اول :

۱. مضارب دو عدد را می نویسیم.

۲. مضرب های مشترک را مشخص می کنیم.

۳. اولین مضرب مشترک دو عدد  $K$  م م دو عدد است.

**مثال :** با نوشتن مضرب های دو عدد،  $K$  م م ۶ و ۸ را بدست آورید.

$$[6, 8] = ?$$

پاسخ :

۶ مضارب = ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ۳۶, ۴۲, ۴۸, ... } مضارب مشترک

$$24, 48, \dots \Rightarrow K \text{ م م} = 24 \Rightarrow [6, 8] = 24$$

۸ مضارب = ۸, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ۴۰, ۴۸, ...





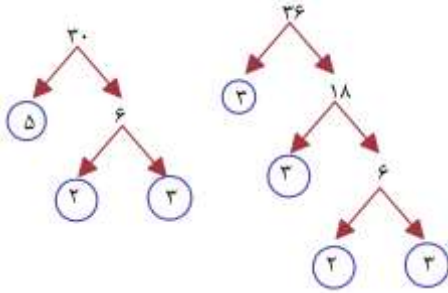
روش دوم: بدست آوردن ک م م دو عدد به روش (تجزیه به شمارنده های اول)

۱. دو عدد را به روش درختی تجزیه می کنیم تا به اعداد اول ختم شوند.
۲. دو عدد را به حاصلضرب شمارنده های اول می نویسیم.
۳. برای محاسبه ک م م قسمت مشترک در تجزیه ی هر دو عدد را در اعداد غیر مشترک در تجزیه ضرب می کنیم.

برای درک بهتر این روش به مثال های زیر توجه کنید.

مثال: ک م م دو عدد ۳۰ و ۳۶ را به دست آورید.

ابتدا به کمک نمودار درختی دو عدد را تجزیه و به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم:



$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

قسمت  $2 \times 3$  در هر دو مشترک و اعداد ۲ و ۲ و ۳ و ۵ غیرمشترک هستند.

برای محاسبه ی ک م م این دو قسمت را در هم ضرب می کنیم

پس:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$36 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$[30, 36] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

$$[18, 12] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۱۸ و ۱۲ را بدست آورید.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18, 12] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

$$[20, 24] = ?$$

مثال: ک م م دو عدد ۲۰ و ۲۴ را بدست آورید.

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$[20, 24] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$[4, 1] = 4$$

**نکته:** ک م م هر عدد با یک برابر خود عدد است. مثال:

$$[5, 7] = 35$$

**نکته:** ک م م دو عدد اول متفاوت برابر حاصلضرب آنهاست. مثال:

$$[17, 17] = 17$$

**نکته:** ک م م هر عدد با خودش همان عدد می شود.

**نکته:** اگر  $a$  شمارنده  $b$  باشد ک م م دو عدد  $b$  است. برای درک بهتر به مثال زیر توجه کنید.

**مثال:** ۳ شمارنده  $6$  است پس:  $[3, 6] = 6$

**نکته:** مهمترین کاربرد (ک م م) در بدست آوردن مخرج مشترک دو کسر است.

**مثال:** حاصل کسرهایی زیر را بدست آورید.

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{7 \times 4}{15 \times 4} + \frac{9 \times 3}{20 \times 3} = \frac{28 + 27}{60} = \frac{55}{60}$$

$$[15, 20] = 60$$

**مثال:** یک پیست دو و میدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل دور میدان بدون پس از چند ثانیه با هم به همان نقطه ی شروع می رسند؟ در این مدت هر کدام چند دور دویده اند؟

**پاسخ:**

امید هر ۳۵ ثانیه یکبار به نقطه ی شروع می رسد یعنی زمان رسیدن به نقطه ی شروع مضارب ۳۵ است. به همین ترتیب زمان رسیدن فرامرز به نقطه ی شروع هم مضارب عدد ۲۱ است پس برای اینکه بدانیم چه زمانی هر دو با هم به این نقطه می رسند باید ک م م دو عدد ۲۱ و ۳۵ را محاسبه کنیم.

$$35 = 5 \times 7$$

$$[35, 21] = 7 \times 5 \times 3 = 105$$

$$21 = 3 \times 7$$

بعد از ۱۰۵ ثانیه با هم به نقطه ی شروع می رسند و در این مدت امید  $3 = 105 \div 35$  دور و فرامرز  $5 = 105 \div 21$  دور دویده اند



**مثال:** برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

**(الف)**  $[1, n] = n$

**پاسخ:** ک م م دو عدد ۱ و ۱۵ همان ۱۵ است. یعنی  $[15, 1] = 15$

**(ب)**  $[n, n] = n$

**پاسخ:** ک م م دو عدد ۷ و ۷ همان ۷ است یعنی:  $[7, 7] = 7$

**(ج)** ب م م دو عدد شمارنده ی ک م م دو عدد است.

**پاسخ:** دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید.

ب م م دو عدد ۶ و ک م م آن ها ۳۶ است. و واضح است که ۶ شمارنده ی ۳۶ است.

**(د)** حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ب م م و ک م م دو عدد است.

**پاسخ:** دو عدد ۱۸ و ۱۲ را در نظر بگیرید:

$$18 \times 12 = 216 \quad [18, 12] \times (18, 12) = 36 \times 6 = 216$$

$$18 \times 12 = [18, 12] \times (18, 12) = 216 \quad \text{پس:}$$

مثال) پاسخ عبارتهای زیر را به صورت ذهنی محاسبه کنید.

الف)  $[۱۰, ۳۰]$       ب)  $[۱۱, ۳]$       ج)  $[۲۳, ۲۳]$       د)  $[۵۴, ۱]$

پاسخ:

الف)  $[۱۰, ۳۰] = ۳۰$  : شمارنده ی ۳۰ است پس ک م م دو عدد ۳۰ است.

ب) دو عدد ۳ و ۱۱ هر دو اول هستند پس ک م م آن ها حاصل ضربشان است یعنی :  $[۱۱, ۳] = ۳۳$

ج) ک م م هر عدد با خودش برابر است . یعنی :  $[۲۳, ۲۳] = ۲۳$

د) ک م م هر عدد با عدد یک برابر است با خود آن عدد یعنی :  $[۱, ۵۴] = ۵۴$



با توجه به نکات و مثال های حل شده سؤالات زیر را پاسخ دهید.

