بسم الله الرحمن الرحیم

درسنامه و جزوه ریاضی

پایه (هفتم)

محسن ولی پور

www.pr2.mathematic@gmail.com

tel&ins:@pr2_math

فهرست

عنوان صفحه

چگونه مسأله را حل کنیم ؟

مرحله اول _ فهمیدن مسئله : کارهای زیر در درک بهتر مسئله به شما کمک میکند .

الف) مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید .

ب) مسئله را خلاصه کنید .

ج) داده ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید .

د) خواسته های مسئله را معلوم کنید .

مرحله دوم _ انتخاب راهبرد مناسب : یک مسئله را می توان به کمک یکی از راهبرد های زیرحل کرد .

1) رسم شکل　　2) الگو سازی(جدول نظام دار)　　3) حذف حالت های نامطلوب

4) الگو یابی　　5) حدس و آزمایش　　6) زیر مسئله

7) حل مسئله ساده تر　　8) روش های نمادین حل مسئله

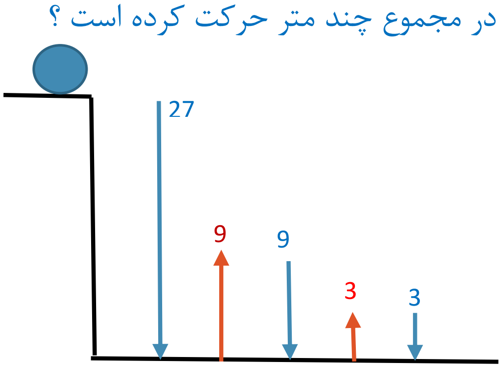
مرحله سوم _ حل کردن مسئله : با راهبردی ک انتخاب کردید مسئله را حل کنید . اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمیرسد راهبرد خود را تغییر دهید .

مرحله چهارم _ باز گشت به عقب : پس ازحل مسئله آن را بررسی کنید . آیا پاسخ شما همان خواسته ی مسئله است ؟ آیا جواب شما منطقی است ؟

راهبرد های حل مسئله :

1) راهبرد رسم شکل : رسم یک شکل ساده میتواند در حل بعضی از مسائل به ما کمک کند .

مثال : توپی از ارتفاع 27 متری سطح زمین رها میشود و پس از زمین خوردن ثلث ($\frac{1}{3}$) ارتفاع قبلی خود بالا می آید . این توپ پس از رها شدن تا سومین مرتبه ای که زمین میخورد در مجموع چند متر حرکت کرده است ؟



$27 + 9 + 9 + 3 + 3 = 51$

2) راهبرد الگوسازی (جدول نظام دار) : در بعضی از مسئله ها لازم است همه ای حالت های ممکن را بنویسیم برای اینکه حالتی از قلم نیفتد آن ها را با نظم و ترتیب منطقی در جدول بنویسید .

مثال : با سه رقم 5 ، 7 و 9 تمام عددهای سه رقمی غیر تکراری را بنویسید ؟

عدد سه رقمی	رقم سوم	رقم دوم	رقم اول
975	5	7	9
957	7	5	9
795	5	9	7
759	9	5	7
597	7	9	5
579	9	7	5

3) راهبرد حذف حالت های نامطلوب : ابتدا فهرستی از تمام حالت ها را به دست آورید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله ، حالت های نامطلوب (مواردی ک خواسته مسئله نیست) را حذف کنید .

مثال : حاصل ضرب دو عدد طبیعی 30 شده است. کوچکترین حاصل جمع کدام است ؟

مجموع دو عدد	عدد دوم	عدد اول
1+30 = 31	30	1
2+15=17	15	2
3+10=13	10	3
5+6=11 ✓	6	5

4) راهبرد الگویابی : در بعضی از مسائل پیدا کردن الگو، رابطه و نظم بین شکل ها(الگوی هندسی) و اعداد (الگوی عددی) به شما کمک میکند تا بتوان مسئله را پاسخ دهید .

مثال : سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید ؟ (الگوی عددی)

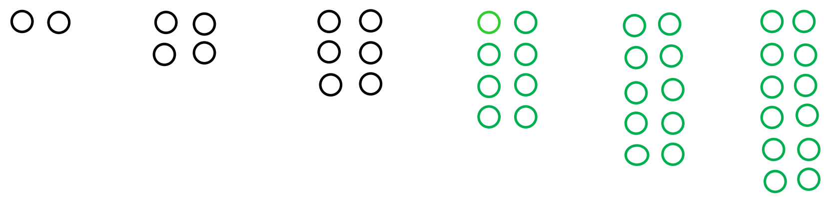
1 و 2 و 4 و 8 و 16 و 32 و 64و 128

الگو : هرعدد از حاصل عدد قبل ضربدر دو بدست می آید

1و 6 و 11 و 16 و 21 و 26 و 31

الگو : اعداد پنج تا پنج تا اضافه شده

مثال : سه شکل بعدی الگوی زیر را بکشید و سپس مشخص کنید در شکل شماره 20 چند دایره داریم ؟



الگو : شماره شکل دو برابر شده است . $20 \times 2 = 40$

5) راهبرد حدس و آزمایش : ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد در این صورت میتوان با یک روش مناسب و منطقی پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنیم و سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی کرده تا به پاسخ مسئله نزدیک شویم .

مثال : در یک پارکینگ 14 موتور و ماشین وجود دارد . اگر تعداد چرخ های آن ها 46 باشد در این پارکینگ چند موتور و چند ماشین است ؟

بررسی آزمایش	مجموع چرخ ها	تعداد ماشین	تعداد موتور
$38 < 46$	$18 + 20 = 38$	5	9
$40 < 46$	$16 + 24 = 40$	6	8
$42 < 46$	$14 + 28 = 42$	7	7
$44 < 46$	$12 + 32 = 44$	8	6
$46 = 46$	$10 + 36 = 46$	9	5

6) راهبرد زیر مسئله : بعضی از مسائل پیچیده وچند مرحله را میتوان به چند زیر مسئله ساده تبدیل کرد با حل کردن زیرمسئله ها در نهایت میتوان به خواسته اصلی مسئله رسید .

مثال : کشاورزی زمین خود را به نسبت های زیر بذر پاشی کرده است :

گندم : 45٪   جو : 37/5٪   ذرت : 17/5٪

اگر مساحت زمین او 15 هکتار باشد ، مساحت زیر کشت هر بزر را حساب کنید .

جواب : استفاده از زیر مسئله

الف) مساحت زمین بر حسب متر مربع چقدر است ؟   متر مربع $15 \times 10000 = 150000$

ب) مساحت زیرکشت گندم چند متر مربع است ؟ 67500 متر مربع

$$\frac{45}{100} \underset{\times 1500}{\overset{\times 1500}{=}} \frac{\boxed{67500}}{150000}$$

مخرج ضربدر 1500شده صورت نیز در1500ضرب می شود

ج) مساحت زیر کشت جو چند متر مربع است ؟

$$\frac{37/5}{100} \underset{\times 1500}{\overset{\times 1500}{=}} \frac{\boxed{56250}}{150000}$$

56250 متر مربع

د) مساحت زیر کشت ذرت چند متر مربع است ؟

$$\frac{17/5}{100} \underset{\times 1500}{\overset{\times 1500}{=}} \frac{\boxed{26250}}{150000}$$

26250 متر مربع

67500 + 56250 + 26250 = 150000

7) راهبرد حل مسئله ساده تر : برای حل بعضی از مسائل ابتدا مسئله ای ساده تررا که با مسئله اصلی در ارتباط است حل میکنیم ئ با استفاده از پاسخ مسئله ساده جواب مسئله اصلی را به دست می آوریم .

مثال : حاصل عبارت زیر را پیدا کنید :

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} = ؟$$

$$\frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \frac{5}{\cancel{4}} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\cancel{3}}{2} \times \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{5}}{\cancel{4}} \times \dots \times \frac{\cancel{100}}{\cancel{99}} \times \frac{101}{\cancel{100}} = \frac{101}{2}$$

مخرج هر کسر با صورت کسر قبل ساده می شود بنابر این فقط مخرج کسر اول و صورت کسر آخر باقی می ماند .

8) راهبرد روش های نمادین : بعضی از مسئله ها را میتوان با استفاده از نمادهای جبری و معادله (که در فصل 3 خواهید آموخت) ویا به کمک مدل سازی هندسی (شکل هندسی) حل نمود .

مثال : عددی را 7 برابر کرده و 4 واحد از آن کم کردیم ، حاصل 31 شد . عدد مورد نظر چند است ؟

مثال را به صورت تساوی مقابل می نویسیم .

$7 \times \boxed{؟} - 4 = 31$

اکنون با حدس زدن عدد مورد نظر را پیدا می کنیم .

$7 \times \boxed{6} - 4 = 38$

$7 \times \boxed{5} - 4 = 31$

معرفی عدد های علامت دار :

بعضی از مجموعه های مهم عبارتند از :

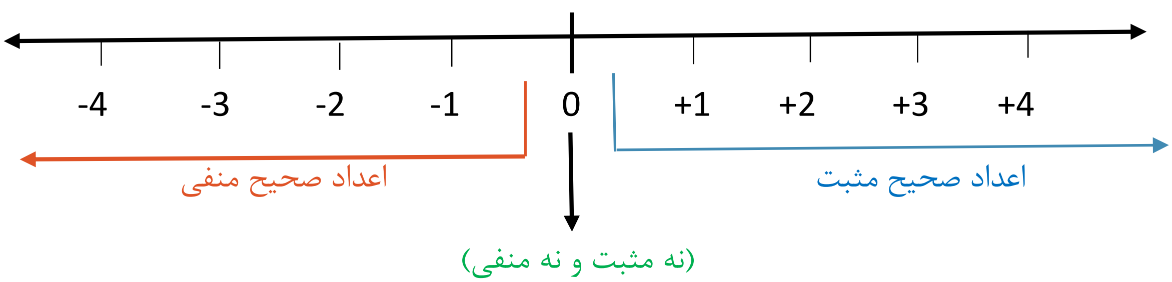
اعداد طبیعی: N:1,2,3,4,......

اعداد حسابی: W:0,1,2,3 ,.......

اعداد صحیح: Z: ...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...

تعریف اعداد صحیح: هر یک از عددهای علامت دار ...+3و+2و+1و0و-1و-2و-3و...را عدد صحیح می نامند

به عددهای ...+3و+2و+1+ عددهای صحیح مثبت و به عددهای -1و-2و-3و...عددهای صحیح منفی میگویند.



نکته : اعداد صحیح از سه دسته اعداد تشکیل شده‌اند: (اعداد مثبت و عدد صفر و اعداد منفی)

نکته : در محور اعداد صحیح هرچه به سمت راست (مثبت ها) حرکت کنیم عدد بزرگتر و هرچه به سمت چپ (منفی ها)حرکت کنیم عدد کوچکتر می شود.(به عبارتی در محور اعدادصحیح ، هر عددی که در سمت راست عدد دیگر باشد از آن عدد بزرگتر است .

نکته : عدد -1بزرگترین عدد صحیح منفی است .

نکته : عدد +1کوچکترین عدد صحیح مثبت است .

نکته : عددی(غیر از صفر) علامت نداشته باشد علامت آن مثبت است(یعنی میتوانیم علامت اعداد مثبت را ننویسیم)   مثال : $+5 = 5$

نکته : عددهای صحیح مثبت همان عدد های طبیعی هستند . مثال : $+6 = 6$ و $+10 = 10$

مثال : در جای خالی علامت مناسب (< = >) قرار دهید .

$-8 < 8$ $-1 < 0$ $-3 > -5$ $+9 = 9$

قرینه اعداد صحیح : به اعدادی که فاصله آن ها تا مبدأ(صفر) برابر اما در جهت مخالف یکدیگر قرار دارند دو عدد قرینه گویند . (هرگاه علامت عددی را تغییر دهیم قرینه آن عدد حاصل می شود)

مثال : قرینه (+3) = - (+3) = - 3   قرینه (- 9) = - (- 9) = +9

نکته : قرینه هر عدد صحیح مثبت، یک عدد صحیح منفی و قرینه هر عدد صحیح منفی یک عدد صحیح مثبت است .

مثال : − (+1) = −1   − (−1) = +1

نکته : قرینه ی قرینه هر عدد برابر با خود آن عدد است .

مثال : قرینه قرینه (+5) = − (− (+5)) = +5   قرینه قرینه (− 8) = − (− (−8)) = − 8

نکته : تنها عدد صحیحی که قرینه اش با خودش برابر است ، عدد صفر است . زیرا عدد صفر نه مثبت است نه منفی .

