

گزینه ۴

۱

$$\begin{cases} 3 \times 1 - 2 = 1 \\ 3 \times 2 - 2 = 4 \\ 3 \times 3 - 2 = 7 \\ 3 \times 4 - 2 = 10 \\ \vdots \end{cases} \Rightarrow 3n - 2$$

گزینه ۴

۲

$$\begin{aligned} \text{جمله اول} &\Rightarrow 4 = 3 \times (1) + 1 \\ \text{جمله دوم} &\Rightarrow 7 = 3 \times (2) + 1 \\ \text{جمله سوم} &\Rightarrow 10 = 3 \times (3) + 1 \\ \text{جمله } n \text{ ام} &= 3 \times n + 1 = 3n + 1 \end{aligned}$$

گزینه ۱

۳

$$\begin{array}{ccccccccc} 11 & , & 16 & , & 21 & , & 26 & , & 31 & , & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 5 \times 1 + 6 & & 5 \times 2 + 6 & & 5 \times 3 + 6 & & 5 \times 4 + 6 & & 5 \times 5 + 6 & & \end{array}$$

$$\text{جمله } n \text{ ام} = 5 \times n + 6$$

$$\text{جمله } n \text{ ام الگو} = \frac{5}{5 \times n + 6}$$

$$\text{جمله } 29 \text{ ام} = \frac{5}{5 \times 29 + 6} = \frac{5}{151}$$

$$\text{جمله } ۲ = ۱۵ = ۱۱ + ۴ \times ۱$$

$$\text{جمله } ۳ = ۱۹ = ۱۱ + ۴ \times ۲$$

$$\text{جمله } ۴ = ۲۳ = ۱۱ + ۴ \times ۳$$

...

(۱ - شماره شکل) \times ۴ + ۱۱ : رابطه

$$\text{جمله } ۱۰ \text{ أم} = ۱۱ + ۴ \times (۱۰ - ۱) = ۱۱ + ۴ \times ۹ = ۴۷$$

عدد اول	عدد دوم	ضرب	جمع
۱	۱۲	۱۲	۱۳
۲	۶	۱۲	۸
۳	۴	۱۲	۷

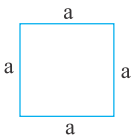
پس کمترین مقدار جمع عدد ۷ است.

شماره شکل	تعداد ضلع	رابطه
۱	۴	$(۱ \times ۳) + ۱ = ۴$
۲	۷	$(۲ \times ۳) + ۱ = ۷$
۳	۱۰	$(۳ \times ۳) + ۱ = ۱۰$
⋮	⋮	⋮
۱۱	۳۴	$(۱۱ \times ۳) + ۱ = ۳۴$

$$\text{رابطه} = (۳ \times \text{شماره شکل}) + ۱$$

اگر به هر شکل ۶ ضلع اضافه کنیم شکل بعدی به دست می‌آید.

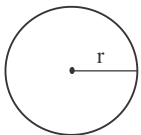
شماره شکل	تعداد ضلع	رابطه
۱	۴	$۴ + ۶ \times ۰$
۲	۱۰	$۴ + ۶ \times ۱$
۳	۱۶	$۴ + ۶ \times ۲$
⋮	⋮	⋮
۱۱	□	$۴ + ۶ \times ۱۰ = ۶۴$



$$\text{محیط} = \text{جمع اضلاع} = a + a + a + a$$

$$\text{محیط مربع} = ۴ \times \text{یک ضلع} = ۴a$$

$$x \xrightarrow{-1} x - 1 \xrightarrow{\text{قرینه}} -x + 1 \xrightarrow{\times 2} -2x + 2$$



$$\text{شعاع} = r, \quad \text{قطر} = 2r$$

$$\text{محیط دایره} = \text{قطر} \times \pi$$

$$\text{محیط دایره} = 2r \times \pi = 2\pi \times r$$

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 $1+1$ $2+1$ $3+1$

$$\text{جمله } n \text{ ام} = \frac{\text{شماره جمله}}{\text{شماره جمله} + 1} = \frac{n}{n+1}$$

$$\underbrace{-10, -6, -2, \dots}_{+4 \quad +4}$$

عدد	رابطه
-۱۰	$-10 + 4 \times 0$
-۶	$-10 + 4 \times 1$
-۲	$-10 + 4 \times 2$
\vdots	\vdots
	$-10 + 4 \times (\text{شماره عدد} - 1)$

$$\text{عدد سی و سوم} = -10 + 4 \times 32 = -10 + 128 = 118$$

هزینه b متر مسافت + هزینه سوار شدن = هزینه اردو

$$a = 200 + 30b$$

متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر نامشخص هستند.