سؤال ۱: تساوی های زیر را کامل کنید. (با نوشتن راه حل)

$$(۴۵, ۵۴) =$$

$$[۱۸, ۲۷] =$$

سؤال ۲: تساوی های زیر را با روش نوشتن مضرب ها کامل کنید.

$$[۶, ۴۲] =$$

$$[۲۷, ۳۰] =$$

سؤال ۳: رضا در هر ۴ روز یک بار ساعت ۱۷ به باشگاه بدنسازی می رود و امیر هر ۶ روز یکبار در همان ساعت به همان باشگاه ورزشی می رود. اگر هر دو از ۳۱ شهریورماه همزمان شروع به رفتن به باشگاه کنند، تعیین کنید در چه روزهایی از ماه مهر همدیگر را ملاقات می کنند؟



دانش آموزان عزیز با مرور نکات ارائه شده برای یادگیری بیشتر تمرینات صفحه ۶۷ را نیز حل کنید.

## ریاضی

۱ باتوجه به نمودار زیر، گزینه متناظر با آن کدام است؟

$$-5 \xrightarrow{+(-2)} -7 \xrightarrow{\times(-3)} 21 \xrightarrow{-2} 19 \xrightarrow{\times(-2)} -38$$

$$(1) (-5 + (-2) \times (-3)) - 2 \times (-2) \quad (2) ((-5 + (-2)) \times (-3) - 2) \times (-2)$$

$$(3) -5 + (-2) + (-3) - 2 \times (-2) \quad (4) (-5 + (-2)) \times (-3) - 2 \times (-2)$$

۲ وقتی به یکان عددهای اول دورقمی نگاه کنیم، چه رقم‌هایی (از ۰ تا ۹) را می‌بینیم؟ چه رقم‌هایی (از ۰ تا ۹) غیرممکن است که یکان عددی اول باشند؟ برای پاسختان دلیل بیاورید.

۳ عدد طبیعی  $x$  دارای دو شمارنده می‌باشد. در این صورت اختلاف حاصل جمع شمارنده‌های آن و حاصل ضرب شمارنده‌های آن همواره کدام است؟

(۱) بستگی به  $x$  دارد.

(۲) صفر

(۴) ۱

(۳)  $x$

۴ کدامیک از اعداد زیر شمارنده عدد  $A = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$  نیست؟

$$C = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (2)$$

$$B = 3 \times 3 \times 3 \times 7 \quad (1)$$

$$E = 2 \times 3 \times 5 \times 7 \quad (4)$$

$$D = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad (3)$$

۵ مجموع سه عدد فرد متوالی برابر ۴۵ می‌باشد. با نوشتن معادله‌ای مناسب عدد بزرگ‌تر را پیدا کنید.

۶ در یک بازی دوستانه بین دو تیم  $M$  و  $N$  در مجموع ۸ گل رد و بدل شده است:

الف چند حالت مختلف برای نتیجه این بازی وجود دارد؟

ب چند حالت مختلف برای برد تیم  $N$  وجود دارد؟

۷ یک مهره سبز را روی عدد صفر قرار می‌دهیم، ابتدا ۲ واحد مهره را به سمت چپ حرکت می‌دهیم، سپس ۴ واحد به سمت راست و سپس ۶ واحد به سمت چپ و این کار را به همین ترتیب تا ۳۲ واحد به سمت راست و ۳۴ واحد به سمت چپ ادامه می‌دهیم، اکنون مهره سبز بر روی کدام عدد از محور قرار دارد؟

- |         |         |
|---------|---------|
| (۱) -۱۸ | (۲) -۱۶ |
| (۳) -۸  | (۴) -۲  |

۸ حاصل جمع دو عدد صحیح غیرصفر، صفر است. حاصل ضرب آن‌ها کدام عدد می‌تواند باشد؟

- |         |        |
|---------|--------|
| (۱) -۱۲ | (۲) -۹ |
|---------|--------|

۹

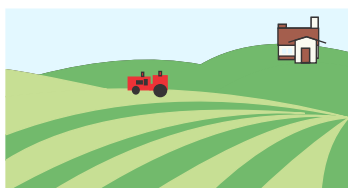
کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذرپاشی کرده است:

گندم: ۴۵٪

جو: ۳۷/۵٪

ذرت: ۱۷/۵٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.



حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱۰

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{100} = ?$$

۱۱

اگر به هر ضلع مربعی ۴ سانتی‌متر اضافه شود، به مساحت آن ۷۲ سانتی‌متر مربع اضافه می‌شود. طول ضلع مربع اولیه چند سانتی‌متر بوده است؟

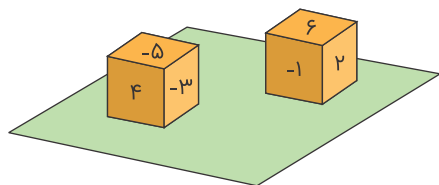
۱۲

کدام گزینه قرینهٔ مجموع نصف عددی با ۷ را نمایش می‌دهد؟

$$-(\frac{a}{2} + 7) \quad (2)$$

$$-\frac{a}{2} + 7 \quad (1)$$

دو تاس داریم که روی آن‌ها اعداد  $-۱$ ،  $۲$ ،  $-۳$ ،  $۴$ ،  $-۵$  و  $۶$  نوشته شده است. این دو تاس را پرتاب می‌کنیم و عددهای رو آمده را باهم جمع می‌کنیم. کدام گزینه نمی‌تواند حاصل این جمع باشد؟



- (۱)  $-۶$
- (۲)  $+۷$
- (۳)  $-۳$
- (۴)  $+۸$

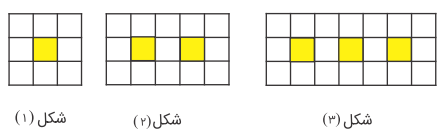
جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب کامل کنید.