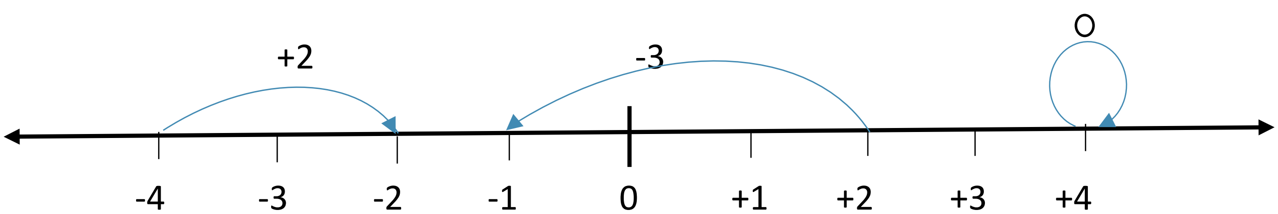
نکته : هرگاه تعداد قرینه های یک عدد زوج باشد (یعنی تعداد منفی ها زوج باشد) علامت آن عدد مثبت است .

مثال : $\underbrace{-(-(-(\ldots(-(-37))\ldots)))}_{100} = +37$ - { - [- (- 55)] } = + 55

نکته : هرگاه تعداد قرینه های یک عدد فرد باشد (یعنی تعداد منفی ها فرد باشد) علامت آن عدد منفی است .

مثال : $\underbrace{-(-(-(\ldots(-(-125))\ldots)))}_{99} = -125$ - { - [- (+ 23)] } = - 23

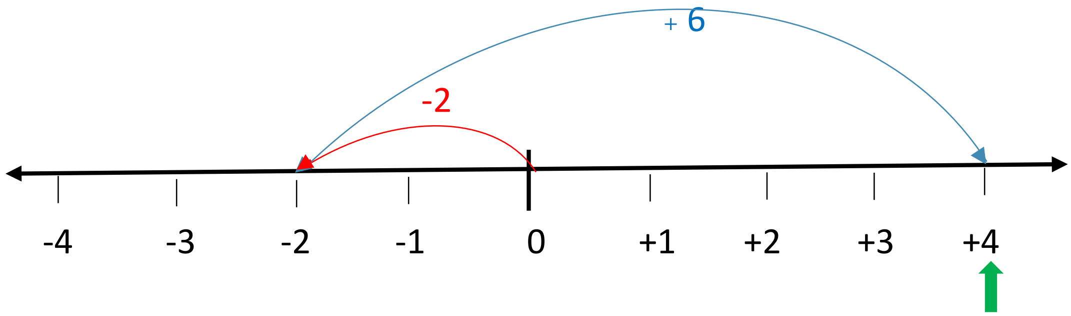
حرکت روی محور اعداد : جابه جای از یک نقطه به نقطه دیگر را حرکت روی محور می گویند. اگر جهت حرکت به سمت راست باشد علامت عدد مثبت واگر جهت حرکت به سمت چپ باشد علامت عدد منفی می شود .



جمع و تفریق اعداد صحیح : برای جمع و تفریق اعداد صحیح از روش های زیر استفاده میکنیم :

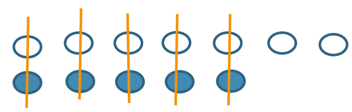
الف) محور اعداد : با توجه به اعداد و علامت آن ها روی محور حرکت کرده انتهای حرکت اخر جواب حاصل جمع (تفریق) را نشان می دهد .

مثال : $(-2)+(+6)=+4$



ب) دایره های توپر(رنگی) و دایره های توخالی(سفید) : هر دایره توخالی (سفید) را عدد 1+ و هر دایره توپر(رنگی) را عدد 1– در نظر بگیرید (دایره های توپر و توخالی همدیگر را خنثئ میکنند و دایره های باقی مانده جواب جمع (تفریق) را نشان میدهد.

مثال : $(-5)+(+7)=+2$



ج : جدول ارزش مکانی : اعداد را با توجه به ارزش مکانی آنها در جدول قرار داده و گسترده هر عدد را کنار جدول نوشته و اعداد را ستونی جواب می دهیم .

مثال : حاصل عبارت $75-23$ را به دست آورید ؟

	دهگان	یکان
	7	5
−	2	3

$$\begin{array}{r} 70 + 5 \\ -20 - 3 \\ \hline +50 + 2 = +52 = 52 \end{array}$$

مثال : $(+228)+(-341)=؟$

	صدگان	دهگان	یکان
	2	2	8
−	3	4	1

$$\begin{array}{r} +200 + 20 + 8 \\ -300 - 40 - 1 \\ \hline -100 - 20 + 7 = -120 + 7 = -113 \end{array}$$

د) مختصر نویسی : اعداد را با علامتشان بدون پرانتز کنار هم مینویسیم در مختصر نویسی به نکته های زیر دقت کنید .

نکته : اگر اعداد هم علامت و مثبت باشند حاصل نیز مثبت است .

مثال : $+(+15)+(+11) = +15+11 = +26 = 26$

نکته : اگر اعداد هم علامت و منفی باشند بدون در نظر گرفتن علامت آنها را با هم جمع میکنیم سپس در حاصل جمع علامت منفی را قرار میدهیم .

مثال : $(-20)+(-18) = -(20+18) = -38$

نکته : اگردو عدد مختلف العلامت(یکی مثبت و دیگری منفی) باشند آن ها را از هم کم میکنیم و برای جواب علامت عدد بزرگتر را قرار می دهیم .

مثال : $(-50)+(+30) = 50-30 = -20$

تبدیل تفریق به جمع : در این صورت عدد اول را نوشته و عدد دوم را قرینه میکنیم .

مثال : $(-15)-(+13) = (-15)+(-13) = -28$ $18-(-17) = (+18)+(+17) = +35$

نکته : حاصل جمع هر عدد صحیح با صفر برابر با همان عدد است .   مثال : $(-5)+(0) = -5$

نکته : حاصل جمع هر عدد صحیح با قرینه اش ، برابر صفر است .   مثال : $(+9)+(-9) = 0$

ضرب و تقسیم اعداد صحیح : در ضرب و تقسیم اعداد صحیح ابتدا ضرب علامت ها را انجام میدهیم سپس با توجه به علامت بین آن ها دو عدد را ضرب یا تقسیم می کنیم .

قاعده ضرب و تقسیم علامت های دو عدد :

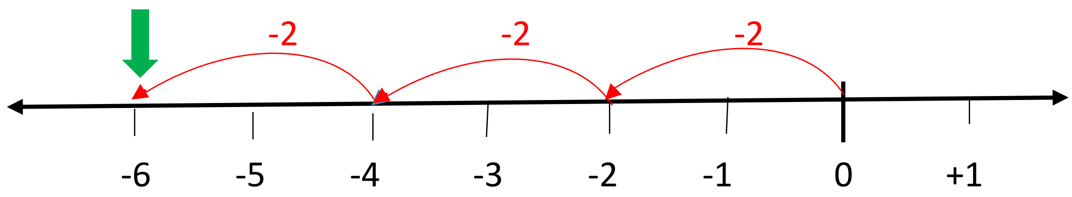
÷×	+	−
+	+	−
−	−	+

منفی = منفی × مثبت   منفی = مثبت × منفی   مثبت = منفی × منفی   مثبت = مثبت × مثبت

مثال : $(+72)\div(-8)=-9$ $(-11)\times(+7)=-77$ $(-35)\div(-7)=+5$ $(+25)\times(+3)=+75$

ضرب اعداد صحیح به کمک محور اعداد : برای این کار ازنقطه صفر شروع می کنیم و انتهای بردار آخر حاصل ضرب را نشان می دهد .

مثال : $(+3) \times (-2) = (-6)$



نکته : ضرب هر عدد در یک برابر همان عدد است . مثال : $256 \times 1 = 256$ $\quad -18 \times 1 = -18$

نکته : ضرب هر عدد در صفر برابر با صفر است . مثال : $785 \times 0 = 0$

نکته : تقسیم هر عدد بر یک برابر با همان عدد است . مثال : $-56 \div 1 = -56$

نکته : تقسیم هر عدد بر خودش برابر با یک است . مثال : $-45 \div -45 = 1$

نکته : در ضرب و تقسیم دو عدد هرگاه علامت ها مثل هم باشند(یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی باشند)جواب همواره مثبت است . مثال : $(-4) \times (-11) = +44$ $\quad (+36) \div (+12) = +3$

نکته : در ضرب و تقسیم دو عدد هرگاه علامت ها مختلف باشند(یعنی یکی مثبت و دیگری منفی باشد)جواب همواره منفی است . مثال : $(+6) \times (-6) = -36$ $\quad (-63) \div (+9) = -7$

ترتیب انجام عملیات های ریاضی :

1_ پرانتز

2_ ضرب و تقسیم (از چپ به راست)

3_ جمع و تفریق

مثال :

$$(-2) \times [\overset{-5}{\cancel{35 \div (-7)}}] + (\overset{-32}{\cancel{-4 \times 8}}) = [\overset{+10}{\cancel{(-2) \times (-5)}}] + (-32) = (+10) + (-32) = -22$$

متغیر : حروف انگلیسی (a , b ,c , … , x , y , z) که نشان دهنده ی عددی است که تغییر می کند را متغیر می گویند .

ضریب : به عددی که کنار متغیر باشد و بین آن ها علامت جمع یا تفریق نباشد ضریب میگویند .

نکته : جمله ای که ضریب نداشته باشد ضریب آن یک است .

مثال : ضریب و متغیر هر عبارت را مشخص کنید ؟

ab   ضریب = 1   متغیر = ab

$\frac{y}{5}$ ضریب = $\frac{1}{5}$ متغیر = Y

– 5X   ضریب = – 5   متغیر = x

یک جمله ای جبری : عبارت جبری است که از دو قسمت ضریب و متغیر تشکیل شده باشد . مثال :   -6xy

نکته : هر عدد یا هر متغیر به تنهای یک جمله محسوب می شود . مثال :   x , 58 , -9 , a

چند جمله ای جبری : اگر بین عبارت های جبری علامت جمع و تفریق باشد چندجمله ای تشکیل می شود(از کنار هم قرار گرفتن چند یک جمله ای یک چند جمله ای حاصل می شود .)

مثال :   (دارای چهار جمله)   5xy – y + 4z + 23   (دارای دو جمله)   ab + 13b

تعریف عبارت جبری : عبارتی که شامل یک یا چند عدد،متغیر و عمل های مانند جمع،تفریق،ضرب و تقسیم باشد را عبارت جبری می نامند.(یک جمله ای ها و چند جمله ای ها عبارت جبری هستند)

نکته : در یک عبارت جبری، معمولاً از علامت نقطه « . » یا پرانتز برای حاصل ضرب استفاده می شود .

نکته : عبارت های جبری در نوشتن فرمول های ریاضی و جمله n ام الگو ها کاربرد دارد .

مثال : جمله ی n ام هر الگوی عددی داده شده را بنویسید و حاصل n = 20 را پیدا کنید؟

شماره های جمله   1   2   3

7 , 14 , 21 , …

شماره جمله اول ضربدر 7   1 × 7 = 7

شماره جمله دوم ضربدر 7   2 × 7 = 14

شماره جمله سوم ضربدر 7   3 × 7 = 21

7n : جمله ی n ام

.

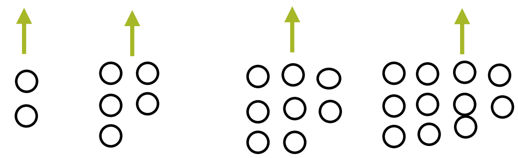
.

.

$N = 20$ $20 \times 7 = 140$ شماره شکل بیستم ضربدر 7

مثال : جمله n ام الگوی زیر را بنویسید و حاصل $n = 20$ را پیدا کنید ؟

شماره های شکل   4   3   2   1



$1 \times 3 - 1 = 2$ شماره شکل اول ضربدر 3 منهای یک

$3n - 1$: جمله ی n ام $2 \times 3 - 1 = 5$ شماره شکل دوم ضربدر 3 منهای یک

$3 \times 3 - 1 = 8$ شماره شکل سوم ضربدر 3 منهای یک

.

.

.