خاصیت جابه‌جایی جمع : $a + b = b + a$

خاصیت جابه‌جایی ضرب : $a \times b = b \times a$

$$\begin{array}{ccc} ۵ & , & ۱۰ & , & ۱۵ & , & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ ۵ \times ۱ & & ۵ \times ۲ & & ۵ \times ۳ & & \end{array}$$

شماره جمله n ام $= ۵ \times n$

$$\text{جمله } n \text{ ام} = ۵n$$

مشاهده می‌شود که اعداد با شماره فرد (یکم، سوم، پنجم و ...) علامت + دارند و اعداد با شماره زوج (دوم، چهارم، ششم و ...) علامت - دارند، پس چون ۲۰ زوج است عدد بیستم این الگو منفی خواهد بود.

$$\text{عدد اول} \Rightarrow +1 = +\frac{(1)(1+1)}{2}$$

$$\text{عدد دوم} \Rightarrow -3 = -\frac{(2)(2+1)}{2}$$

$$\text{عدد سوم} \Rightarrow +6 = +\frac{(3)(3+1)}{2}$$

$$\text{عدد } n \text{ ام} \Rightarrow \pm \frac{(n)(n+1)}{2} \xrightarrow{n=20} -\frac{20 \times (20+1)}{2} = -10 \times 21 = -210$$

$$\text{الگوی الف} \Rightarrow 3n - 1 \xrightarrow[n=7]{\text{جمله هفتم}} 3 \times (7) - 1 = 20$$

$$\text{الگوی ب} \Rightarrow 4m \xrightarrow[m=5]{\text{جمله پنجم}} 4 \times 5 = 20$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف} = 20 - 20 = 0$$

بررسی سایر موارد:

الف ← درست، عمل ضرب قابلیت جابه‌جایی دارد.

ب ← درست، عمل جمع قابلیت جابه‌جایی دارد.

ج ← نادرست، مثال: $\frac{4}{2} \neq \frac{2}{4}$

د ← نادرست: مثال: $1 = 2 - 1 \neq 2 - 1 = -1$

ه ← درست، هر عددی ضربدر ۱ برابر با خودش است.

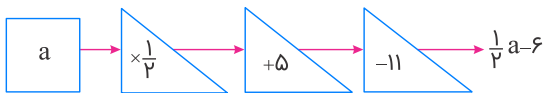
و ← نادرست، $a + 0 = a$

۳ مورد صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ جمله} \Rightarrow 1 = 3(1) - 2 \\ 2 \text{ جمله} \Rightarrow 4 = 3(2) - 2 \\ 3 \text{ جمله} \Rightarrow 7 = 3(3) - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{جمله } n \text{ ام} \Rightarrow 3n - 2$$

$$\left. \begin{array}{l} 14 \text{ جمله} \Rightarrow 3(14) - 2 = 40 \\ 18 \text{ جمله} \Rightarrow 3(18) - 2 = 52 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 52 - 40 = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ جمله: } 3 = 4 \times (1) - 1 \\ 2 \text{ جمله: } 7 = 4 \times (2) - 1 \\ 3 \text{ جمله: } 11 = 4 \times (3) - 1 \\ \vdots \\ \text{جمله } n \text{ ام} \Rightarrow 4 \times (n) - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 4n - 1$$



حل مسئله ساده‌تر با استفاده از جبر:

$$1 \text{ مرحله} \Rightarrow 1 = \frac{1 \times (1+1)}{2}$$

$$2 \text{ مرحله} \Rightarrow 1 + 2 + 3 = \frac{2 \times (2+1)}{2}$$

$$3 \text{ مرحله} \Rightarrow 1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3 \times (3+1)}{2}$$

$$4 \text{ مرحله} \Rightarrow 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4 \times (4+1)}{2}$$

$$n \text{ مرحله} \Rightarrow 1 + 2 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

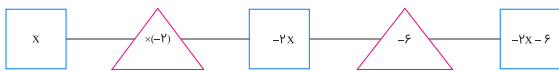
شکل (۱) : $1 \Rightarrow 5(1) - 4$

شکل (۲) : $6 \Rightarrow 5(2) - 4$

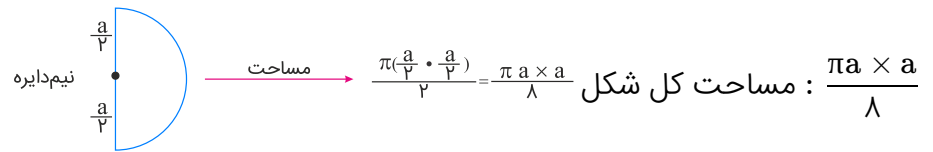
شکل (۳) : $11 \Rightarrow 5(3) - 4$

شکل n ام : $5(n) - 4 = 5n - 4$

به ترتیب اعمال را انجام می‌دهیم:



شکل از یک مستطیل و یک نیم‌دایره تشکیل شده است:



$$\begin{cases} \frac{1}{5} = \frac{2(1) - 1}{3(1) + 2} \\ \frac{3}{8} = \frac{2(2) - 1}{3(2) + 2} \\ \frac{5}{11} = \frac{2(3) - 1}{3(3) + 2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2n - 1}{3n + 2}$$

جمله n ام = $\frac{2(n) - 1}{3(n) + 2} = \frac{2n - 1}{3n + 2}$

$$\text{جمله اول} \quad \frac{1}{5} = \frac{(1)}{2(1) + 3}$$

$$\text{جمله دوم} \quad \frac{2}{7} = \frac{(2)}{2(2) + 3}$$

$$\text{جمله سوم} \quad \frac{3}{9} = \frac{(3)}{2(3) + 3}$$

:

$$\text{جمله n ام} \quad \frac{(n)}{2(n) + 3}$$

$$\text{جمله بیستم} \quad \frac{20}{2(20) + 3} = \frac{20}{43}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) از متغیرها برای بیان اعداد نامعلوم یا مقادیر نامشخص استفاده می‌شود.

(۲) در عمل جمع خاصیت جابه‌جایی وجود دارد. یعنی: $a + b = b + a$ (۳) عدد یک عضو خنثی در ضرب است. یعنی: $a \times 1 = a$

جملات را بررسی می‌کنیم:

$$-1 = -3 \times (1) + 2$$

$$-4 = -3 \times (2) + 2$$

$$-7 = -3 \times (3) + 2$$

:

$$\text{جمله n ام} : -3(n) + 2 = -3n + 2$$

شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد مربع	۱	۴	۹	...	n×n
		۲×۲	۳×۳		

ابتدا به x ، ۳ واحد اضافه می‌شود و سپس کل عبارت حاصل در ۲ ضرب می‌شود.

$$x \rightarrow \underline{+3} \rightarrow x + 3 \rightarrow \underline{\times 2} \Rightarrow 2(x + 3) = 2x + 6$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \text{ تعداد دایره‌های شکل} = 1 = 5(1) - 4 \\ (2) \text{ تعداد دایره‌های شکل} = 6 = 5(2) - 4 \\ (3) \text{ تعداد دایره‌های شکل} = 11 = 5(3) - 4 \end{array} \right\} \Rightarrow (n) \text{ تعداد دایره‌های شکل} = 5n - 4$$

$$(20) \text{ تعداد دایره‌های شکل} = 5(20) - 4 = 100 - 4 = 96$$

شکل داده‌شده از خطوط صاف و دو ربع دایره تشکیل شده است.

$$\text{محیط} = c + a + \frac{1}{4}(2\pi b) + 2b + \frac{1}{4}(2\pi b) + b$$

$$\Rightarrow c + a + \frac{\pi b}{2} + 2b + \frac{\pi b}{2} + b \Rightarrow c + a + \pi b + 3b$$

دایره کوچک + دایره بزرگ + مسیر صاف = کل مسیر

$$12a + 2 \times 3 \times (2a) + 2 \times 3 \times (a) \Rightarrow 12a + 12a + 6a$$

ابتدا جمله عمومی هر دنباله را بدست می‌آوریم:

الف) $4^{3(1)+1}, 4^{3(2)+1}, 4^{3(3)+1}, \dots \Rightarrow 3n + 1 \Rightarrow a_n = 3n + 1$

ب) $6^{4(1)+2}, 6^{4(2)+2}, 6^{4(3)+2}, \dots \Rightarrow 4n + 2 \Rightarrow b_n = 4n + 2$

$$\Rightarrow \frac{a_n - 1}{b_n - 2} = \frac{3n + 1 - 1}{4n + 2 - 2} = \frac{3n}{4n} = \frac{3}{4}$$

الگو را پیدا می‌کنیم:

$$1 = \frac{1 \times 2}{2}$$

$$1 + 2 = 3 = \frac{2 \times 3}{2}$$

$$1 + 2 + 3 = 6 = \frac{3 \times 4}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{4 \times 5}{2}$$

⋮

$$\Rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

باتوجه به دنباله موجود در صورت کسرها:

$$3, 7, 11, 15, \dots \Rightarrow \text{الگو} : 4n - 1$$

در مخرج کسرها:

$$5, 8, 11, 14, \dots \Rightarrow \text{الگو} : 3n + 2$$

پس جمله عمومی به صورت $\frac{4n-1}{3n+2}$ است.