حاصل  $\frac{a - 2b}{2b - a}$  به ازای هر مقدار دلخواهی برابر ..... می‌باشد. ( $a \neq 2b$ )

قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش  $۳$  متر بالا می‌رود و هر بار  $۲$  متر سر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع  $۹$  متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند چه کسری از شکل شماره  $۶$  رنگی است؟



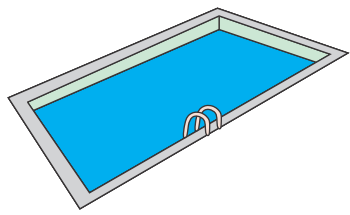
شکل (۱)      شکل (۲)      شکل (۳)

۱۷

مساحت مستطیلی ۸۰ سانتی‌متر مربع است. اگر طول و عرض آن اعداد طبیعی باشند، چند مستطیل با محیط کمتر از ۵۰ سانتی‌متر وجود دارد؟

۱۸

طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر مترمربع  $\frac{۵}{۳}$  کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



۱۹

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای داده‌شده به دست آورید.

$$4x - 3y + 7x - 2(2x - y + 3) \quad x = 1, y = -3$$

حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۲۰

$$-(-5) =$$

۲۱

$$-(+5) =$$

۲۲

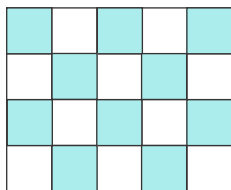
$$-(-(-1391)) =$$



$$-(-(+5)) =$$

$$- (+ (- (- (+ 6^3))))$$

اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی‌کاری شده باشد، چه کسری از دیوار، کاشی آبی دارد؟



قرینه کدام عدد نسبت به  $-2$  با حاصل جمع  $3 + 7 -$  برابر است؟

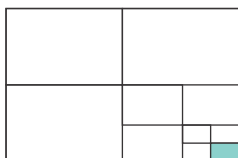
(۱)  $+4$

(۲) صفر

(۳)  $+2$

(۴)  $-6$

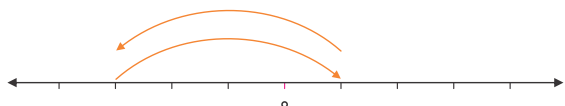
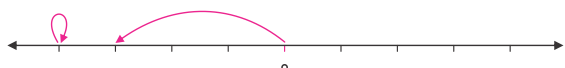
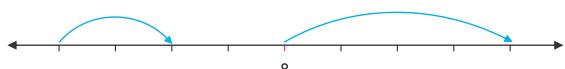
چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



به دنبال عددی هستیم که در همه ویژگی‌های زیر صدق کند:

- (۱) هم ۲ و هم ۷ شمارنده آن باشند.
  - (۲) از ۱۰۰ کوچک‌تر و از ۵۰ بزرگ‌تر باشد.
  - (۳) حاصل ضرب سه عدد اول مختلف باشد.
- چه عدد یا عددهایی، همه این ویژگی‌ها را دارند؟ راه‌حل‌تان را بنویسید.

برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح بنویسید.



۲۹

۳۰

۳۱

۳۲

اگر  $p$ ،  $q$  و  $r$  سه عدد اول باشند، حاصل  $p(q - r)$  عددی فرد باشد، در این صورت در مورد  $r$  می‌توان گفت:

۳۳

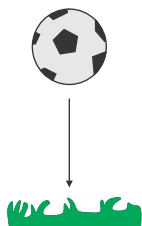
(۱) شمارنده ۳۵ است.

(۲) مربع کامل است.

(۳) بر ۳ بخش‌پذیر است.

(۴) برابر با تعداد شمارنده‌های یک عدد اول است.

توپى از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلى خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟



حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{100}\right) =$$

اگر  $a$  و  $a + 15$  اعدادی اول باشند، حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

۱۸۱ (۲)

۳۴ (۱)

۲۱۱ (۴)

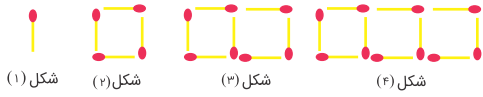
۱۹۷ (۳)

حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

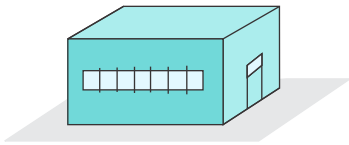
$$2x(1 + y) + y(3 - 2x) =$$

درستی یا نادرستی هریک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

مهم‌ترین قسمت آموزش هنر حل مسئله، انتخاب راهبردی مناسب است.



یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچه کولر قرار دهند؛ به طوری که از ۴ گوشه آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید.



برای هر یک از جمع‌های زیر یک محور رسم کنید و حاصل را به دست آورید.

$$(+۲) + (+۳) =$$

$$(-۲) + (+۱) =$$

$$(-۴) + (+۵) =$$

$$(-۳) + (+۳) =$$

$$(-1) + (+2) + (-3) =$$

۴۶ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف

$$3(f + z) - (-2(2f - z)) - 3f =$$

۴۷ چند جفت عدد اول فرد کوچک‌تر از ۲۰ می‌توان نوشت که اختلاف آن‌ها عددی فرد باشد؟

۱۴ (۲)

۲۸ (۱)

صفر (۴)

۷ (۳)

۴۸ تعداد زیادی سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان کرایه ۵۰۰ تومانی تاکسی را پرداخت کرد؟



جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

۴۹ در تقسیم عدد ۲۵ بر ۱۱، بیست و هفتمین رقم اعشار در خارج قسمت برابر ..... است.

۵۰ جمله  $n$ ام الگوی ... ۲۳, ۱۷, ۱۱, ۵ به صورت ..... می باشد.

۵۱ به چند حالت حاصل ضرب دو عدد طبیعی ۳۶ می شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۵۲ علی هر ده دقیقه یکبار، شمعی روشن می کند. هر شمع چهل دقیقه می سوزد و تمام می شود. چهل و پنج دقیقه بعد از اینکه علی اولین شمع را روشن کرد، چند شمع روشن بودند؟

۵۳ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آن ها ۲۴ و حاصل جمع آن ها کمترین مقدار باشد.