$N = 20$ $20 \times 3 - 1 = 59$ شماره شکل بیستم ضربدر 3 منهای یک

عبارت های جبری متشابه : عباراتی که متغیرهای آن ها(حروف انگلیسی)کاملاً شبیه هم باشند، عبارت جبری متشابه می گویند . مثال : $(-a, 6a, \frac{a}{2})$ $(8xy, -xy)$

عبارت های جبری نا متشابه : عباراتی که متغیر های آ ها(حروف انگلیسی) شبیه هم نباشند، عبارت جبری نامتشابه می گویند . مثال : $(6y, 8x, -\frac{2xy}{5})$ $(3ab, a, -4b)$

جمع و تفریق عبارت های جبری : برای جمع و تفریق عبارت های جبری کافی است جمله های متشابه را با هم در نظر بگیریم و با توجه به علامت بین آن ها ، آن ها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم .

مثال : $4a + 3ab - 6 + 2a - 12ab = (4 + 2)a + (3 - 12)ab - 6 = 6a - 9ab - 6$

ضرب یک عدد در یک جمله : برای ضرب یک عدد در یک جمله کافی است آن عدد را در ضریب عددی آن جمله ضرب کنیم .

مثال : $-(-32xy) = 32xy$ $\qquad$ $8(11a) = 88a$

ضرب یک عدد در یک عبارت جبری : برای ضرب یک عدد در یک عبارت جبری ، کافی است آن عدد را در تک تک جمله های عبارت جبری ضرب کنیم .

مثال : $5(3x - 4y + 9) = 15x - 20y + 45$

ساده کردن عبارت های جبری : برای ساده کردن یک عبارت جبری ابتدا در صورت وجود ضرب عدد در جمله یا عبارت جبری حاصل ضرب را به دست می آوریم، سپس با توجه به جمله های متشابه با یکدیگر،جمع وتفریق لازم را انجام می دهیم .

مثال : $2(x - 3y + 4) + (-6x + y) = (2x - 6y + 8) + (-6x + y) = -5x - 7y + 8$

نکته : در یک عبارت جبری، اگر جمله متشابه وجود نداشته باشد، آن عبارت قابل ساده شدن نیست .

مقدار عددی عبارت جبری : به جای هر یک از متغیر ها (حروف انگلیسی)اعداد داده شده را قرار می دهیم و حاصل عبارت را به دست می آوریم .

نکته : در محاسبه مقدار عددی اگر عبارت جبری قابل ساده شدن بود ابتدا عبارت را ساده می کنیم سپس مقدار عددی را به دست می آوریم

مثال : مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x = 2$ و $y = -1$ به دست آورید .

$$3(2y + 2x) + 5y - 9x = 6y + 6x + 5y - 9x = 11y - 3x = (11\times -1) - (3\times 2) = -11 - 6 = -17$$

معادله : معادله یک تساوی جبری است که به ازای بعضی از عددها به یک تساوی درست تبدیل می شود .

نکته : منظور از حل معادله پیدا کردن مقدار مجهول (حروف انگلیسی) می باشد .

نکته : هرمعدله از سه قسمت تشکیل شده است :

1_مجهول (متغیر) $\qquad$ 2_ ضریب (عدد کنارمتغیر) $\qquad$ 3_ معلوم (عدد بدون متغیر)

روش حل معادله جبری :

الف) مرتب کردن : مجهول ها را در یک طرف و معلوم ها را در طرف دیگر تساوی قرار می دهیم. باید توجه داشته باشیم اگر جای مجهول یا معلومی در طرفین تساوی عوض شود، علامت آن قرینه می شود .

ب) محاسبه حاصل طرفین تساوی : حاصل مجهول ها و حاصل معلوم ها را در طرفین تساوی به دست می آوریم.

ج) حاصل طرف معلوم را برضریب مجهول تقسیم می کنیم .

د) حاصل تقسیم، جواب معادله می باشد .

مثال : معادله $5x - 4 = 26$ را حل کنید .

$5x - 4 = 26$

مرحله (الف) $5x = 26 + 4$

مرحله (ب) $5x = 30$

مرحله (ج) $x = \frac{30}{5}$

مرحله (د) $x = 6$

نکته : اگر در معادله پرانتز وجود داشته باشد اول پرانتز را از بین برده سپس معادله را حل می کنیم .

مثال : $6(x-2)=2(26-x) \Rightarrow 6x - 12=52 - 2x \Rightarrow 6x+2x = 52+12 \Rightarrow 8x=64 \Rightarrow x = \frac{64}{8} \Rightarrow x=8$

مرحله (الف) مرحله(ب) مرحله(ج) مرحله(د)

خواص معادله :

الف) اگر به دو طرف یک معادله، عددی یکسانی را اضافه یا کم کنیم، باز هم تساوی برقرار خواهد بود .

مثال : $12(2) = 24$ $\qquad x = \frac{24}{12} = 2$ $\qquad 12x = 24$

$12x = 24$ $\qquad 12x = 24 + 2 - 2$ $\qquad 12x + 2 = 24 + 2$

ب) اگر دو طرف معادله را در عددی دلخواه یکسانی ضرب و یا بر عدد دلخواه یکسانی (بجزصفر) تقسیم کنیم، باز هم تساوی برقرار خواهد بود .

مثال : $9(4) = 36$ $\qquad x = \frac{36}{9} = 4$ $\qquad 9x = 36$

$\frac{9x}{3} = \frac{36}{3}$ 　 $3x = 12$ 　 $x = \frac{12}{3} = 4$

نکته : در معادله کسری ابتدا مخرج ها را با استفاده از (ب.م.م)**مخرج ها** از بین می بریم سپس معادله را حل می کنیم .

مثال : $\frac{3}{8}x = \frac{5}{24}$ 　 $\overset{3}{\cancel{24}}(\frac{3}{\cancel{8}}x) = (\frac{5}{\cancel{24}})\overset{1}{\cancel{24}}$ 　 $9x = 5$ 　 $x = \frac{5}{9}$

درستی جواب یک معادله : برای این که به درستی جواب یک معادله پی ببریم، کافی است جواب معادله را به جای مجهول معادله قرار دهیم.چنانچه تساوی معادله برقرار شود، آن جواب صحیح است؛در غیر این صورت، آن جواب صحیح نیست .

مثال : آیا x = 5 جواب معادله (4x -3) = (6x + 2) است ؟ چرا ؟ خیر

$6(5) + 2 = 4(5) - 3 \Rightarrow 30 + 2 = 20 - 3 \Rightarrow 32 \neq 17$

چون در معادله به جای x عدد 5 را قرار دادیم و دو طرف تساوی برابر نشد پس چواب درست نیست .

$4y - 3 = 21$

$4y = 21+3$

$4y = 26$

$Y = \frac{24}{4}$

$y = 6$

$4(6) - 3 = 21$

پس معادله درست حل شده

حل مسئله به کمک معادله : ابتدا خواسته مسئله را با متغیر مانند X در نظرگرفته سپس با توجه به صورت مسئله عبارت های کلامی را به عبارت های جبری تبدیل می کنیم تا مسئله تشکیل شود .

مثال : محسن برای خرید چهار خودکار 20000 تومان به فروشنده داد و 2000تومان پس گرفت. قیمت هر خودکار چند تومان است ؟ برای حل این مسئله قیمت هرخودکار را x در نظر می گیریم . معادله را به صورت زیر تشکیل می دهیم .

کل پول = باقی مانده پول + قیمت 4 خودکار

$4x + 2000 = 20000 \Rightarrow 4x = 20000 - 2000 \Rightarrow 4x = 18000 \Rightarrow x = \frac{18000}{4} \Rightarrow x = 2500$

مثال : ازشش برابر عددی هشت واحد کم کرده ایم حاصل 88 شده است. آن عدد چند است ؟ عدد را x درنظر میگیریم .

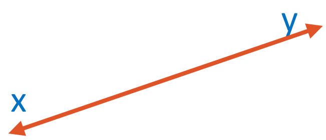
$6x - 8 = 88 \Rightarrow 6x = 96 \Rightarrow x = \frac{96}{6} \Rightarrow x = 16$

خط : از کنار هم قرار گرفتن بی شمار نقطه ، خط به وجود می آید .

نکته : برای نام گذاری خط از حرف کوچک انگلیسی و برای نام گذاری نقطه از حروف بزرگ استفاده می کنیم .

انواع خط :

1) خط راست : خطی صاف و مستقیم می باشد که دو طرف آن باز است .



نکته : منظور از خط همان خط راست است .

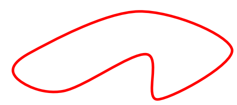
2) خط شکسته : خطی ک از به هم پیوستن چند خط راست به وجود می آید و دو نوع دارد (خط شکسته باز و خط شکسته بسته)

خط شکسته بسته

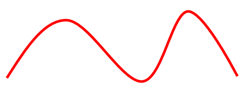
خط شکسته باز

3) خط خمیده : خطی ک در آن پیچیدگی وجود دارد و بر دو نوع است (خط خمیده باز و خط خمیده بسته)

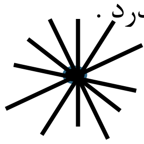
خط خمیده بسته

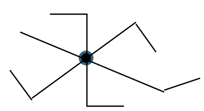


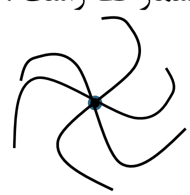
خط خمیده باز



نکته : از یک نقطه بی شمارخط راست ، بی شمار خط شکسته و بی شمار خط خمیده می گذرد.

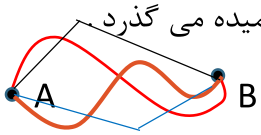






نکته : از دو نقطه متمایز ، فقط یک خط راست ، بی شمار خط شکسته و بی شمار خط خمیده می گذرد

مثال :

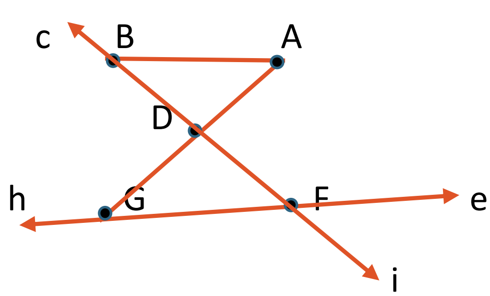


پاره خط : خط راستی است که دو طرف آن بسته باشد . مثال : X Y

نیم خط : خط راستی است که یک طرف آن بسته و طرف دیگر آن باز باشد.(طرف بسته را با حروف بزرگ و طرف باز را با حروف کوچک نام گذاری می کنیم) نیم خط را از طرفی که بسته است می خوانیم .

مثال : میخوانیم پاره خط Ab

مثال : با توجه به شکل برای هر کدام از موارد زیر دو مثال بزنید .



خط : ci , he

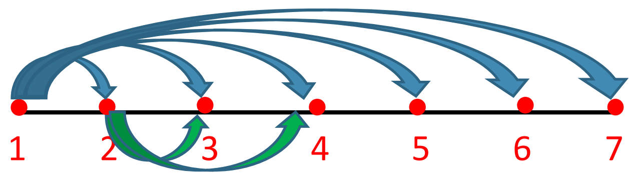
پاره خط : AB , AD , DF, AG , BF

نیم خط : Bc , Fe , Fi , Gh

نکته : برای به دست آوردن تعداد پاره خط ها روی یک خط راست از رابطه زیر استفاده می کنیم .

$$\text{تعداد پاره خط ها} = \frac{\text{یکی کمتر} \times \text{تعدادنقاط}}{2}$$

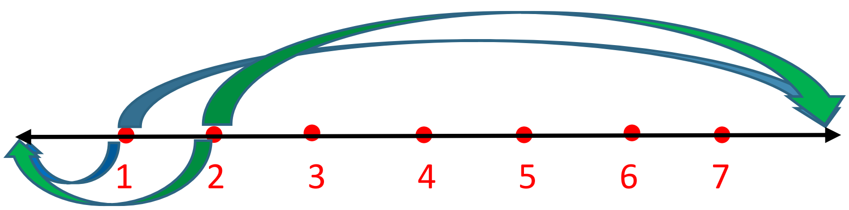
مثال : روی یک خط 7 نقطه قرار دارد تعداد پاره خط ها چندتاست ؟ $\frac{7\times6}{2} = 21$



نکته : الف)برای به دست آوردن تعداد نیم خط ها اگر نقاط روی یک خط باشند از رابطه زیر استفاده می کنیم .