ابتدا، الگوی موجود را پیدا می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{جمله اول} &= 6 = 7 \times (1) - 1 \\ \text{جمله دوم} &= 13 = 7 \times (2) - 1 \\ \text{جمله سوم} &= 20 = 7 \times (3) - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{جمله } n \text{ ام} = 7n - 1$$

$$\text{جمله } 70 = 7(70) - 1 = 490 - 1 = 489$$

$$\text{جمله } 50 = 7(50) - 1 = 350 - 1 = 349$$

$$\text{اختلاف} = 489 - 349 = 140$$

۱۴۰ واحد بیشتر است.

$$\text{مساحت مربع} : A = 2a \times 2a = 4a \times a$$

$$\text{مساحت نیم‌دایره} : B = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3} a \times 4a = 4a \times a$$

$$\Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{4a \times a}{4a \times a} = \frac{4}{4} = \frac{1}{1}$$

$$\text{میزان سود روزانه} = a \times 30 + b \times 40 = 30a + 40b$$

$$\Rightarrow \text{در } 30 \text{ روز: } 30 \times (30a + 40b) = 900a + 1200b$$

:

باتوجه به دنباله مشاهده می‌شود که اعداد دنباله، یکی در میان مثبت و منفی می‌شوند. پس حتماً عدد بعدی، عددی منفی است. اما مقدار خود عدد بدون در نظر گرفتن علامت آن ۳ تا ۳ تا کم می‌شود، پس عدد بعدی دنباله (بدون در نظر گرفتن علامت) ۱۱۴ خواهد بود. پس عدد بعدی دنباله ۱۱۴- خواهد بود.

باتوجه به متن کتاب درسی، عملگرهای ضرب و جمع قابلیت جابه‌جایی دارند، اما تفریق و تقسیم این گونه نیستند. پس، عبارت‌های الف و ب درست، ج و د نادرست هستند.

$$x = \text{سن محمد}$$

$$1 = \text{سن علی} = 3 \times (\text{سن محمد}) - 1 = 3x - 1$$

$$2 = \text{سن حسین} = 2 \times (\text{سن علی}) = 2(3x - 1) = 6x - 2$$

اگر به جای n عدد ۱ قرار دهیم باید عدد ۴ ساخته شود، بنابراین گزینه "۳" صحیح است.

$$1 = \text{تعداد دایره‌های رنگی شکل ۱}$$

$$2 = \text{تعداد دایره‌های رنگی شکل ۲}$$

$$4 = \text{تعداد دایره‌های مشکی شکل ۳} = 2 \times 2$$

$$8 = \text{تعداد دایره‌های رنگی شکل ۴} = 2 \times 2 \times 2$$

⋮

$$n = \text{تعداد دایره‌های رنگی شکل } n = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_{\text{تا } n-1}$$

$$(۱) \text{ شکل} \Rightarrow \frac{1}{1}$$

$$(۲) \text{ شکل} \Rightarrow \frac{1}{4}$$

$$(۳) \text{ شکل} \Rightarrow \frac{1}{16}$$

در هر مرحله مخرج در ۴ ضرب می‌شود.

$$(۴) \text{ شکل} = \frac{1}{16 \times 4} = \frac{1}{64}$$

$$(۵) \text{ شکل} = \frac{1}{64 \times 4} = \frac{1}{256}$$

$$\text{میانگین دمای اولیه} = \frac{-5 + 7 + (-11)}{3} = \frac{-9}{3} = -3$$

پس از انفجار، دمای شهر C برابر $+1 = -11 + 12$ شده است.

$$\text{میانگین دما پس از انفجار} = \frac{-5 + 7 + 1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

مقدار افزایش میانگین: $4 = 1 - (-3)$

۴ درجه میانگین دمای این سه شهر بالا می‌رود.

$$۱) ۱۴ = ۴(۱) + ۱۰$$

$$۲) ۱۸ = ۴(۲) + ۱۰$$

$$۳) ۲۲ = ۴(۳) + ۱۰$$

⋮

$$n \Rightarrow ۴(n) + ۱۰$$

پس جمله n ام به صورت $۴n + ۱۰$ می‌باشد.