۵۴ اعداد اول بین ۴۰ تا ۵۰ را در یکدیگر ضرب کرده‌ایم. عدد حاصل چند شمارندهٔ اول دارد؟

۳ (۱)

۴ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۵۵ عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کرده‌ایم، حاصل ۳۲ شد. عدد موردنظر چند است؟

۵۶ عبارت کلامی مربوط به رابطهٔ زیر را بنویسید.

$$a + (-a) = 0$$

۵۷ تعداد شمارنده‌های کدام دو عدد برابر است؟

۶۴ و ۱۲۵ (۱)

۲۵۵ و ۴۸ (۲)

۹۶ و ۶۴ (۳)

۱۶۲ و ۴۸ (۴)

جاهای خالی را پر کنید.

۵۸ اگر دو عدد صحیح مثبت را باهم جمع کنیم، علامت حاصل ..... می‌شود.

۵۹ اگر دو عدد منفی را باهم جمع کنیم، علامت حاصل ..... می‌شود.

بزرگ‌ترین عدد دورقمی که مضرب ۷ باشد و دارای سه شمارندهٔ اول باشد، چیست؟

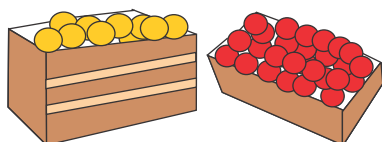
۹۱ (۲)

۹۸ (۱)

۷۷ (۴)

۸۴ (۳)

میوه‌فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروش، از این کار خود چقدر سود برده است؟



به دنبال عددی هستیم که در همهٔ ویژگی‌های زیر صدق کند:

(۱) کمتر از ۱۰۰ باشد.

(۲) تنها شمارندهٔ اولش، عدد ۲ باشد.

(۳) حاصل جمع رقم‌هایش، فرد باشد.

چه عدد یا عددهایی، همهٔ این ویژگی‌ها را دارند؟ راه‌حل‌تان را بنویسید.



محیط مستطیلی که عرض و طول آن اعداد طبیعی هستند ۲۶ و مساحت آن بیشتر از محیطش است. مساحت این مستطیل چند مقدار مختلف می‌تواند باشد؟

قرینه عدد ۳- نسبت به مبدأ +۱ برابر کدام گزینه است؟

- (۱) +۵ (۲) +۴

با کارت‌های ۲، ۵ و ۹ چند عدد سه‌رقمی می‌توان نوشت؟

- (۱) ۶ (۲) ۲۷  
(۳) ۱۵ (۴) ۸

ترتیب عملیات عبارت زیر در کدام گزینه درست رسم شده است؟

$$-3 \times (5 + (-2) \times 3) - 1$$

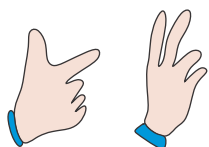
$$(1) -2 \xrightarrow{\times 3} -6 \xrightarrow{+5} -1 \xrightarrow{\times (-3)} 3 \xrightarrow{-1} 2$$

$$(2) -2 \xrightarrow{+5} 3 \xrightarrow{\times 3} 9 \xrightarrow{\times -3} -27 \xrightarrow{-1} -28$$

$$(3) -2 \xrightarrow{\times 3} -6 \xrightarrow{+5} -1 \xrightarrow{-1} -2 \xrightarrow{\times (-3)} 6$$

$$(4) -3 \xrightarrow{\times 5} -15 \xrightarrow{+(-2)} -17 \xrightarrow{\times 3} -51 \xrightarrow{-1} -52$$

با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد یک را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



جاهای خالی را پر کنید.

۶۸ قرینه‌ترین قرینه هر عدد برابر ..... است.

۶۹ کوچک‌ترین عدد صحیح منفی .....

۷۰ بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبت .....

۷۱ کوچک‌ترین عدد صحیح مثبت ..... است.

۷۲ بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ..... است.

۷۳ تنها عدد صحیح بی‌علامت ..... است.

۷۴ از نظر علامت اعداد صحیح ..... دسته هستند.

۷۵ همه اعداد صحیح ..... از همه اعداد صحیح ..... بزرگ‌ترند.

۷۶ اگر عددی را ۵۳ بار قرینه کنیم حاصل ..... است.



## ریاضی

گزینه ۲

۱

باتوجه به ترتیب عملیات که در صورت سوال آمده است، گزینه ۲ صحیح است.

در مورد رقم‌های ۱، ۳، ۷ و ۹ برای نمونه داریم که عددهای ۱۱، ۱۳، ۱۷ و ۱۹ عددهایی اول و دورقمی هستند، اما عددی دورقمی که یکانش ۰ یا ۲ یا ۴ یا ۶ یا ۸ باشد، اول نیست. زیرا چنین عددی زوج است و تنها عدد زوج اول ۲ می‌باشد که دورقمی نیست. از طرف دیگر، عددی دورقمی که یکانش ۵ باشد، شمارنده‌ای به جز ۱ و خودش دارد (عدد ۵) پس اول نیست (تنها عدد اول با یکان ۵، خود ۵ است که دورقمی نیست). بنابراین رقم‌های ۱، ۳، ۷ و ۹ در یکان عددهای اول دورقمی ظاهر می‌شوند؛ اما ۰، ۲، ۴، ۵، ۶ و ۸ نمی‌توانند یکان هیچ عدد اول دورقمی باشند.

گزینه ۴

۳

چون عدد  $x$  دو شمارنده دارد، عددی اول می‌باشد؛ پس یکی از شمارنده‌هایش عدد ۱ و دیگری خود  $x$  است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{حاصل جمع شمارنده‌ها} \\ \text{حاصل ضرب شمارنده‌ها} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{اختلاف} = x + 1 - x = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 1 \\ x \times 1 = x \end{array} \right\}$$

گزینه ۳

۴

عبارت  $D$  دارای سه عامل ۲ است درحالی‌که عدد  $A$ ، تنها دو عامل ۲ دارد.

$$a + (a + 2) + (a + 4) = 45$$

$$\left. \begin{array}{l} 3a + 6 = 45 \\ 3a = 39 \end{array} \right\} \Rightarrow a = 13 \Rightarrow 13, 15, 17$$

$$\text{عدد بزرگ‌تر} = 17$$

۵

۶

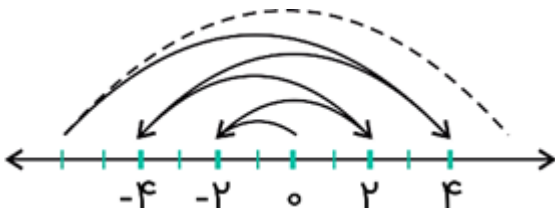
N	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
M	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰