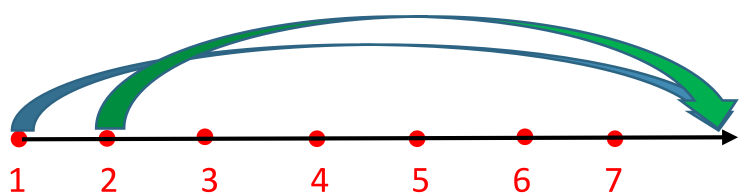
$$\text{تعداد نیم خط ها} = \text{تعداد نقاط} \times 2$$

مثال : روی یک خط 7 نقطه قرار دارد تعداد نیم خط ها چندتاست ؟ $7 \times 2 = 14$



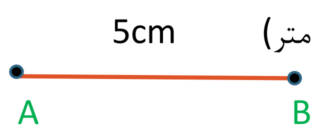
ب) اگر نقاط روی یک نیم خط باشند فقط نقاط را می شماریم .

مثال : روی یک نیم خط 7 نقطه قرار دارد تعداد نیم خط ها چندتاست ؟ 7 تا



اندازه (طول پاره خط) : فاصله بین دو سر پاره خط را طول پاره خط می گویند و برای نشان دادن طول پاره خط از یک خط راست بالای نام پاره خط استفاده می کنیم .(cm مخفف سانتی متر)

مثال : $\overline{AB} = 5cm$



مقایسه پاره خط ها : برای این کار با توجه به اندازه(طول)پاره خط ها از علامت های($< = >$)استفاده می کنیم.

مثال : در پاره خط زیر D وسط AB و C وسط AD قرار دارد جاهای خالی رابا عدد یا علامت مناسب کامل کنید.

$\overline{A\cancel{C}} + \overline{\cancel{C}D} = \overline{AD}$

$\overline{AB} = 2\ \overline{AD}$

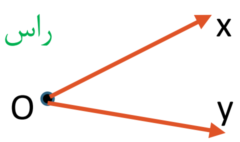
$\overline{DB} > \overline{AC}$

$\overline{\cancel{C}B} - \overline{\cancel{C}D} = \overline{BD}$

$\overline{AC} = \frac{1}{4}\ \overline{AB}$

نکته : با توجه به مثال بالا در جمع و تفریق پاره خط های ک روی یک خط واقع اند می توان با حذف نقطه های مشترک ، حاصل جمع یا تفریق را به دست آوریم .

زاویه : از برخورد دو نیم خط در یک نقطه زاویه به وجود می آید که محل برخورد را رأس زاویه و دونیم خط را ضلع های زاویه میگوییم .



نام گذاری زاویه : الف)با سه حرف(که حرف راس در وسط قرار دارد) $x\hat{O}y$

ب)با یک حرف که فقط حرف راس نوشته می شود(در هر دو حالت بالای راس علامت زاویه « ^ » قرار می دهیم)

انواع زاویه :

1) زاویه تند (حاده) : زاویه ای که اندازه ی آن کمتر از 90 درجه می باشد .

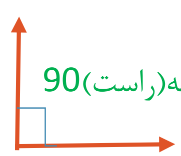
2) زاویه راست (قائمه) : زاویه ای که اندازه ی آن 90 درجه می باشد .

3) زاویه باز (منفرجه) : زاویه ای که اندازه ی آن بیشتر از 90 درجه و کمتر از 180درجه می باشد .

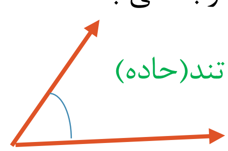
4) زاویه نیم صفحه : زاویه که اندازه ی آن 180درجه می باشد .

5) زاویه تمام صفحه : زاویه که اندازه آن 360درجه می باشد .

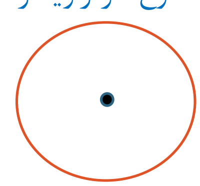
مثال : نوع هر زاویه را مشخص کنید ؟



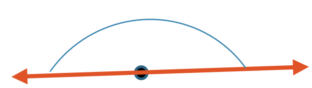
زاویه قائمه(راست)90



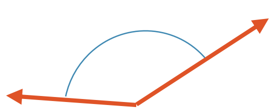
زاویه تند(حاده)



زاویه تمام صفحه

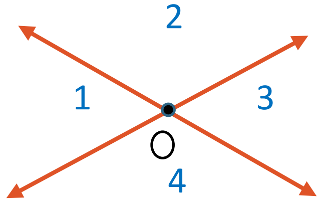


زاویه نیم صفحه 180



زاویه باز(منفرجه)

دو زاویه متقابل به راس : اگر دو خط راست یکدیگر را قطع کنند چهار زاویه تشکیل می شود که زاویه های رو به رو دو به دو با هم مساوی هستند و به آن ها دو زاویه متقابل به رأس می گوییم (زاویه های مجاور هم مکمل (180) هستند .)



مثال : با توجه به شکل مقابل داریم :

زاویه های 1و3متقابل به رأس هستند بنابراین $\widehat{O_1} = \widehat{O_3}$

زاویه های 2و4متقابل به رأس هستند بنابر این $\widehat{O_2} = \widehat{O_4}$

زاویه های 1و2باهم ونیز 3و4 با هم مکمل هستند بنابر این $\widehat{O_3} + \widehat{O_4} = 180$ و $\widehat{O_1} + \widehat{O_2} = 180$

زاویه متمم : دو یا چند زاویه که مجموع آن ها 90 درجه باشد. مثال : 30+30+30=90 , 30+60=90

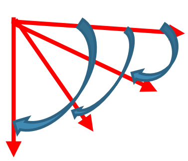
زاویه مکمل : دو یا چند زاویه که مجموع آن ها 180 درجه باشد. مثال : 55+125=180

زاویه مجاور : دو زاویه ی که راس و یک ضلع مشترک داشته باشند . مثل : $\widehat{O_2}$ و $\widehat{O_1}$

نکته : برای به دست آوردن تعداد زاویه های یک شکل از رابطه زیر استفاده می کنیم .

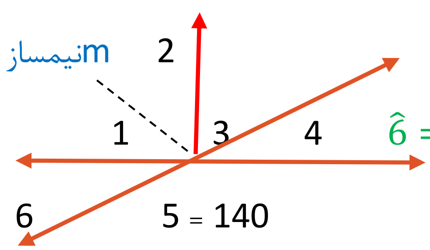
$$\text{تعداد زاویه ها} = \frac{\text{یکی کمتر} \times \text{تعداد نیم خط ها}}{2}$$

مثال : در شکل مقابل چند زاویه وجود دارد ؟



تعداد زااویه $= \frac{4\times3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

مثال : با توجه به شکل اندازه زاویه های $\hat{1}$و $\hat{2}$و $\hat{3}$و $\hat{4}$و $\hat{6}$ رابه دست آورید؟ ($\hat{3}$و $\hat{4}$ متمم یکدیگر هستند)



$\hat{6} = 180 - \hat{5} = 180 - 140 = 40$

$\hat{6} = \hat{4} = 40$ $\quad$ $\hat{3} = 90 - \hat{4} = 90 - 40 = 50$

$\hat{1} = \hat{2} = 90 \div 2 = 45$

نیمساز : زاویه را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند

چندضلعی ها :

چندضلعی های محدب(کوژ) : چندظلعی که تمام زاویه های آن کمتر از 180باشد.

چندضلعی های مقعر(کاو) : چندظلعی های که حداقل یک زاویه بزرگتر از 180داشته باشد.

چند ضلعی منتظم : چند ضلعی محدبی است که تمام ضلع ها و زاویه های آن با هم مساوی باشد.

مثال : نوع هرکدام از چندضلعی های زیر را مشخص کنید ؟

محدب(3ضلعی منتظم) مقعر محدب(8ضلعی منتظم) محدب

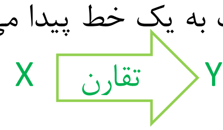
نکته : سه ضلعی منتظم ، مثلث متساوی الاضلاع است و چهار ضلعی منتظم ، مربع است .

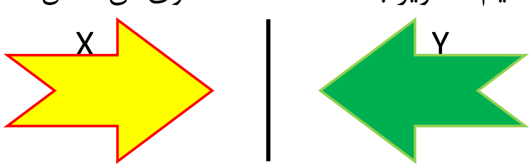
انواع تبدیل های هندسی :

1) انتقال : وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می دهیم، تصویر به دست آمده مساوی و هم جهت با شکل اولیه است

مثال :

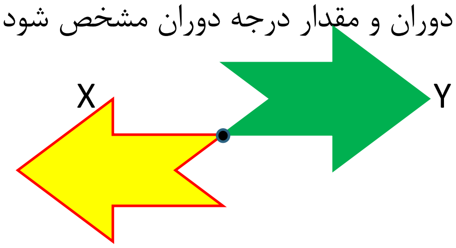
2) تقارن : وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می کنیم، تصویر به دست آمده مساوی آن شکل است؛ ولی جهت آن تغییر می کند . مثال :





3) دوران : در دوران یک شکل باید مرکز دوران ، جهت دوران و مقدار درجه دوران مشخص شود .

مثال :



دوران 180 درجه در جهت عقربه ساعت نسبت به مرکز دوران(نقطه مرکز دوران) است

نکته : در دوران 90درجه مشخص کردن جهت دوران لازم است ولی در180درجه ضروری نیست .

شکل های مساوی (همنهشت) : اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن، دوران) درصفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، آن دو شکل با هم مساوی (همنهشت) هستند .

نکته : برای نشان دادن همنهشتی دو شکل از نماد ($\cong$) استفاده می کنیم .

مثال : وقتی می گوییم شکل A همنهشت با شکل B است ، می نویسیم $(A \cong B)$

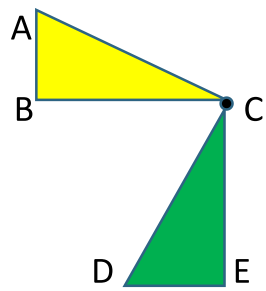
نکته : در همنهشتی دو شکل اجزای متناظر (ضلع ها و زاویه ها) دو به دو با هم برابرند .

مثال : دو مثلث زیر همنهشت هستند :

الف) از چه تبدیلی استفاده شده است ؟ دوران 90درجه در جهت خلاف عقربه ساعت

ب) همنهشتی را به زبان ریاضی بنویسید ؟ $\text{ABC} \cong DEC$

ج) اجزای متناظر دو مثلث را بنویسید ؟



$\hat{C} = \hat{C}$ مشترک　　$\hat{B} = \hat{E}$　　$\hat{A} = \hat{D}$

$\overline{BC} = \overline{EC}$　　$\overline{AC} = \overline{DC}$　　$\overline{AB} = \overline{DE}$

شمارنده های یک عدد (مقسوم علیه های یک عدد) : تمام عدد های طبیعی کوچکتر و مساوی آن عدد که برعدد مورد نظر بخش پذیر هستند(یعنی باقی مانده آن عدد برشمارنده ها برابر صفر است) .

مثال : شمارنده های عدد های 14 و 25 و31 را بنویسید .

$1\times14=14$, $2\times7=14$ $1\times25=25$, $5\times5=25$

شمارنده های 14 = {1,2,7,14}   شمارنده های 25 = {1,5,25}

شمارنده های 31 = {1,31} $1\times31=31$

نکته : اگر a شمارنده عدد b و b شمارنده عدد c باشند آنگاه a نیز شمارنده عدد c است .

مثال : عدد 4 شمارنده 8 است. و عدد 8 نیز شمارنده 24 است درنتیجه عدد 4 نیز شمارنده عدد 24 است.

نکته : اولین و کوچکترین شمارنده هر عدد طبیعی یک است .

نکته : آخرین و بزرگترین شمارنده هر عدد طبیعی خود آن عدد است .

نکته : همه اعداد طبیعی بزرگتر از یک حداقل دو شمارنده دارند .

نکته : تمام شمارنده های یک عدد کمتر یا مساوی آن عدد هستند .

تقسیم بندی اعداد :   الف)عداد اول   ب) اعداد مرکب   ج) عدد 1

عدد اول : هر عدد طبیعی که بجز یک و خودش شمارنده دیگری نداشته باشد عدد اول است(یعنی فقط دو شمارنده دارند)   مثال :   2,3,5,7,11,13,17, …   و   عدد 31 در مثال اول

نکته : تنهاترین عدد زوج اول و همچنین اولین عدد اول، عدد 2 است . (بقیه اعداد اول فرد هستند)

عدد مرکب : هر عدد طبیعی که بیش از 2شمارنده داشته باشد عدد مرکب است .

