توان

عدد توان دار به عددی به شکل زیر می گوییم

$$9^{n}$$

که ۹ را پایه و n را توان یا نما می نامیم
منظور از 9^{n} ، $\underbrace{9 \times 9 \times \cdots \times 9}_{n \text{ بار}}$ است

توان در واقع تعدادی از یک پایه حاصل را در یک
جمله ضرب شدن می دهد یا به عبارت دیگر به تعداد
توان هم پایه باید از آن پایه داشته باشیم که
بینشان ضرب وجود دارد.

مثال:

$$3^{2} = 3 \times 3 \quad , \quad 5^{3} = 5 \times 5 \times 5$$

- هر عددی که توان ندارد، یعنی توانش ۱ است
(توان ۱ را می توانیم ننویسیم)

$$8 = 8^{1} \qquad 13 = 13^{1}$$

- هر عددی به توان صفر البته به جز خودش برابر
۱ است.

$$5^{0} = 1 \qquad 1000^{0} = 1$$

توجه کنید وقتی می‌گوییم هر عدد به توان صفر برابر ۱ است منظور همه‌ی انواع اعداد شامل کسری، اعشاری، مخلوط، منفی، مثبت و ... می‌باشد.

اثبات:

$$a^0 = a^{n-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$$

- یک به هر توانی برسد باز هم برابر یک است

$$1^{1000} = 1 \quad , \quad 1^0 = 1 \quad , \quad 1^{15} = 1$$

- صفر به هر توانی (به جز صفر) برسد برابر صفر است.

- اعداد منفی اگر به توان زوج برسند، حاصلشان مثبت و اگر به توان فرد برسند، حاصلشان منفی است.

$$(-4)^2 = +16$$

$$(-3)^3 = -27$$

- اگر پی در پی توان‌ها وجود نداشته باشد و یا علامت منفی

، بیرون کوچک‌تر از ۱ نباشد، عملیات منفی به توان نمی‌رسد یا به عبارت دیگر در توان شدن شریک نیست.

$-2^2 = -4 \times 2 = -4$

$(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +4$

$-(5)^2 = -25$

$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = +25$

توجه کنید برای عدد -1 حالت‌های زیر برعکس است

$(-1)^0 = +1$ $\quad (-1)^{\text{فرد}} = -1$ $\quad (-1)^{\text{زوج}} = +1$

۲۸ جمعه تیر

Friday
19 July 2019
۱۶ ذی‌القعده ۱۴۴۰

- به توان دوم یک عدد، مجذور یا مربع آن عدد گفته می‌شود

- به توان سوم یک عدد، مکعب آن عدد گفته می‌شود.

اعداد مربع کامل:

$1 \times 1 = 1$ $\quad 3 \times 3 = 9$

$2 \times 2 = 4$ $\quad 4 \times 4 = 16$

. . . .

به اعدادی مانند ۴، ۹، ۱۶، ۲۵، ۳۶ و ... که از حاصلضرب یک عدد در خودش بوجود می‌آید اعداد مربع کامل می‌گویند.

توجه: اگر عددی را تجزیه کرده و همه توان‌ها عدد تجزیه دارای توان زوج بودند آن‌گاه آن عدد مربع کامل است.

- اگر عددی چند توان‌ی داشته باشد و توان‌های آن با یکدیگر از هم جدا شده باشند، توان‌ها را در هم ضرب می‌کنیم و یک توان کلی می‌نویسیم.

$$(۳^۴)^۵ = ۳^{۴\times۵} = ۳^{۲۰}$$

$$\left((۷^۴)^۲\right)^{۱۰} = ۷^{۴\times۲\times۱۰} = ۷^{۶۰}$$

- اگر عددی چند توان داشته باشد ولی توان‌های آن با یکدیگر از هم جدا شده باشند، توان‌ها

۵

را در هم ضرب می کنیم و باید از بالاترین توان شروع به محاسبه کنیم. مثال

$$(4^{2})^{3} = 4^{8}$$

$$(7^{4})^{2} = 7^{8} = 7^{12}$$

$$(5^{2})^{7} = 5^{128}$$

- اگر پرانتز داشت، که توان داخل پرانتز، حاصلضرب یا تقسیم چند عدد توان دار باشد، توان بیرون در توان تک تک اعداد داخل، ضرب می شود.

$$(a \times b)^{x} = (a^{1} \times b^{1})^{x} = a^{x} \times b^{x}$$

$$(a \div b)^{x} = (a^{1} \div b^{1})^{x} = a^{x} \div b^{x}$$

$$(2 \times 3)^{5} = 2^{5} \times 3^{5}$$

$$(16 \div 8)^{3} = 16^{3} \div 8^{3}$$

$$(3^{4} \times 5^{7})^{2} = 3^{8} \times 5^{14}$$

$$(3^{4} \div 5^{2})^{2} = 3^{8} \div 5^{14}$$

توان کسر

توان اعداد کسری حالت های مختلفی دارد.

- اگر توان کل باشد یعنی باید به شکل زیر نوشته شود

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3$$

یعنی باید حتما پرانتز وجود داشته باشد در این صورت این توان هم برای صورت است و هم برای مخرج یعنی

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

- توان فقط برای صورت باشد به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\frac{2}{5}^3 = \frac{8}{5}$$

توان فقط برای مخرج باشد به شکل زیر نوشته می‌شود

$$\frac{2}{5^3} = \frac{2}{125}$$

توجه: برای یک کسر، صورت و مخرج می‌توانند توان‌ها
ممیز داشته باشند

$$\frac{۲^{۵}}{۳^{۳}} \neq \frac{۳۲}{۲۷}$$

و همچنین توان عددی برای صورت و مخرج کسر نیز
صدق می‌کند.

$$\left(\frac{۳^{۴}}{۵^{۳}}\right)^{۲} = \frac{۳^{۲۸}}{۵^{۲۱}}$$

توجه بسیار مهم:

$$(a+b)^{۲} \neq a^{۲}+b^{۲}$$

$$(a-b)^{۲} \neq a^{۲}-b^{۲}$$

توجه: اعداد بین صفر و یک، هرچقدر توانشان
بزرگتر باشد، کوچکتر می‌شوند یعنی به طور مثال:

$$(۰/۲)^{۴} < (۰/۲)^{۱۱}$$

عملیاتی که بین اعداد توان دار باید باشد تا حاصل دوباره عدد توان دار با شد، ضرب یا تقسیم است.

ضرب دو عدد توان دار

- پایه برابر → یکی از پایه ها را نوشته توان ها را با هم جمع می کنیم
- توان برابر → یکی از توان ها نوشته پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$۳^۴ \times ۳^۵ = ۳^{۴+۵} = ۳^۹$: حالت پایه برابر

$۳^۴ \times ۲^۴ = ۶^۴$: حالت توان برابر

۴ جمعه

مرداد

Friday
26 July 2019
۲۳ ذی‌القعده ۱۴۴۰

تقسیم دو عدد توان دار

- پایه برابر → یکی از پایه ها را نوشته توان ها را از هم کم می کنیم
- توان برابر → یکی از توان ها نوشته پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$۲^۸ \div ۲^۵ = ۲^{۸-۵} = ۲^۳$: حالت پایه برابر

$۱۰^۶ \div ۲^۶ = ۵^۶$: حالت توان برابر

توجه:

$$a^x \div b^x = \left(\frac{a}{b}\right)^x$$

$$۳^۴ \div ۵^۴ = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۴$$

$$a^{xy} = (a^x)^y = (a^y)^x$$

$$۴^۴ = ۴^{۲\times۲} = (۴^۲)^۲ = (۴^۲)^۲$$