ب در کل ۴ حالت برای برد تیم N وجود دارد. (۴ حالت آخر قسمت "الف")

گزینه ۱

۷

باتوجه به صورت سؤال با رسم یک محور و نوشتن حرکت‌های مهرهٔ سبز از نقطهٔ مبدأ (صفر) خواهیم داشت:



حال به روش دسته‌بندی حاصل حرکت‌های تا قبل از حرکت ۳۴ام را به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{(-2) + 4}_2 + \underbrace{(-6) + 8}_2 + \dots + \underbrace{(-30) + 32}_2 + (-34)$$

تعداد ۸ تا عدد ۲ داریم که مجموع آن‌ها برابر است با:  $8 \times 2 = 16$

حال باتوجه به حرکت ۱۷ام خواهیم داشت:  $16 + (-34) = -18$

گزینه ۲

۸

$$-3 + (+3) = 0 \Rightarrow (-3) \times (+3) = (-9)$$

از تناسب برای حل این مسئله استفاده می‌کنیم.

گندم:

$$\frac{۴۵}{۱۰۰} = \frac{\square}{۱۵} \Rightarrow \frac{۴۵ \times ۱۵}{۱۰۰} = ۶/۷۵ \text{ هکتار}$$

جو:

$$\frac{۳۷/۵}{۱۰۰} = \frac{\square}{۱۵} \Rightarrow \frac{۳۷/۵ \times ۱۵}{۱۰۰} = ۵/۶۲۵ \text{ هکتار}$$

ذرت:

$$\frac{۱۷/۵}{۱۰۰} = \frac{\square}{۱۵} \Rightarrow \frac{۱۷/۵ \times ۱۵}{۱۰۰} = ۲/۶۲۵ \text{ هکتار}$$

پاسخ سؤال ۱۰

ابتدا کسرهای مخلوط را به کسر معمولی تبدیل می‌کنیم سپس ساده می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۵}{۴} \times \dots \times \frac{۱۰۱}{۱۰۰} = \frac{\cancel{۳}}{۲} \times \frac{\cancel{۴}}{\cancel{۳}} \times \frac{\cancel{۵}}{\cancel{۴}} \times \dots \times \frac{۱۰۱}{\cancel{۱۰۰}} = \frac{۱۰۱}{۲} = ۵۰/۵$$

راهبرد رسم شکل:

۴	۴x	۱۶
	x	
		x
		۴x
		۴

$$۴x + ۴x + ۱۶ = ۷۲$$

$$\Rightarrow ۸x + ۱۶ = ۷۲ \Rightarrow ۸x = ۵۶ \Rightarrow x = ۷$$

ضلع مربع اولیه ۷ سانتی‌متر بوده است.

گزینه ۲

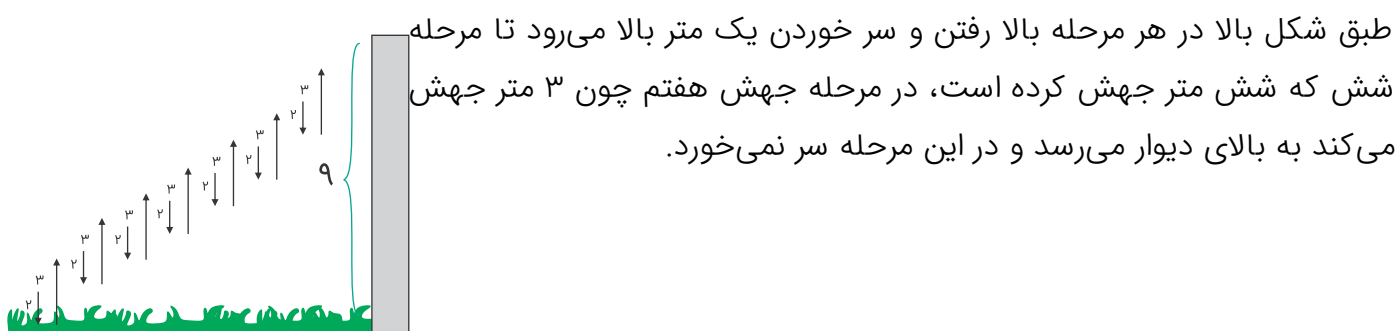
باتوجه به عبارت سؤال گزینه ۲ صحیح است.

- گزینه ۱: ۶- می‌تواند حاصل جمع ۳- و ۳- باشد.  
 گزینه ۳: ۳- می‌تواند حاصل جمع ۲ و ۵- باشد.  
 گزینه ۴: ۸ می‌تواند حاصل جمع ۴ و ۴ یا ۲ و ۶ باشد.

پاسخ سؤال ۱۴

$$\frac{a - 2b}{2b - a} = \frac{-(2b - a)}{(2b - a)} = -1$$

۱۴



۱۵

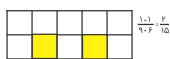
ابتدا کسر شکل‌های بالا را به دست می‌آوریم:

۱۶

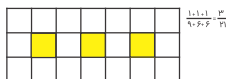
در کسرهای بالا مقادیری که به صورت و مخرج اضافه شده است را مشخص کرده‌ایم حال اگر بخواهیم شکل اول را نیز طبق شکل‌های دوم و سوم تغییر دهیم به کسرهای زیر می‌رسیم.



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

$$\frac{1}{3+6}$$

$$\frac{1+1}{3+6+6} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{1+1+1}{3+6+6+6} = \frac{3}{21}$$

در نتیجه برای شکل ششم صورت کسر عدد ۶ می‌شود و مخرج کسر شش برابر عدد ۶ با عدد سه جمع می‌شود:

$$\frac{6}{3+6 \times 6} = \frac{6}{39}$$

از راهبرد الگوسازی استفاده می‌کنیم:

طول	۸۰	۴۰	۲۰	۱۶	۱۰
عرض	۱	۲	۴	۵	۸
مجموع	۸۱	۴۲	۲۴	۲۱	۱۸
محیط	۱۶۲	۸۴	۴۸	۴۲	۳۶

باتوجه به جدول، سه مستطیل با محیط کمتر از ۵۰ وجود دارد.