مثال :   4,6,8,9,10,12,14,15,16 , …

نکته : هر عدد طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت مرکب است .

نکته : بجز عدد 2 تمام اعداد زوج مرکب هستند .

نکته : 2 و 3 تنها اعداد اولی هستند که حاصل جمع آن ها نیز اول است .

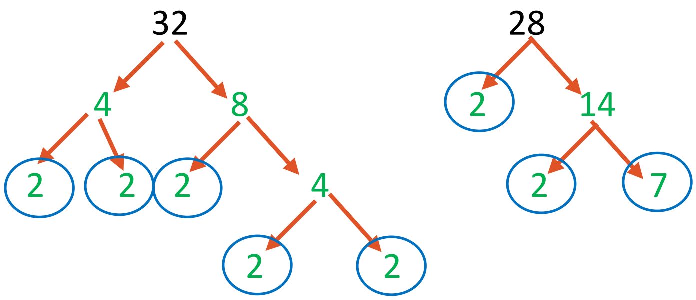
نکته : حاصل ضرب دو عدد اول همواره مرکب است زیرا حاصل ضربشان بر آن دو عدد بخش پذیر است .

نکته : عدد یک چون فقط یک شمارنده دارد نه اول است نه مرکب .

شمارنده اول یک عدد : عدد های اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آن ها می توانیم اعداد مرکب مختلفی را بدست آوریم .

نکته : برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد از تجزیه اعداد استفاده می کنیم .

نمودار درختی : بهترین روش برای تجزیه اعداد و پیدا کردن شمارنده های اول اعداد، نمودار درختی است . در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک می نویسیم و این کار را برای هر شاخه تا جای ادامه می دهیم که به شمارنده های اول آن عدد می رسیم .



مثال : شمارنده های اول اعداد زیر را پیدا کنید ؟

$28 = 2 \times 2 \times 7$

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

ساده کردن کسر ها : برای این کار ابتدا صورت و مخرج کسر هارا به صورت شمارنده اول اعداد نوشته سپس شمارنده های مشترک صورت و مخرج را با هم ساده می کنیم .

مثال :

$\frac{25}{30} = \frac{\cancel{5}\times 5}{2\times 3\times \cancel{5}} = \frac{5}{6}$

$\frac{32}{28} = \frac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times 2\times 2\times 2}{\cancel{2}\times\cancel{2}\times 7} = \frac{8}{7}$

ب . م . م :

ب : بزرگترین　　　م : مقسوم علیه(شمارنده)　　　م : مشترک

(ب.م.م) دو عدد : بزرگترین شمارنده مشترک بین شمارنده های دو عدد را (ب.م.م) دو عدد می گوییم .

نکته : (ب.م.م) دو عدد aوb را به صورت b ⊓ a یا (a و b) نمایش می دهیم .

برای به دست آوردن (ب.م.م) دو عدد از روش های زیر استفاده می کنیم .

الف : نوشتن شمارنده های دو عدد : در این روش شمارنده های دو عدد را نوشته که بزرگترین عدد مشترک در بین شمارنده ها (ب.م.م) آن دو عدد می باشد .

مثال : ب.م.م دو عدد 42 و30 را تعیین کنید ؟

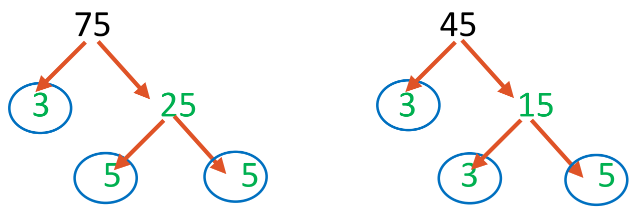
شمارنده های 42={1,2,3,6,7,14,21,42}

شمارنده های 28={1,2,4,7,14,28}

مشترک ها={1,2,7,14}　→　(42,28) = 14

ب) روش تجزیه : در این روش شمارنده های دو عدد را با استفاده از نمودار درختی می نویسیم سپس شمارنده های مشترک را در هم ضرب می کنیم .

مثال : ب.م.م دو عدد(75,45) را بنویسید ؟



$$\left.\begin{matrix} 75=3\times\cancel{5}\times5 \\ 45=3\times\cancel{3}\times5 \end{matrix}\right\} \quad (75,45)=3\times5=15$$

در (ب.م.م) دو عدد، از بین دو شمارنده ی که در هر دو عدد با هم مشترک هستند فقط یکی را می نویسیم مابقی را خط می زنیم

نکته : (ب.م.م) دو عدد پشت سر هم همواره برابر یک است. مثال : $(98,99)=1$

نکته : (ب.م.م) دو عدد اول مختلف همواره برابر یک است . مثال : $(17,23)=1$

نکته : (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است . مثال : $(38,1)=1$

نکته : (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود . مثال : $(27,27)=27$

نکته : (ب.م.م) دو عدد بخش پذیر برهم همواره برابر با عدد کوچکتر است. مثال : $(24,8)=8$

مضرب های یک عدد : اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید .

مثال : مضارب اعداد 6 و 13 را بنویسید .

مضارب 13 = {13,26,39,52,65,...}

$6\times1 \quad 6\times2 \quad 6\times3 \quad 6\times4 \quad 6\times5$

مضارب 6 = {6,12,18,24,30,...}

نکته : اولین مضرب طبیعی هر عدد برابر با خود آن عدد است .

نکته : تنها مضرب اول هر عدد اول، خود آن عدد اول است .

ک . م . م :

ک : کوچکترین م : مضرب م : مشترک

[ک.م.م] دو عدد : کوچکترین مضرب مشترک بین مضارب دو عدد را [ک.م.م] آن دو عدد می گوییم .

نکته : [ک.م.م] دو عدد aو b را به صورت $b \sqcup a$ یا [ک.م.م] نشان می دهیم .

برای به دست آوردن [ک.م.م] دو عدد از روش های زیر استفاده می کنیم :

الف) نوشتن مضرب های دو عدد : در این روش مضرب های طبیعی دو عدد را نوشته که کوچکترین(اولین) مضرب مشترک بین آن ها [ک.م.م] آن دو عدد می باشد .

مثال : [ک.م.م] دو عدد 30 و 45 را بنویسید .

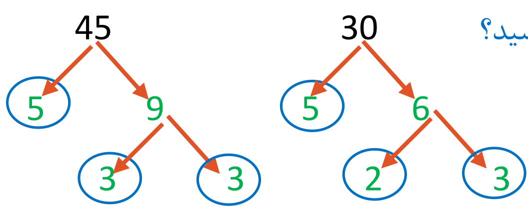
مضارب 30 = {30,60,90,120,150,180,...}

مضارب 45 = {45,90,135,180,225,...}

مشترک ها = {90,180,270,...} ⟵ [45,30] = 90

ب) روش تجزیه : در این روش شمارنده های دو عدد را با استفاده از نمودار درختی می نویسیم سپس از بین شمارنده های هر عدد بیشترین تعداد هر شمارنده را پیدا کرده و در هم ضرب می کنیم .

مثال :]ک.م.م] دو عدد 30و 45 را به روش تجزیه بنویسید؟



45 = 5×3×3

30 = 5×2×3

[45,30]=5×3×3×2=90

در[ک.م.م] دوعدد، از بین شمارنده های مشترک هر دو عددفقط یکی را مینویسیم و علاوه بر این شمارنده های باقی مانده را نیز نوشته و در هم ضرب می کنیم .

نکته : [ک.م.م] دو عدد پشت سر هم همواره برابر با حاصل ضرب آن هاست. مثال : [10,11]= 110

نکته : [ک.م.م] دو عدد اول مختلف همواره برابر با حاصل ضرب آن هاست. مثال : [3,7]= 21

نکته : [ک.م.م] هر عدد با یک همواره برابر با خود آن عدد است . مثال : [78,1]= 78

نکته : [ک.م.م] هر عدد با خودش، همواره برابر با خود آن عدد است . مثال : [28,28]= 28

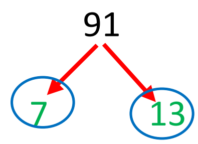
نکته : [ک.م.م] دو عدد بخش پذیر بر هم همواره برابر با عدد بزرگتر است. مثال : [36,12]= 36

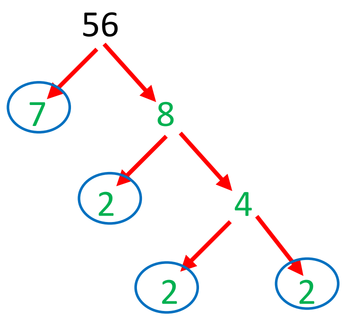
نکته : (ب.م.م) دو عدد همواره شمارنده [ک.م.م] آن دو عدد است .

نکته : اگر aو b دو عدد دلخواه باشند، همواره رابطه زیر برقرار است : a×b = [a,b]×(a,b)

12×2 = 24 ⟵ [4,6] =12 , (4,6) = 2 ⟵ 4×6 =24

نکته : از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسر ها و از [ک.م.م] اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود .





مثال : کسر $\frac{56}{91}$ را ساده کنید :

$$\frac{56}{91} = \frac{2\times2\times2\times\cancel{7}}{\cancel{7}\times13} = \frac{8}{13}$$

مثال : حاصل عبارت $\frac{7}{15}+\frac{9}{20}$ را به دست آورید؟

$$\frac{7\times(4)}{15\times(4)} + \frac{9\times(3)}{20\times(3)} = \frac{28+27}{60} = \frac{55}{60} = \frac{11}{12}$$

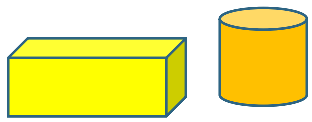
دو عدد [ک.م.م]=[15,20]= 60

حجم : مقدار جای که یک جسم اشغال می کند، حجم آن جسم نامیده می شود.

نکته : حجم جسم را با حرف بزرگ V نشان می دهیم .

انواع حجم :

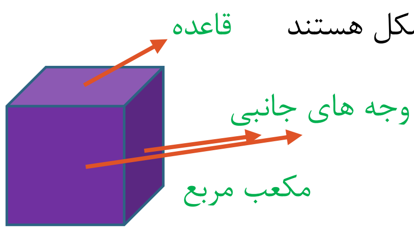
الف) حجم هندسی : حجم های هستند که شکل مشخص دارند

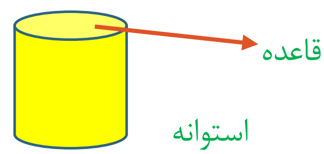


ب) حجم های غیر هندسی : حجم های هستند که شکل مشخص ندارند .

حجم های هندسی سه دسته اند :

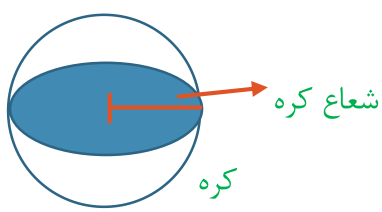
1) حجم های منشوری: دو قاعده دارند و وجه های جانبی مستطیل شکل هستند





2) حجم های کروی : قاعده مشخصی ندارند و به شکل دایره هستند .

3) حجم های هرمی : یک قاعده دارند و وجه جانبی آن ها مثلث می باشد، همه وجه ها در یک نقطه به نام راس هرم مشترک هستند .



حجم های منشوری :

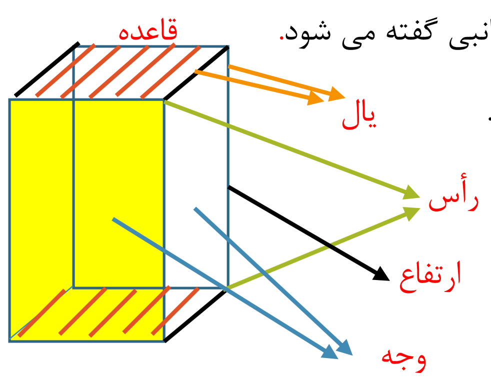
قاعده : حجم های منشوری بین دو صفحه موازی قرار دارند که به آن ها قاعده گفته می شود.

وجه جانبی : به سطح های کنار(اطراف)منشور، وجه های جانبی گفته می شود.

یال : به محل برخورد وجه ها(سطح ها) ، یال گفته می شود.

رأس : به محل برخورد یال ها ، رأس گفته می شود.