ابتدا مساحت وجه‌های مستطیل شکل این استخر را به دست می‌آوریم. دو وجه آن  $۳ \times ۱۲$  و  $۳ \times ۶$  است. دو وجه آن  $۳ \times ۶$  و  $۳ \times ۱۲$  است.

در نتیجه مساحت دیواره‌ها و کف برابر است با:

$$۲ \times (۳ \times ۶) + ۲ \times (۳ \times ۱۲) + ۶ \times ۱۲ = ۳۶ + ۷۲ + ۷۲ = ۱۸۰ \text{ مترمربع}$$

حالا عدد  $۰/۳$  را در مساحت بالا ضرب می‌کنیم:

$$۱۸۰ \times ۰/۳ = ۵۴ \text{ کیلوگرم رنگ}$$

$$۴x - ۳y + ۷x - ۴x + ۲y - ۶ = ۷x - y - ۶$$

$$x = ۱, y = -۳ \Rightarrow ۷(۱) - (-۳) - ۶ = ۷ + ۳ - ۶ = ۴$$

پاسخ سوالات ۲۰ تا ۲۴

$$-(-۵) = +۵$$

$$-(+۵) = -۵$$

$$-(-(-۱۳۹۱)) = -۱۳۹۱$$

$$-(-(+۵)) = +۵$$

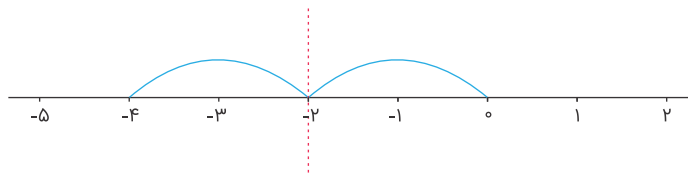
$$-(+(-(-(+۶۳)))) = -۶۳$$



مشخص است که به ازای هر کاشی آبی یک کاشی سفید است. در نتیجه نصف دیوار استخر کاشی آبی است؛ یعنی  $\frac{1}{2}$  کل دیوار آبی است.

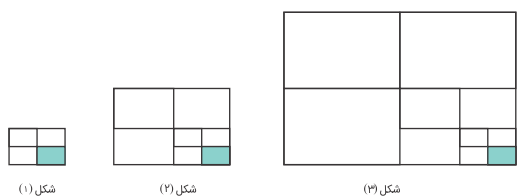
گزینه ۲

حاصل جمع  $3 + 7 - 4$  برابر با  $-4$  است. حالا قرینهٔ چه عددی نسبت به  $-2$  بر روی  $-4$  منطبق می‌شود؟



باتوجه به شکل زیر می‌بینیم که عددی که قرینه‌اش نسبت به  $-2$ ، مساوی  $-4$  است، عدد صفر است.

در شکل اول  $\frac{1}{4}$  شکل رنگ شده است و در شکل دوم، کل شکل اول  $\frac{1}{4}$  شکل دوم است و در شکل سوم، کل شکل دوم  $\frac{1}{4}$  شکل سوم است، در نتیجه:



$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

هم ۲ و هم ۷ شمارندهٔ عدد موردنظر هستند که هر دو عددهایی اول هستند؛ پس تجزیهٔ عدد موردنظر به صورت  $2 \times 7 \times \bigcirc$  است که  $\bigcirc$  عددی اول به جز ۲ و ۷ می‌باشد. به جای  $\bigcirc$ ، عدد ۳ را می‌گذاریم:

$$2 \times 7 \times 3 = 42$$

اما ۴۲ بین ۵۰ و ۱۰۰ نیست؛ پس ۴۲ نمی‌تواند جواب مسئله باشد. اگر به جای  $\bigcirc$ ، ۵ بگذاریم، داریم:

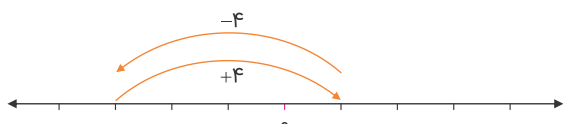
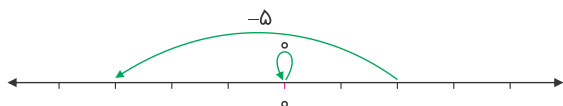
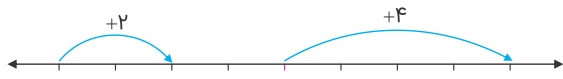
$$2 \times 7 \times 5 = 70$$

که ۷۰ بین ۵۰ و ۱۰۰ است؛ پس ۷۰ جواب مسئله می‌باشد. حال این سوال پیش می‌آید که آیا مسئله جواب دیگری هم دارد؟ آیا می‌توانیم به جای  $\bigcirc$ ، عدد اول دیگری هم بگذاریم؟

کوچک‌ترین عدد بعد از ۳ و ۵ که می‌توانیم به جای  $\bigcirc$  بگذاریم، ۱۱ است:

$$2 \times 7 \times 11 = 154$$

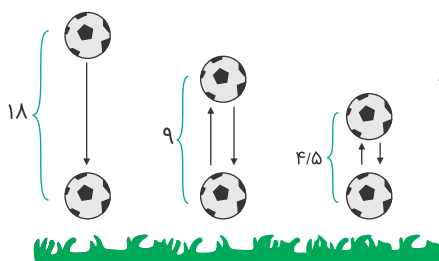
که بین ۵۰ و ۱۰۰ نیست؛ پس تنها جواب مسئله، همان ۷۰ است.



گزینه ۴

$$\underbrace{p}_{\text{فرد}} (\underbrace{q-r}_{\text{فرد}}) = \text{فردی فرد} \Rightarrow \underbrace{q}_{\text{فرد}} - \underbrace{r}_{\text{زوج}} = \text{فردی فرد} \Rightarrow r = ۲$$

تعداد شمارنده‌های یک عدد اول هم، ۲ می‌باشد؛ پس گزینه "۴" درست است.



شکل بالا طرز حرکت توپ تا سومین برخورد را رسم کرده است، در نتیجه باید مجموع فواصل را به دست آوریم؛ که برابر  $۱۸ + ۹ + ۹ + ۴/۵ + ۴/۵ = ۴۵$  است.

راهبرد حل مسئله ساده‌تر:

$$(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{100}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \frac{1}{100}$$

گزینه ۱

اختلاف دو عدد ۱۵ واحد است چون اختلاف دو عدد، عددی فرد می‌باشد؛ پس یکی از اعداد حتماً ۲ است و دیگری نیز ۱۷ می‌شود، پس:

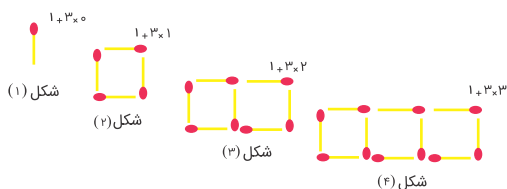
$$۲ \times ۱۷ = ۳۴$$

$$2x(1+y) + y(3-2x) = 2x + \cancel{2xy} + 3y - \cancel{2xy} = 2x + 3y$$

پاسخ سؤال ۳۸

درست ۳۸۳۹

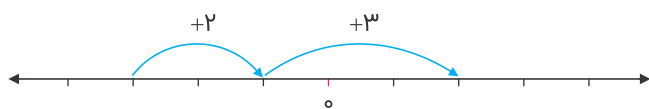
در هر مرحله سه چوب کبریت اضافه شده است. در نتیجه با توجه به اینکه از شکل دوم سه چوب کبریت اضافه می‌شود باید شماره شکل دهم را منهای یک کرده و سپس در ۳ ضرب کنیم و در آخر با یک جمع کنیم.



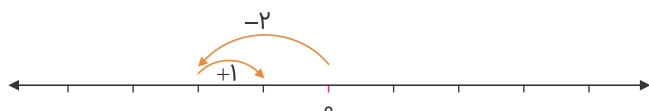
$$1 + 3 \times (10 - 1) = 28$$

ابتدا قطرهای سقف را رسم کرده و محل برخورد آنها را به دست می‌آوریم. این نقطه محل قرارگیری دریچه است. ۴۰

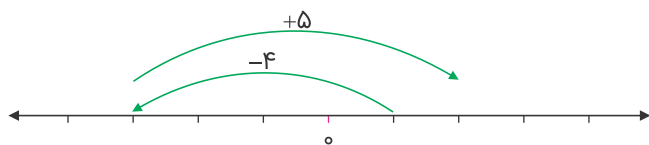
پاسخ سؤالات ۴۱ تا ۴۵

۴۱

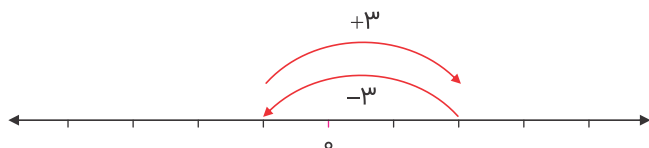
$$(+2) + (+3) = +5$$

۴۲

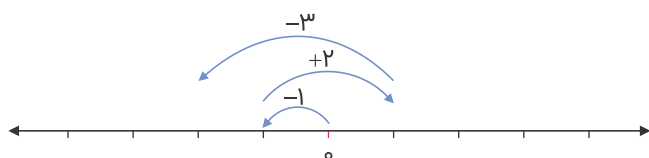
$$(-2) + (+1) = -1$$



$$(-4) + (+5) = +1$$



$$(-3) + (+3) = 0$$



$$(-1) + (+2) + (-3) = -1$$

$$3(f + z) - (-2(2f - z)) - 3f = 3f + 3z + 4f - 2z - 3f = 4f + z$$

گزینه ۴

اگر بخواهیم اختلاف دو عدد موردنظر فرد باشد، باید یکی از دو عدد فرد و دیگری زوج باشد؛ پس چنین جفت عددی وجود ندارد. سؤال به دنبال جفت عدد اول فرد است.

تعداد سکه‌ها به شکل جدول زیر مشخص شده‌اند. هر یک سکه ۱۰۰ تومانی که حذف کنیم دو سکه ۵۰۰ تومانی باید اضافه کنیم.

سکه ۱۰۰ تومانی	سکه ۵۰ تومانی	مجموع ۵۰۰
۵	۰	۵۰۰
۴	۲	۵۰۰
۳	۴	۵۰۰
۲	۶	۵۰۰
۱	۸	۵۰۰
۰	۱۰	۵۰۰

پاسخ سؤالات ۴۹ تا ۵۰

۲ ۴۹

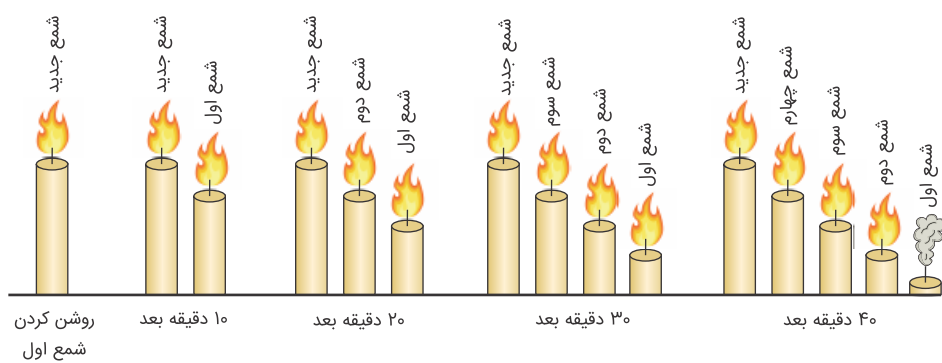
$$\begin{array}{r}
 ۲۵ \\
 \underline{۲۲} \\
 ۳۰ \\
 \underline{۲۲} \\
 ۸۰ \\
 \underline{۷۷} \\
 ۳
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 ۱۱ \\
 \hline
 ۲/۲۷ \rightarrow ۲/۲۷۲۷۲۷\dots
 \end{array} \right.$$

$$۵, ۱۱, ۱۷, ۲۳, \dots \Rightarrow ۶n - ۱$$

$$\begin{array}{ccc}
 \xrightarrow{+۶} & \xrightarrow{+۶} & \xrightarrow{+۶}
 \end{array}$$

عدد اول	عدد دوم	حاصل جمع دو عدد
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

کمترین حالت زمانی است که دو عدد ۶ نوشته شوند.