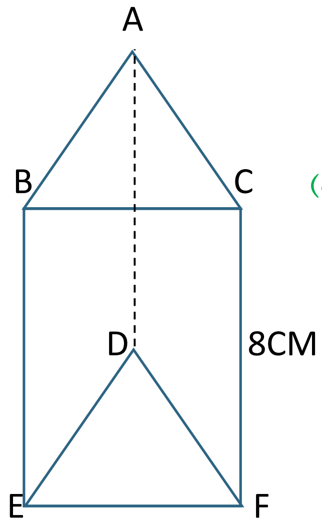
ارتفاع : به فاصله بین دو قاعده منشور ارتفاع گفته می شود.



نکته : تعداد یال در منشور از رابطه مقابل به دست می آید: 3 × تعداد وجه = تعداد یال

نکته : تعداد رأس در منشور از رابطه مقابل به دست می آید: 2 × تعداد وجه = تعداد رأس

مثال : با توجه به شکل مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید ؟



الف) قاعده : 2قاعده دارد (ABC,DEF)

ب) یال : 9=3×3 تعداد یال ها(چون قاعده مثلث و سه وجهی است)

ج) راس : 6=2×3تعداد رأس ها (A,B,C,D,E,F)

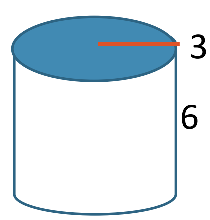
د) وجه جانبی : 3 تعداد وجه ها(چون قاعده سه ضلعی است)

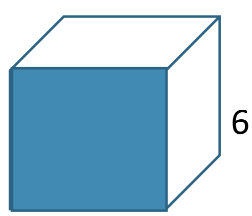
و) کل وجه ها : 5=2+3 (تعداد وجه جانبی + تعداد قاعده)

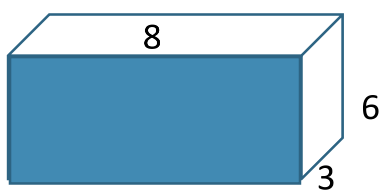
ه) ارتفاع : 8 سانتی متر (DA یا EB یا FC)

حجم منشور :   (V = S × h)   (h) ارتفاع × (S)مساحت قاعده = (V)حجم منشور

مثال : حجم شکل های زیر را به دست آورید ؟







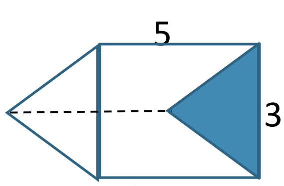
(3/14 × شعاع × شعاع = مساحت دایره)   مکعب مربع   مکعب مستطیل

دایره S = 3×3×3.14 =28.26   V = 6×6×6=216   V = (3×8)×6 =144

استوانه V = 28.26 ×6 = 169.56

مساحت جانبی : از مجموع مساحت های جانبی هر منشور مساحت جانبی به دست می آید که رابطه آن به صورت مقابل است .   (S = P × h)   (h)ارتفاع × (P)محیط قاعده = (S)مساحت جانبی

مثال : قاعده شکل مقابل مثلث متساوی الاضلاع است.



مساحت جانبی منشور را به دست آورید؟

مساحت جانبی S = (3+3+3)×5 = 9×5 =45   مجموع سه ضلع = محیط مثلث

مساحت کل منشور : مجموع مساحت قاعده ها و مساحت جانبی هر منشور را مساحت کل منشور می گوییم و رابه آن به صورت مقابل است:

S(قاعده ها) + S(جانبی) = S(کل منشور)

مثال : مساحت کل مکعب مستطیلی با ارتفاع 6 ، طول 5 و عرض 3 سانتی متر را به دست آورید ؟

[(5+3)×2] × 6 = 96 ← ارتفاع × محیط مستطیل = مساحت جانبی

مساحت دو قاعده = 15 × 2 = 30 ← 5 × 3 = 15 ← عرض × طول = مساحت قاعده

S کل = 96 + 30 = 126 ← مساحت دو قاعده + مساحت جانبی = مساحت کل

مساحت کل استوانه به شعاع قاعده r وارتفاع h از رابطه زیر به دست می آید :

$S = 2\pi rh + 2\pi rr$

(s) مساحت قاعده ها + (s)مساحت جانبی = (s)مساحت کل استوانه

مثال :مساحت کل استوانه ای به شعاع قاعده 2 سانتی متر و ارتفاع 5 سانتی متر را به دست آورید ؟

(S=12.48×5=62.4) ارتفاع×محیط=مساحت جانبی ← (4×3.14=12.48) قطر×π=محیط دایره

(12.48 × 2 = 24.96)= مساحت دو قاعده ← (2×2×3.14 =12.48) شعاع×شعاع×π = مساحت قاعده

(62.4 + 24.96) = 87.36 ← مساحت قاعده ها + مساحت جانبی = مساحت کل

حجم و سطح : باحرکت یک سطح در فضا، حجم ساخته می شود .

نکته : اگر مستطیلی را حول یک ظلع دوران دهیم آن ضلع ارتفاع استوانه و ضلع دیگر شعاع قاعده استوانه خواهد بود.

مثال : مستطیلی به ابعاد 2و4 را حول عرض آن دوران می دهیم، حجم شکل به دست آمده را حساب کنید؟

چون حول عرض است پس ارتفاع استوانه برابر 2 و شعاع قاعده آن برابر 4 است

مساحت قاعده = 4 × 4 × 3.14 = 50.24

V = 50.24 × 2 = 100.48 ارتفاع × مساحت قاعده = حجم استوانه

نکته : اگر مستطیلی را یک بار حول طول آن دوران دهیم و یک بار دیگر حول عرض آن، حجم حاصل از دوران حول عرض بیشتر از حجم حاصل از دوران حول طول آن خواهد بود.

از نکته بالا نتیجه می شود که حجم حاصل از دوران یک شکل به محور دوران آن بستگی دارد .

توان : اگر بین چند عدد مساوی عمل ضرب باشد برای خلاصه نویسی از توان استفاده می کنیم. که در آن تعداد تکرار عدد در توان قرار میگیرد و خود عددی که تکرار شده در پایه می ماند

مثال : $X^{20} = \underbrace{(X \times X \times X \times \ldots \times X)}_{\text{20 بار}}$ تعداد تکرار (توان) $6\times6\times6\times6 = 6^4$

می خوانیم X به توان 20 خود عدد که تکرار شده (پایه)

نکته : عدد یک به هر توانی برسد حاصل آن برابر یک است . مثال : $1^n = 1$ و $1^{55} = 1$

نکته : هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است . مثال: $n = n^1$ و $50 = 50^1$

نکته : هر عددی به توان یک برسد حاصل برابر با خود آن عدد است. مثال : $n^1 = n$ و $23^1 = 23$

نکته : هر عددی (بجزصفر) به توان صفر برسد حاصل برابر یک است. مثال : $n^0 = 1$ و $15^0 = 1$

نکته : عدد صفر به توان هر عددی (بجزصفر) برسد حاصل برابر صفراست. مثال : $0^n = 0$ و $0^{45} = 0$

نکته : اگر عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود ولی اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان مربوط نیست.

مثال : $-(5)^2 = -(5 \times 5) = -25$ $\qquad$ $(-5)^2 = -5 \times -5 = 25$

نکته : اگر عدد منفی به توان زوج برسد حاصل آن مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل آن منفی است.

مثال : زوج $(-6)^4 = 1296$ $\qquad$ فرد $(-6)^3 = -216$

نکته : در کسرهای توان دار اگر کسر داخل پرانتز باشد توان برای کل کسر می باشد و اگر کسر داخل پرانتز نباشد توان فقط برای عددی است که توان بالای آن قرار دارد .

مثال : $\frac{3^3}{5} = \frac{3\times3\times3}{5} = \frac{27}{5}$ $\qquad$ $(\frac{3}{5})^3 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{125}$

مربع یا مجذور یک عدد : توان دوم هر عدد را مربع(مجذور) آن عدد می گوییم .

مثال : مربع اعداد مقابل را بنویسید. 0.5 و 8 و $\frac{4}{7}$

0.5 مربع $= 0.5^2 = 0.5\times0.5 = 0.25$ $\qquad$ 8 مربع $= 8^2 = 8\times8 = 64$ $\qquad$ $\frac{4}{7}$ مربع $= (\frac{4}{7})^2 = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49}$

مکعب یک عدد : توان سوم هر عدد را مکعب آن عدد می گوییم .

مثال : مکعب اعداد مقابل را بنویسید.

مکعب 4 = 4^3 = 4×4×4 = 64

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \text{مکعب} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{8}{27}\right)$$

ترتیب انجام عملیات ریاضی :

1)پرانتز 2) توان 3) ضرب و تقسیم 4) جمع و تفریق

مثال : حاصل عبارت های زیر را به دست آورید :

$$2\times5^2 - (4^2\div8) = 2\times 5^2 - (\overset{2}{16\div8}) = 2\times25 - 2 = 50 - 2 = 48$$

$$\frac{24 \div 2 + 3^3}{2^4 + 3^2} = \frac{24 \div 2 + 27}{16 + 9} = \frac{12 + 27}{25} = \frac{39}{25}$$

الگو های توانی : برای بعضی از الگو های عددی را می توان به الگوی توانی تبدیل کرد :

مثال : جمله nام الگوی های عددی زیر راپیدا کنید سپس n= 6 را برای هر الگو بنویسید .

3 , 9 , 27 , 81 , …

$3^1, 3^2, 3^3, 3^4, \ldots$ → جمله n ام $= 3^n$ → N=6 $3^6 = 729$

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$

$\frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \ldots$ → جمله n ام $= \frac{1}{2^n}$ → n=6 $\frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

نکته : عدد های بین صفر و یک (کوچکتر از واحد) هرچه توان آن ها افزایش یابد کوچکتر می شوند .

مثال : $\left(\frac{1}{5}\right)^{15} < \left(\frac{1}{5}\right)^{6} < \left(\frac{1}{5}\right)^{3}$ $0.2^5 < 0.2^2 < 0.2^1$

ضرب اعداد تواندار :

الف) پایه ها مساوی باشد : در این حالت یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

مثال : $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ $5^2 \times 5^4 = 5^{(2+4)} = 5^6$

ب) توان ها مساوی باشند : در این حالت یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

مثال : $a^m \times b^m = (ab)^m$ $4^8 \times 7^8 = (4 \times 7)^8 = 28^8$

مثال : حاصل عبارت زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید .

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

$$(0.25)^3 \times (2)^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = (0.25)^{(3+3)} \times 2^6 = (0.25 \times 2)^6 = (0.5)^6$$

مثال : اگر داشته باشیم $5^x = 20$ حاصل عبارت 5^{x+3} را حساب کنید

$$5^{x+3} = 5^x \times 5^3 = 20 \times 5^3 = 20 \times 125 = 2500$$

جذر و ریشه :

جذر : میدانیم عمل مجذور یک عدد یعنی توان دوم آن، عمل جذر، عکس عمل مجذور است .

در تساوی $4^2 = 16$ عدد 16 را توان دوم عدد 4 می گوییم و همچنین عدد 4 را ریشه دوم یا جذر 16 می گوییم .

نکته : برای نشان دادن جذر، از نماد رادیکال ($\sqrt{\quad}$) استفاده می کنیم .

نکته : هر عدد دو ریشه دوم دارد که قرینه هم می باشند : مثال : ریشه دوم عدد 25برابربا: 5 و 5- می باشد.

نکته : در جذر گیری عدد مثبت را در نظر می گیریم . مثال : $\sqrt{81} = +9$

نکته : جذر اعداد بزرگتر از یک همیشه کوچکتر از خود آن عدد می باشد. مثال : $\sqrt{49} < 49$

نکته : جذر اعداد کوچکتر از یک همیشه بزرگتر از خود آن عدد می باشد. مثال : $\sqrt{0.5} > 0.5$ و $\sqrt{\frac{1}{25}} > \frac{1}{25}$

نکته : جذر صفر همواره برابر با صفر و جذر یک همواره برابر با یک است . مثال : $\sqrt{0} = 0$ و $\sqrt{1} = 1$

نکته : عددهای منفی جذر ندارند. زیرا توان دوم (مجذور) هیچ عددی منفی نمی شود(یعنی منفی نباید زیر رادیکال باشد. پشت رادیکال مشکلی ندارد) مثال : $-\sqrt{36} = -6$ ، $\sqrt{-36} =$ جذرندارد

نکته : در عبارت های کسری اگر کل کسر زیر رادیکال باشد عمل جذر هم برای صورت کسر هم برای مخرج به کار می رود . مثال : $\frac{49}{\sqrt{64}} = \frac{49}{8}$ و $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$

مثال : جذر اعداد زیر را حساب کنید :

$\sqrt{64 \times 16} = \sqrt{64} \times \sqrt{16} = 8 \times 4 = 32$ و $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}$

انواع جذر :

الف) جذر کامل : عدد های که مجذور(مربع کامل) یک عدد صحیح باشند، جذر کامل دارند .