بنابراین پس از ۴۵ دقیقه فقط ۴ شمع روشن است.  
از راهبرد جدول نظام‌دار هم می‌توان استفاده کرد.

تعداد شمع روشن	تعداد شمع خاموش شده	تعداد شمع	دقیقه
۱	۰	۱	روشن کردن شمع اول
۲	۰	۲	۱۰ دقیقه بعد
۳	۰	۳	۲۰ دقیقه بعد
۴	۰	۴	۳۰ دقیقه بعد
۴	۱	۵	۴۰ دقیقه بعد

پس از ۴۵ دقیقه فقط ۴ شمع روشن می‌ماند.

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

گزینه ۱

اعداد اول بین ۴۰ تا ۵۰ عبارت است از  $\{۴۱, ۴۳, ۴۷\}$  که اگر در یکدیگر ضرب گردد، عدد حاصل دارای سه شمارنده اول  $\{۴۱, ۴۳, ۴۷\}$  خواهد بود.

ابتدا به عدد ۳۲، سه واحد اضافه می‌کنیم. برابر ۳۵ می‌شود، سپس آن را بر ۵ تقسیم می‌کنیم، عدد ۷ به دست می‌آید، در نتیجه عدد مورد نظر ۷ است.

جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر صفر است.

گزینه ۴

شمارنده‌های هر عدد را می‌نویسیم:

$$۱۲۵ \Rightarrow \{۱, ۵, ۲۵, ۱۲۵\} \Rightarrow \text{تا } ۴$$

$$۶۴ \Rightarrow \{۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶, ۳۲, ۶۴\} \Rightarrow \text{تا } ۷$$

$$۴۸ \Rightarrow \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۴۸\} \Rightarrow \text{تا } ۱۰$$

$$۲۲۵ \Rightarrow \{۱, ۳, ۵, ۹, ۱۵, ۲۵, ۴۵, ۷۵, ۲۲۵\} \Rightarrow \text{تا } ۹$$

$$۹۶ \Rightarrow \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۴, ۳۲, ۴۸, ۹۶\} \Rightarrow \text{تا } ۱۲$$

$$۱۶۲ \Rightarrow \{۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸, ۲۷, ۵۴, ۸۱, ۱۶۲\} \Rightarrow \text{تا } ۱۰$$

پاسخ سؤالات ۵۸ تا ۵۹



اعداد ۷۷ و ۹۱ و ۹۸ همگی دارای دو شمارنده اول هستند.

$$77 = 7 \times 11$$

$$91 = 7 \times 13$$

$$98 = 7 \times 7 \times 2$$

پس نمی‌توان آن‌ها را به‌عنوان پاسخ در نظر گرفت، در نتیجه گزینه "۳" پاسخ است.

$$84 = 7 \times 2 \times 2 \times 3$$

از فروش هر کیلو سیب ۵۰۰ تومان سود کرده است، زیرا:  $3000 - 2500 = 500$

۴۰ کیلو سیب خریده است، پس:  $40 \times 500 = 20000$

همچنین از فروش هر کیلو پرتقال نیز ۵۰۰ تومان سود کرده است، زیرا:  $2000 - 1500 = 500$

پس:  $80 \times 500 = 40000$

بنابراین در مجموع:  $20000 + 40000 = 60000$

پس ۶۰۰۰۰ تومان سود کرده است.

ابتدا همهٔ عددهای کمتر از ۱۰۰ را که تنها شمارندهٔ اولشان ۲ است، می‌نویسیم. روش نوشتن به این صورت است که یکی از این عددها ۲ و اعداد دیگر، به‌صورت ضرب تعدادی ۲ هستند:

$$2, 4, 8, 16, 32, 64$$

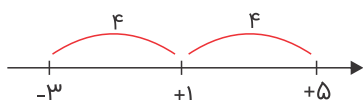
از میان این عددها، فقط حاصل‌جمع رقم‌های ۱۶ و حاصل‌جمع رقم‌های ۳۲ فرد است؛ پس ۱۶ و ۳۲ پاسخ‌های مسئله هستند.

عرض + طول = نصف محیط	عرض	طول	مساحت
۱۳	۱	۱۲	۱۲
	۲	۱۱	۲۲
	۳	۱۰	۳۰
	۴	۹	۳۶
	۵	۸	۴۰
	۶	۷	۴۲

پس مساحت آن ۴ مقدار مختلف می‌تواند باشد.

گزینه ۱

۶۴



گزینه ۱

۶۵

$$۳ \times ۲ \times ۱ = ۶$$

گزینه ۱

۶۶

ترتیب عملیات در گزینه اول صحیح است.

عدد ۱ یعنی انگشت باز است و عدد صفر یعنی انگشت بسته است. تعداد حالات طبق جدول زیر با نظم و ترتیب برابر ۱۰ حالت می‌شود.

انگشت اول	انگشت دوم	انگشت سوم	انگشت چهارم	انگشت پنجم
۱	۱	۰	۰	۰
۱	۰	۱	۰	۰
۱	۰	۰	۱	۰
۱	۰	۰	۰	۱
۰	۱	۱	۰	۰
۰	۱	۰	۱	۰
۰	۱	۰	۰	۱
۰	۰	۱	۱	۰
۰	۰	۱	۰	۱
۰	۰	۰	۱	۱

پاسخ سؤالات ۶۸ تا ۷۶

۶۸ خودش

۶۹ وجود ندارد

۷۰ وجود ندارد

۷۱ +۱

۷۲ -۱

صفر ۷۳

سه ۷۴

مثبت - منفی ۷۵

قرینه آن عدد ۷۶

چون تفاضل دو عدد اول، فرد شده است، پس حتماً یکی از اعداد ۲ می‌باشد، در غیر این صورت تفاضل دو عدد اول غیر از ۲، زوج خواهد بود. پس یکی از اعداد ۲ و دیگری ۵۳ است. بنابراین:  $۲ \times ۵۳ = ۱۰۶$

۷۷