مثال : $\sqrt{121} = 11$ $\sqrt{81} = 9$ $\sqrt{49} = 7$

ب) جذر تقریبی : عدد های که مربع کامل نیستند جذر آن ها به صورت یک عدد اعشاری است که آن را جذر تقریبی می گوییم . مثال : $\sqrt{28} \approx 5.3$ و $\sqrt{2} \approx 1.4$

روش به دست آوردن جذر تقریبی یک عدد :

الف) ابتدا مشخص می کنیم که عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

ب) اگر به عدد کوچکتر نزدیکتر بود، با اضافه کردن عدد 0.1 و محاسبه مجذور عدد حاصل شده، جذر تقریبی را به دست می آوریم.

ج) اگر به عدد بزرگتر نزدیکتر بود، با کم کردن عدد 0.1 و محاسبه مجذور عدد حاصل شده جذر تقریبی را به دست می آوریم .

مثال : حاصل جذر های تقریبی $\sqrt{30}$ و $\sqrt{75}$ را به دست آورید؟

$\sqrt{30}$ بین دو عدد $\sqrt{25}$و$\sqrt{36}$ قرار دارد یعنی بین 5 و 6 ، و به $\sqrt{25}$یعنی 5 نزدیکتر است بنابر این:

عدد	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5
مجذور	26.01	27.04	28.09	29.16	30.25

$\sqrt{30} \approx 5.5$

$\sqrt{75}$ بین دو عدد $\sqrt{64}$و$\sqrt{81}$ قرار دارد یعنی بین 8 و 9 ، و به $\sqrt{81}$ یعنی 9 نزدیکتر است بنابر این:

عدد	8.9	8.8	8.7	8.6
مجذور	79.21	77.44	75.69	73.96

$\sqrt{75} \approx 8.7$

نکته : یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مثل مربع و دایره است .

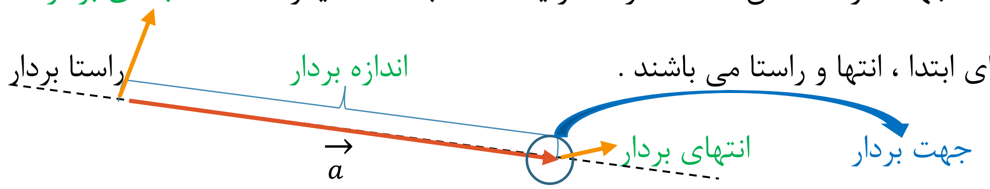
مثال: مساحت دایره ای 78.5 است اندازه شعاع دایره را به دست آورید ؟

دایره S= r × r × 3.14 شعاع = r 3.14 × شعاع × شعاع = مساحت دایره

$78.5 = r \times r \times 3.14 \Rightarrow r^2 = \frac{78.5}{3.14} = 25 \Rightarrow r = \sqrt{25} = 5$

بردار : پاره خط جهت دار که نشان دهنده حرکت از یک نقطه به نقطه دیگر است .

نکته : بردارها دارای ابتدا ، انتها و راستا می باشند .

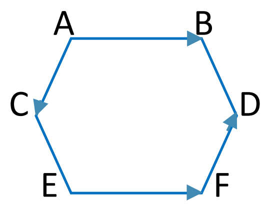


نکته : بردار را یا با دو حرف بزرگ در دو سر بردار نام گذاری می کنند یا با یک حرف کوچک در وسط بردار.

بردارهای مساوی : دو بردار را مساوی می نامیم هرگاه : هم اندازه ، هم راستا و هم جهت باشند.

بردارهای قرینه : دو بردار را قرینه می نامیم هرگاه : هم اندازه ، هم راستا ولی خلاف جهت هم باشند.

مثال : در شکل مقابل بردار های مساوی و قرینه را مشخص کنید؟



بردار های مساوی ($\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$)

بردار های قرینه ($\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{FD}$)

نکته : قرینه بردار $\vec{a}$ را با $-\vec{a}$ نمایش می دهیم و حاصل جمع هر بردار با قرینه خودش برابر با صفر است .

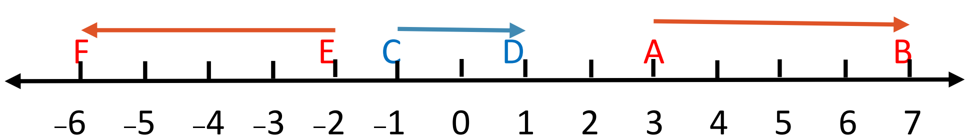
نکته : حرکت روی محور اعداد صحیح را می توان به صورت بردار نیز نمایش داد .

هر بردار از سه قسمت تشکیل شده است :

1) ابتدای بردار 2) طول بردار 3) انتهای بردار

طول بردار : تعداد واحد حرکت از ابتدای بردار تا انتهای بردار است که علامت آن با توجه به جهت حرکت مشخص می شود.(اگر جهت حرکت به سمت راست باشد علامت آن مثبت و اگر جهت حرکت به سمت چپ باشد علامت آن منفی است)

مثال : در بردار های زیر نقطه ابتدای ، نقطه انتهایی و طول بردار را مشخص کنید



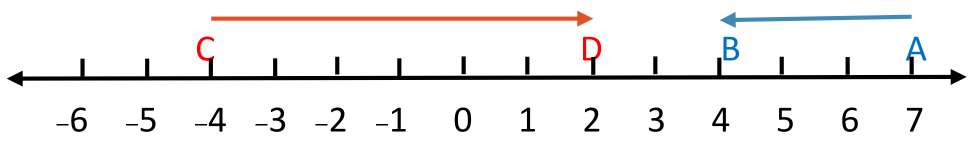
ابتدای بردار A = 3	انتهای بردار B = 7	طول بردار AB = 4
ابتدای بردار C = -1	انتهای بردار D = 1	طول بردار CD = 2
ابتدای بردار E = -2	انتهای بردار F = -6	طول بردار EF = -4

قرینه یکدیگرند

جمع متناظر با بردار صحیح : برای نوشتن جمع متناظر با بردار صحیح از رابطه زیر استفاده می کنیم :

انتهای بردار = طول بردار + ابتدای بردار

مثال : جمع متناظر با هر یک از بردار های زیر را بنویسید

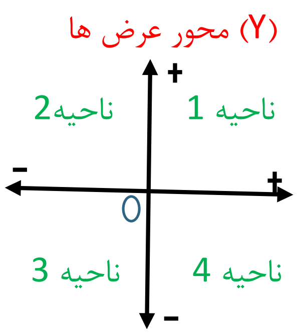


$7 + (-3) = 4$ $A + AB = B$ انتهای بردار(B) = طول بردار(AB) + ابتدای بردار(A)

$(-4) + 6 = 2$ $C + CD = D$ انتهای بردار(D) = طول بردار(CD) + ابتدای بردار (C)

مختصات :

دستگاه مختصات : اگر دو محور اعداد را بر هم عمود کنیم دستگاه مختصات تشکیل می شود



محور افقی را محور طول ها می نامیم (با X نشان می دهیم)

محور عمودی را محور عرض ها می نامیم (با Yنشان می دهیم)

نقطه برخورد دو محور،مبدأمختصات است(با Oنشان می دهیم) (X)محور طول ها

دستگاه مختصات صفحه را به چهار ناحیه(ربع)تقسیم می کند.

شمارش ناحیه ها برخلاف جهت حرکت عقربه های ساعت است

نکته : هر نقطه در دستگاه مختصات دارای یک مختصات است که مکان آن نقطه را نشان می دهد.

نکته : مکان هر نقطه را به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نشان داده می شود(xطول نقطه و y عرض نقطه است)

روش پیدا کردن مختصات یک نقطه در صفحه مختصات :

برای این کار از مبدا مختصات اول طول ها(یعنی چپ و راست) را می شماریم بعد عرض ها(یعنی بالا و پایین).

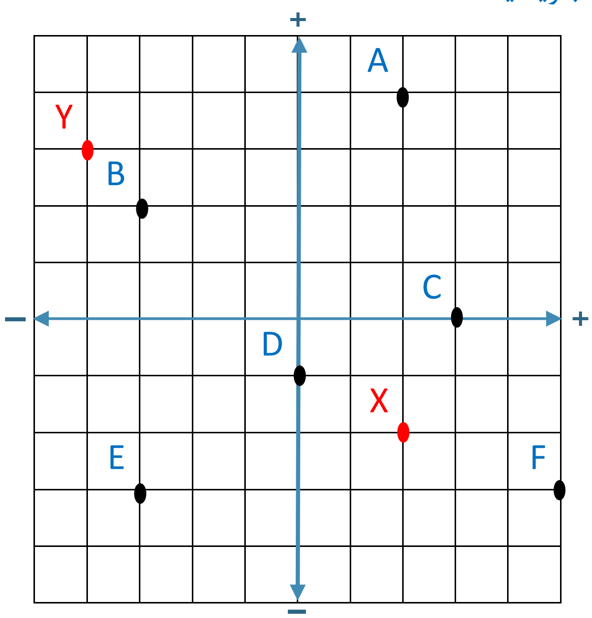
طول ها : حرکت به سمت راست (مثبت) و حرکت به سمت چپ (منفی)

$A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

عرض ها : حرکت به سمت بالا (مثبت) و حرکت به سمت پایین (منفی)

نکته : هر نقطه در دستگاه مختصات را با حروف بزرگ انگلیسی نشان می دهیم .

مثال : مختصات نقاط مشخص شده در دستگاه زیر را بنویسید .



$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

$E = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$

مختصات نقطه $X = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مقابل نشان دهید .

نکته : نقاطی که روی محور طول ها قرار داشته باشند عرض آن ها صفر است. (مثل C در صفحه بالا)

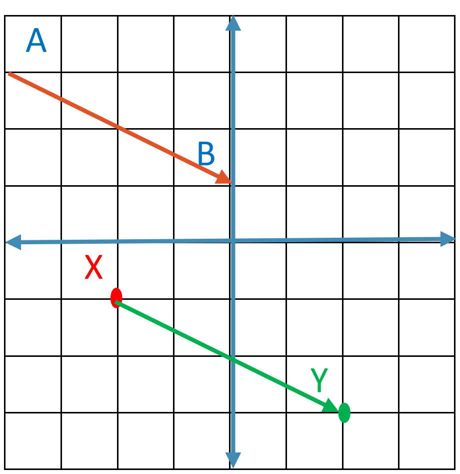
نکته : نقاطی که روی محور عرض ها قرار داشته باشند طول آن ها صفر است. (مثل D در صفحه بالا)

مختصات بردار :

برای پیدا کردن مختصات یک بردار، از ابتدای بردار اول در جهت محور X ها(افقی) سپس در جهت محور Yها(عمودی) به سمت انتهای بردار حرکت می کنیم.

نکته: تعداد حرکت در جهت محور افقی(حرکت به راست مثبت و حرکت به چپ منفی)را طول بردار می نامیم

نکته: تعداد حرکت در جهت محور عمودی(حرکت به بالا مثبت و حرکت به پایین منفی)را عرض بردار می نامیم



مثال : مختصات بردار $\overrightarrow{AB}$ را نوشته و سپس با استفاده از بردار انتقال $\overrightarrow{AB}$ نقطه X را به نقطه Y منتقل کنید و مختصات Y را بنویسید.

$\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$

حرکت به سمت راست (مثبت)

حرکت به سمت پایین(منفی)

$X + \overrightarrow{AB} = Y \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

بردار انتقال : برداری که نقطه ابتدا را به نقطه انتها منتقل می کند بردار انتقال نام دارد(هربردار یک انتقال است)

جمع متناظر با یک بردار : برای نوشتن جمع متناظر با یک بردار از رابطه زیر استفاده می کنیم :

مختصات انتهای بردار = مختصات بردار انتقال + مختصات ابتدای بردار

در مثال بالا بردار $\overrightarrow{AB}$ بردار انتقال ، X نقطه ابتدا ، Y نقطه انتها و $X + \overrightarrow{AB} = Y$ جمع متناظر با بردار است.

نکته : دو بردار را مساوی می گوییم هر گاه مؤلفه اول آن ها باهم و مؤلفه های دوم آن ها با هم برابر باشند.

نکته : قرینه بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها برابر $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$ است (طول ثابت و عرض قرینه می شود)

نکته : قرینه بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به محور عرض ها برابر $\begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$ است (عرض ثابت و طول قرینه می شود)

نکته : قرینه بردار $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات برابر $\begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$ است (طول و عرض هر دو قرینه می شوند)

مثال : قرینه بردار $a = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix}$ را نسبت به محور ها و مبدأ مختصات بنویسید .

$a = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول ها}} a = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \end{bmatrix}$

$a = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} a = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$

$a = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ مختصات}} a = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \end{bmatrix}$

جمع و تفریق بردار ها : طبق قوانین جمع وتفریق طول هارا باهم و عرض ها را با هم جمع و تفریق می کنیم.

مثال : $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \pm c \\ b \pm d \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5+1 \\ 7-9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$

مثال : مختصات برداری که ابتدای آن $\begin{bmatrix} 11 \\ 6 \end{bmatrix}$ و انتهای آن $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد را پیدا کنید .

مختصات بردار= $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 11 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-11 \\ -2-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -8 \end{bmatrix}$ ابتدای بردار - انتهای بردار=مختصات بردار

مثال : در تساوی مقابل مقدار مجهول را پیدا کنید . $\begin{bmatrix} x \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} x+3=-3 \Rightarrow x=-3-3=-6 \Rightarrow x=-6 \\ -7+2y=-1 \Rightarrow 2y=-1+7=6 \Rightarrow y=6\div 2=3 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

علم آمار :

علم جمع آوری اطلاعات، سازماندهی، بررسی، تجزیه وتحلیل آن ها را علم آمار می گوییم.

داده آماری : اطلاعات جمع آوری شده را داده آماری می گوییم .

روش های جمع آوری اطلاعات(داده ها) :

1) روش سرشماری : در این روش تمام اعضای جامعه بررسی می شوند.(زمانبر و پر هزینه است)

2) روش نمونه گیری : در این روش بخشی از اعضای جامعه بررسی می شود(سریعتروکم هزینه تر است)

نکته : برای مقایسه و بررسی راحت تر و بهتر داده ها از نمودار استفاده می کنیم .

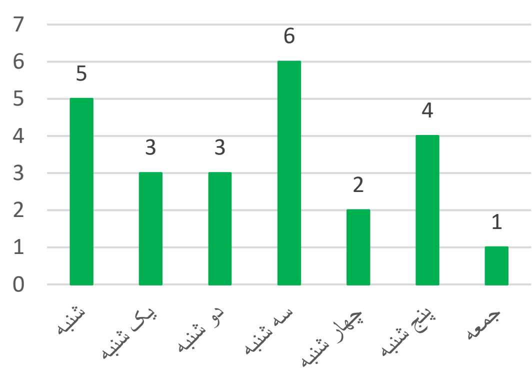
انواع نمودار :

1) نمودار میله ای(ستونی) : برای مقایسه تعداد و پیدا کردن بیشترین و کمترین داده استفاده می شود.

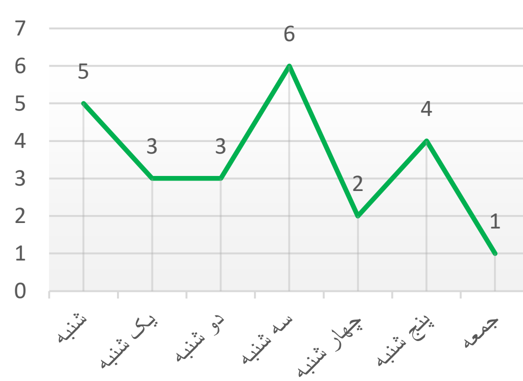
2) نمودار خط شکسته : برای نمایش تغییرها کاربرد دارد (تغییر در زمان ، تعداد ، قیمت و . . .)

مثال : جدول زیر تعداد نوزادان به دنیا آمده در طول هفته برای یک بیمارستان می باشد نمودار میله ای و خط شکسته آن را رسم کنید .

روز هفته	شنبه	یک شنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهار شنبه	پنج شنبه	جمعه
تعداد نوزاد	5	3	3	6	2	4	1



نمودار میله ای (ستونی)

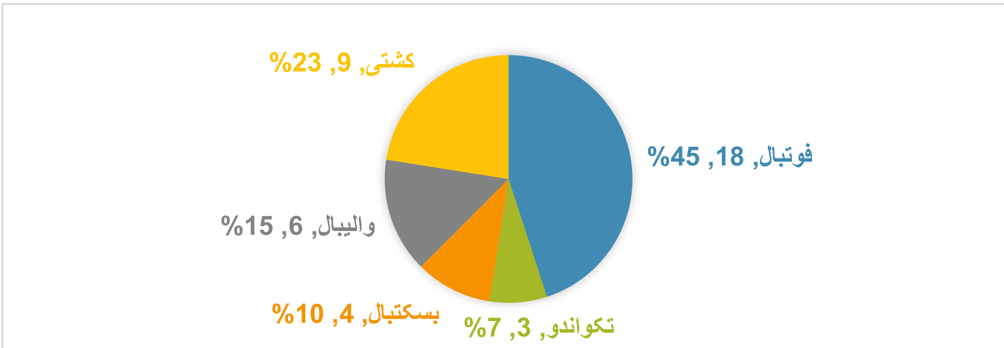


نمودار خط شکسته

3) نمودار دایره ای : اگر بخواهیم یک مقدار مشخص را به بخش های کوچکتر همرا با درصد هر بخش تقسیم کنیم از نمودار دایره ای استفاده می کنیم .

مثال : در یک نظر سنجی از یک کلاس 40 نفره علایق ورزشی آن ها در جدول زیر آمده است نمودار دایره ای آن را رسم کنید

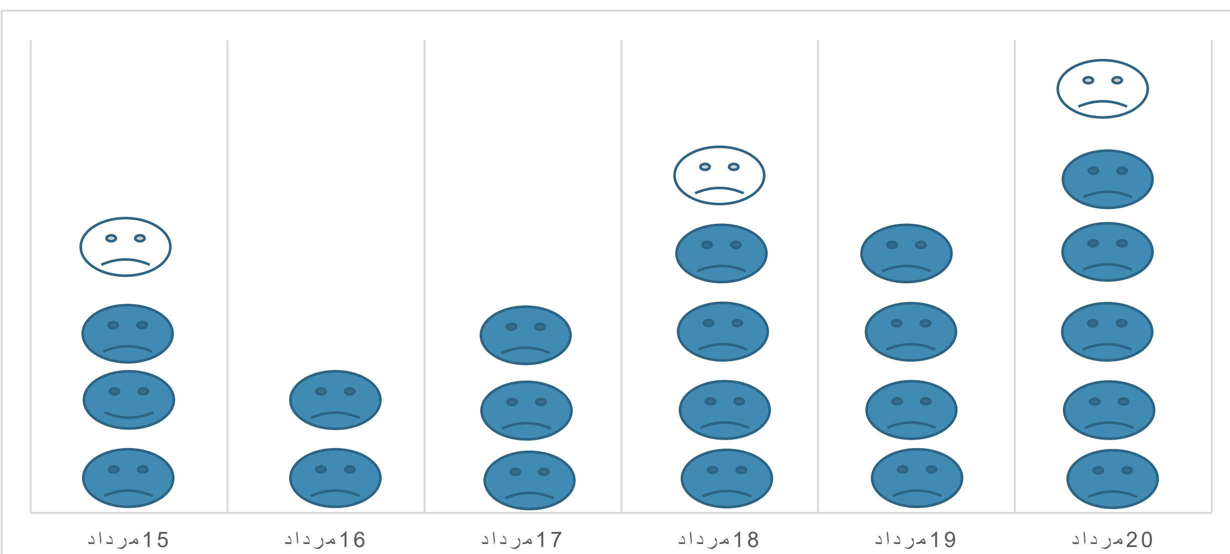
کشتی	والیبال	بسکتبال	تکواندو	فوتبال
9	6	4	3	18



4) نمودار تصویری : اگر به جای داده های واقعی از مقدار تقریبی آن ها استفاده کنیم از نمودار تصویری کمک می گیریم که می توان از شکل های دایره،مربع ، ... یا شکل آدم و ... استفاده کرد .

مثال : آمار فوتی بر اثر کرونا در ایران از 15مرداد تا 20مرداد در جدول زیر آمده است نمودار تصویری آن را رسم کنید (با تقریب 50 نفر)

20مرداد	19مرداد	18مرداد	17مرداد	16مرداد	15مرداد	تاریخ
530	395	440	285	211	363	تعداد
550	400	450	300	200	350	تقریب



در نمودار بالا برابر100نفراست و برابر 50 نفر می باشد

احتمال :

برای بیان اندازه گیری شانس رخ دادن یک اتفاق ، از یک عدد استفاده می کنیم که احتمال رخ دادن آن اتفاق نام دارد . و رابطه آن به صورت زیر می باشد

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد کل حالت ها}}$$

مثال : در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید. 6=کل حالت ها ← {1,2,3,4,5,6}= اعدادتاس

الف)احتمال آمدن اعداد زوج $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} =$ احتمال ← 3 = حالت های مطلوب ← {2,4,6} = اعداد زوج

ب)احتمال آمدم عددبیشتر از2 $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} =$ احتمال ← 4= حالت های مطلوب ← {3,4,5,6}=اعداد بیشتراز2

ج)احتمال آمدن عدد 5 $\frac{1}{6} =$ احتمال ← 1 = حالت های مطلوب ← {5} = آمدن عدد 5

نکته : احتمال رخ دادن یک اتفاق همواره صفر ، یک یا عددی بین صفر و یک است

نکته : به احتمالی ک حتما رخ می دهد ، احتمال حتمی می گوییم و با عدد یک نشان می دهیم

نکته : به احتمالی ک رخ نمیدهد یعنی احتمال وقوع آن غیر ممکن است احتمال صفر یا غیرممکن می گوییم

نکته : به احتمال های برابر احتمال هم شانس می گوییم .

مثال : نوع هر یک از احتمال های زیر را مشخص کنید

الف) احتمال آمدن عدد 7 در پرتاب یک تاس — احتمال غیر ممکن و یا صفر

ب) احتمال آمدن پشت یا رو در پرتاب یک سکه — احتمال هم شانس یا برابر $\frac{1}{2}$

ج) احتمال آمدن شب بعد از روز — احتمال حتمی یا یک

مثال : در یک کیسه 5 مهره آبی، 6 مهره قرمز و 3مهره زرد وجود دارد. یک مهره را به تصادف بیرون می آوریم:

الف) احتمال اینکه قرمز باشد $\frac{3}{7} = \frac{6}{14} =$ احتمال ← 6 = حالت مطلوب ← 14= 5+6+3 = کل حالت ها

ب) احتمال اینکه آبی نباشد $\frac{9}{14} =$ احتمال ← 9 = 3 + 6 = حالت های مطلوب ← 14 = کل حالت ها

ج) احتما اینکه سبز باشد — احتمال صفر یا غیر ممکن

احتمال تجربی : نوعی احتمال وجود دارد ک با انجام آزمایش می توان پاسخ مناسب را بیابیم این پاسخ ممکن است درست یا نادرست باشد .

نکته : در احتمال تجربی هرچه تعداد انجام آزمایش بیشتر باشد پاسخ به دست آمده دقیقتر است .

مثال : پس از 15 بار پرتاب یک تاس اطلاعات زیر به دست آمده

نوبت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
عدد	2	6	2	6	3	2	6	4	2	6	6	5	1	5	3

الف) نسبت ها را بنویسید

نسبت عدد 3 = $\frac{2}{15}$ نسبت عدد 2 = $\frac{4}{15}$ نسبت عدد 1 = $\frac{1}{15}$

نسبت عدد 6 = $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ نسبت عدد 5 = $\frac{2}{15}$ نسبت عدد 4 = $\frac{1}{15}$

ب) بگویید مجموع کسر ها برابر چه عددی است .

$$\frac{1}{15}+\frac{4}{15}+\frac{2}{15}+\frac{1}{15}+\frac{2}{15}+\frac{5}{15}=\frac{1+4+2+1+2+5}{15}=\frac{15}{15}=1$$

نکته : مجموع احتمال ها همواره برابر با یک (1) است .

پایان

با تشکر (محسن ولی پور)